

**Educación
técnico-profesional**

Construcciones en hormigón armado: tecnología, diseño estructural y dimensionamiento



**Serie:
Desarrollo de contenidos**

Construcciones

Serie: Desarrollo de contenidos

Colección: Construcciones

Construcciones en hormigón armado:
Tecnología, diseño estructural y dimensionamiento

Haydeé Noceti

Raúl Montoto

Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología.
Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
Saavedra 789. C1229ACE.
Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
República Argentina.

a u t o r i d a d e s

PRESIDENTE DE LA NACIÓN

Dr. Néstor Kirchner

MINISTRO DE EDUCACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

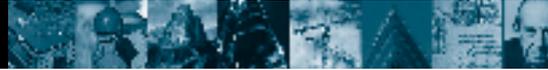
Lic. Daniel Filmus

DIRECTORA EJECUTIVA DEL INSTITUTO NACIONAL DE
EDUCACIÓN TECNOLÓGICA

Lic. María Rosa Almandoz

DIRECTOR NACIONAL DEL CENTRO NACIONAL DE
EDUCACIÓN TECNOLÓGICA

Lic. Juan Manuel Kirschenbaum



Construcciones en hormigón armado: Tecnología, diseño estructural y dimensionamiento



Serie:
Desarrollo de
contenidos

Serie "Desarrollo de contenidos".
Colección "Construcciones"

Distribución de carácter gratuito.

Queda hecho el depósito que previene la ley n° 11.723. ©
Todos los derechos reservados por el Ministerio de
Educación, Ciencia y Tecnología - Instituto Nacional de
Educación Tecnológica.

La reproducción total o parcial, en forma idéntica o modifi-
cada por cualquier medio mecánico o electrónico incluyendo
fotocopia, grabación o cualquier sistema de almacenamiento
y recuperación de información no autorizada en forma expresa
por el editor, viola derechos reservados.

Industria Argentina.

ISBN 950-00-0544-1

Noceti, Haydee
Construcciones en hormigón armado diseño y dimensio-
namiento / Haydee Noceti y Raúl Montoto, coordinado por
Juan Manuel Kirschenbaum.
- 1a ed. - Buenos Aires: Ministerio de Educación, Ciencia y
Tecnología de la Nación. Instituto Nacional de Educación
Tecnológica, 2006.
316 p. ; 22x17 cm. (Desarrollos de contenidos; 5)

ISBN 950-00-0544-1

1. Hormigón Armado.
I. Montoto, Raúl
II. Kirschenbaum, Juan Manuel, coord.
III. Título

CDD 624.183 41

Fecha de catalogación: 3/01/2006

Impreso en MDC MACHINE S. A., Marcelo T. de Alvear 4346
(B1702CFZ), Ciudadela, en setiembre 2006

Tirada de esta edición: 4.000 ejemplares

Dirección del Programa:
Juan Manuel Kirschenbaum

Coordinación general:
Haydeé Noceti

Diseño didáctico:
Ana Rúa

Administración:
Adriana Perrone

Diseño gráfico:
Tomás Ahumada

Diseño de tapa:
Tomás Ahumada

Serie: “**Desarrollo de contenidos**”

- Construcciones
- Diseño industrial y gráfico
- Electricidad, electrónica y sistemas de control
- Empresa simulada
- Fluidica y controladores lógicos programables (PLC)
- Gestión de la calidad
- Gestión de las organizaciones
- Invernadero computarizado
- Proyecto tecnológico
- Tecnología de las comunicaciones
- Tecnología de los materiales
- Tecnología en herramientas de corte
- Tecnología química en industrias de procesos
 1. El aire como materia prima
 2. El azufre como materia prima
 3. Los minerales como materia prima –bauxita y minerales de hierro–
- Unidades de Cultura Tecnológica

A nuestros sobrinos

Coni - Sol - Sebastián - Florencia - Andrés - Daniel

A nuestros alumnos

Sergio Albornoz, Gabriel Baldoni, María Celeste Beaufays, Matías Calcatelli, Juan C. Calivares, Walter Catari, Matías G. Celebrin, Pablo Ceresa, Nicolás Cerna, Mauro Contreras, Joel Cuaresma Carrasco, Rodrigo Ferraro, Diego Labate, Jorge M. Marhaba, Gabriel A. Melillo, Tomás A. Mervic, Fabián Montaña, Jorge F. More, Héctor A. Pérez, Ezequiel Romero; de 2º 2ª ciclo superior Construcciones, Juan C. Palermo, de 2º 6ª CSC, TN; E.T.Nº 34 “ Ing. Enrique M. Hermitte”. Año 2006

Bruno Campodónico, Diego Cardozo, Martín Lasso, Esteban Bautista, Emanuel E. Román, Pedro Matías Toloza, Fernando Hamasaki, Mariano Ochoa, Mario Martínez, José Manuel Aguilera, Aldo Chanduvi Valdera, Emanuel Maccione, Nelson Casimiro, Santiago Ibañez Becerra, Anthony Cayo Ventura; de 1º 3ª ciclo superior Construcciones, E.T.Nº 34 “ Ing. Enrique M. Hermitte”. Año 2006

De 1º 7ª CSC, TN año 2006 y de 3º 6ª CS Construcciones, turno noche, año 2006 E.T.Nº 34 “Ing. Enrique M. Hermitte”

Nuestro agradecimiento a...

*Juan Manuel Kirschenbaum, por brindarnos esta oportunidad;
Ana Rúa, por su excelente diseño didáctico;
Tomás Ahumada por su trabajo responsable y meticuloso.*

*y al equipo de la oficina de alumnos del CeNET:
Adriana Perrone, Fernanda Herrera, Mirta Toledo,
Silvina Togneri, Daniel Hagemann, por su incondicional
colaboración.*

Índice



Las metas, los programas y las líneas de acción del Instituto Nacional de Educación Tecnológica	8
Las acciones del Centro Nacional de Educación Tecnológica	9
Introducción	10
1 En el mundo de la tecnología del hormigón	13
• El cemento como material fundamental en la fabricación del hormigón	
• Dosificación del hormigón	
• Elaboración y transporte del hormigón	
2 El hormigón armado: comportamiento estructural	38
• Concepto de estructura y de elemento estructural	
• Conocimientos de Resistencia de materiales aplicados al hormigón armado	
3 Dimensionamiento de elementos estructurales sometidos a flexión	48
4 Dimensionamiento de losas	57
• Diseño y dimensionamiento de escaleras	
5 Dimensionamiento de vigas	119
6 Dimensionamiento de columnas	168
7 Dimensionamiento de fundaciones	206
8 Armado de elementos estructurales	234
9 La estructura de los edificios a través de la historia	259
Bibliografía de consulta	316



Haydeé Blanca Noceti

Profesora en Matemática y Cosmografía. (Instituto Nacional Superior del Profesorado "Joaquín V. González"). Ingeniera en Construcciones (U.T.N. Fac. Reg. Bs. As.). Profesora en Disciplinas Industriales y Profesora en Docencia Superior en concurrencia con el título de Ingeniera en Construcciones (Instituto Nacional Superior del Profesorado Técnico. U.T.N.). Diploma avanzado en "Diseño, gestión y evaluación de sistemas de formación flexible" (OIT, Torino, Italia). Especialista en Administración Educativa (Universidad Koblenz - Landau, República Federal de Alemania). Especialista en Gestión y Administración de la Formación Técnica y Profesional (Deutsche Stiftung Für Internationale Entwicklung, Mannheim, República Federal de Alemania). Ex becaria del Gobierno de la República Federal de Alemania. Ex becaria del Gobierno de Israel. Premio a la trayectoria docente: mejor puntaje como docente de asignaturas técnicas del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (otorgado por Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología - INET). Ex Directora del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo del Sistema Dual. Profesora de Matemática, Análisis Matemático, Estática y Resistencia de Materiales y de Construcciones de Hormigón Armado. Consultora INET.

Raúl Manuel Montoto

Arquitecto (UBA). Ex docente de la cátedra Proyectual (UBA). Primer premio como docente coordinador del trabajo "El sabor del encuentro: publicidad, tecnología y sociedad". Mención especial como docente auxiliar del trabajo "De las Casas Virreinales al Abasto. Una romántica mirada a la sociedad argentina". Mención especial como docente auxiliar del trabajo "Juanito y Ramona: una visión de la Argentina" (Olimpiadas Nacionales de Contenidos Educativos en Internet. "Carlos Tapia"). Estudios en la carrera de Especialista Profesional en Producción Multimedia y en la de Especialista Universitario en Creación Digital y Comunicación Multimedia (Universidad Politécnica de Valencia, España). Autor de los trabajos "La tecnología informática como factor socializante" y "Estrategia didáctica para el logro de competencias", seleccionados y presentados en el IV Congreso de Educación Tecnológica de los Países del MERCOSUR. (Montevideo, ROU). Profesor de Construcciones Metálicas y de Madera; Construcciones de Albañilería y Fundaciones; Construcciones Complementarias; Proyectos; Administración y Conducción de Obras y Arquitectura.

Con la colaboración de

Martha Noemí Noceti en la realización del capítulo 9 y de **Pablo Pilotto** en las ilustraciones de esta obra.
Fotografías: Raúl Montoto, Constanza Avancini Noceti, Sol María Astrid Avancini Noceti.

Este libro fue desarrollado por:

LAS METAS, LOS PROGRAMAS Y LAS LÍNEAS DE ACCIÓN DEL INSTITUTO NACIONAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA

El Instituto Nacional de Educación Tecnológica -INET- enmarca sus líneas de acción, programas y proyectos, en las metas de:

- Coordinar y promover programas nacionales y federales orientados a fortalecer la educación técnico-profesional, articulados con los distintos niveles y ciclos del sistema educativo nacional.
- Implementar estrategias y acciones de cooperación entre distintas entidades, instituciones y organismos –gubernamentales y no gubernamentales-, que permitan el consenso en torno a las políticas, los lineamientos y el desarrollo de las ofertas educativas, cuyos resultados sean considerados en el Consejo Nacional de Educación, Trabajo y Producción –CoNETyP– y en el Consejo Federal de Cultura y Educación.
- Desarrollar estrategias y acciones destinadas a vincular y a articular las áreas de educación técnico-profesional con los sectores del trabajo y la producción, a escala local, regional e interregional.
- Diseñar y ejecutar un plan de asistencia técnica a las jurisdicciones en los aspectos institucionales, pedagógicos, organizativos y de gestión, relativos a la educación técnico-profesional, en el marco de los acuerdos y resoluciones establecidos por el Consejo Federal de Cultura y Educación.
- Diseñar y desarrollar un plan anual de capacitación, con modalidades presenciales, semipresenciales y a distancia, con sede en el Centro Nacional de Educación Tecnológica, y con nodos en los Centros Regionales de Educación Tecnológica y las Unidades de Cultura Tecnológica.
- Coordinar y promover programas de asistencia económica e incentivos fiscales destinados a la actualización y el desarrollo de la educación técnico-profesional; en particular, ejecutar las acciones relativas a la adjudicación y el control de la asignación del Crédito Fiscal –Ley N° 22.317–.
- Desarrollar mecanismos de cooperación internacional y acciones relativas a diferentes procesos de integración educativa; en particular, los relacionados con los países del MERCOSUR, en lo referente a la educación técnico-profesional.

Estas metas se despliegan en distintos programas y líneas de acción de responsabilidad de nuestra institución, para el periodo 2003-2007:

Programa 1. Formación técnica, media y superior no universitaria:

- 1.1. Homologación y validez nacional de títulos.
- 1.2. Registro nacional de instituciones de formación técnica.
- 1.3. Espacios de concertación.
- 1.4. Perfiles profesionales y ofertas formativas.
- 1.5. Fortalecimiento de la gestión institucional; equipamiento de talleres y laboratorios.
- 1.6. Prácticas productivas profesionalizantes: Aprender emprendiendo.

Programa 2. Crédito fiscal:

- 2.1. Difusión y asistencia técnica.
- 2.2. Aplicación del régimen.
- 2.3. Evaluación y auditoría.

Programa 3. Formación profesional para el desarrollo local:

- 3.1. Articulación con las provincias.
- 3.2. Diseño curricular e institucional.
- 3.3. Información, evaluación y certificación.

Programa 4. Educación para el trabajo y la integración social.

Programa 5. Mejoramiento de la enseñanza y del aprendizaje de la Tecnología y de la Ciencia:

- 5.1. Formación continua.
- 5.2. Desarrollo de recursos didácticos.

Programa 6. Desarrollo de sistemas de información y comunicaciones:

- 6.1. Desarrollo de sistemas y redes.
- 6.2. Interactividad de centros.

Programa 7. Secretaría ejecutiva del Consejo Nacional de Educación, Trabajo y Producción –CoNETyP–.

Programa 8. Cooperación internacional.

Los libros que, en esta ocasión, estamos acercando a la comunidad educativa, se enmarcan en el Programa 5 del INET; han sido elaborados por especialistas del Centro Nacional de Educación Tecnológica del INET y por especialistas convocados a través del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo –PNUD– desde su línea “Conocimientos científico-tecnológicos para el desarrollo de equipos e instrumentos”, a quienes esta Dirección expresa su profundo reconocimiento por la tarea encarada.

María Rosa Almandoz

Directora Ejecutiva
del Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología

LAS ACCIONES DEL CENTRO NACIONAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA

Desde el Centro Nacional de Educación Tecnológica –CeNET– encaramos el diseño, el desarrollo y la implementación de proyectos innovadores para la enseñanza y el aprendizaje en educación técnico-profesional.

El CeNET, así:

- Es un ámbito de desarrollo y evaluación de metodología didáctica, y de actualización de contenidos de la tecnología y de sus sustentos científicos.
- Capacita en el uso de tecnología a docentes, profesionales, técnicos, estudiantes y otras personas de la comunidad.
- Brinda asistencia técnica a autoridades educativas jurisdiccionales y a educadores.
- Articula recursos asociativos, integrando a los actores sociales involucrados con la Educación Tecnológica.

Desde el CeNET venimos trabajando en distintas líneas de acción que convergen en el objetivo de reunir a profesores, a especialistas en Educación Tecnológica y a representantes de la industria y de la empresa, en acciones compartidas que permitan que la educación técnico-profesional se desarrolle en la escuela de un modo sistemático, enriquecedor, profundo... auténticamente formativo, tanto para los alumnos como para los docentes.

Una de nuestras líneas de acción es la de diseñar y llevar adelante un sistema de capacitación continua para profesores de educación técnico-profesional, implementando trayectos de actualización. En el CeNET contamos con quince unidades de gestión de aprendizaje en las que se desarrollan cursos, talleres, pasantías, conferencias, encuentros, destinados a cada educador que desee integrarse en ellos presencialmente o a distancia.

Otra de nuestras líneas de trabajo asume la responsabilidad de generar y participar en redes que vinculan al Centro con organismos e instituciones educativas ocupados en la educación técnico-profesional, y con organismos, instituciones y empresas dedicados a la tecnología en general. Entre estas redes, se encuentra la Red Huitral, que conecta al CeNET con los Centros Regionales de Educación Tecnológica -CeRET- y con las Unidades de Cultura Tecnológica -UCT- instalados en todo el país.

También nos ocupa la tarea de producir materiales de capacitación docente. Desde el CeNET hemos desa-

rollado distintas series de publicaciones –todas ellas disponibles en el espacio web www.inet.edu.ar–:

- *Educación Tecnológica*, que abarca materiales que posibilitan una definición curricular del área de la Tecnología en el ámbito escolar y que incluye marcos teóricos generales, de referencia, acerca del área en su conjunto y de sus contenidos, enfoques, procedimientos y estrategias didácticas más generales.
- *Desarrollo de contenidos*, nuestra segunda serie de publicaciones, que nuclea fascículos de capacitación en los que se profundiza en los campos de problemas y de contenidos de las distintas áreas del conocimiento tecnológico, y que recopila, también, experiencias de capacitación docente desarrolladas en cada una de estas áreas.
- *Educación con tecnologías*, que propicia el uso de tecnologías de la información y de la comunicación como recursos didácticos, en las clases de todas las áreas y espacios curriculares.
- *Educadores en Tecnología*, serie de publicaciones que focaliza el análisis y las propuestas en uno de los constituyentes del proceso didáctico: el profesional que enseña Tecnología, ahondando en los rasgos de su formación, de sus prácticas, de sus procesos de capacitación, de su vinculación con los lineamientos curriculares y con las políticas educativas, de interactividad con sus alumnos, y con sus propios saberes y modos de hacer.
- *Documentos de la escuela técnica*, que difunde los marcos normativos y curriculares que desde el CONET –Consejo Nacional de Educación Técnica- delinearón la educación técnica de nuestro país, entre 1959 y 1995.
- *Ciencias para la Educación Tecnológica*, que presenta contenidos científicos asociados con los distintos campos de la tecnología, los que aportan marcos conceptuales que permiten explicar y fundamentar los problemas de nuestra área.
- *Recursos didácticos*, que presenta contenidos tecnológicos y científicos, estrategias –curriculares, didácticas y referidas a procedimientos de construcción– que permiten al profesor de la educación técnico-profesional desarrollar, con sus alumnos, un equipamiento específico para integrar en sus clases.

Juan Manuel Kirschenbaum

Director Nacional
del Centro Nacional de Educación Tecnológica.
Instituto Nacional de Educación Tecnológica

INTRODUCCIÓN

Las propuestas que acercamos desde este libro del Instituto Nacional de Educación Tecnológica: **Construcciones de hormigón armado: tecnología, diseño estructural y dimensionamiento** tienen como propósito que los alumnos, con su enseñanza y supervisión, se conviertan en “expertos” en diseño

estructural y en cálculo de estructuras de mediana complejidad de hormigón armado.

Para ello, comenzamos nuestro trabajo planteando una situación problemática que, a lo largo del texto, sugerimos cómo encarar y cómo resolver:



El señor Ernesto Alejandro Mohre, dueño de una fábrica de dulces ubicada en la provincia de Buenos Aires, decide construir viviendas para el personal de la empresa, con el fin que los empleados habiten en las cercanías y, de este modo, favorecer una mejor calidad de vida para ellos. Muchos integrantes del personal viven en la localidad o en localidades cercanas; pero, aproximadamente, 40 empleados se trasladan diariamente desde la Ciudad Autónoma de Buenos Aires hasta la fábrica.

El señor Mohre solicita ayuda a la escuela técnica de la zona, que tiene la especialidad *Construcciones*.

El pedido beneficia a ambos: al señor Mohre y a los alumnos de la escuela, ya que, así, los estudiantes podrán realizar prácticas profesionalizantes, mediante el planteo y resolución de situaciones problemáticas reales.

De las múltiples tareas que implica la realización de una vivienda, los alumnos, supervisados por usted como docente, encararán el diseño y el dimensionamiento de los elementos estructurales, a partir de un proyecto arquitectónico.

El Jefe del Departamento *Construcciones* –en forma consensuada con sus colegas y con el personal de conducción de la escuela– asume con mucho entusiasmo la propuesta, y, entre los diferentes equipos docentes, se distribuyen las distintas acciones.

El señor Mohre indica algunas cuestiones que desea se tengan en cuenta:

- 1 Todas las viviendas tendrán similares características, en cuanto a materiales, diseño arquitectónico... Una se distinguirá de otra sólo por el color de la pintura de las fachadas.
- 2 Las viviendas serán unifamiliares y podrán tener, como máximo, dos plantas.
- 3 Habrá dos tipos de viviendas: para una familia tipo –matrimonio y dos hijos de distinto sexo– y para familia numerosa –matrimonio y tres a cuatro hijos–.
- 4 Las cubiertas serán planas.
- 5 Todas las viviendas tendrán un espacio verde al frente y otro al contrafrente.

Los docentes de las asignaturas “Proyectos” y



Nosotros, en Construcciones de hormigón armado..., nos encargaremos de orientar exclusivamente al equipo que trabaja en el diseño de estructuras y en su cálculo.

Por supuesto, este equipo trabaja en forma integrada con el que lleva adelante el proyecto arquitectónico.

El procedimiento, **análisis de producto**, suele ser olvidado como estrategia didáctica; pero, es indudable que constituye una fuente fundamental para los conocimientos que entran en juego tanto en el diseño de

arquitectura como en el de estructuras, así como en los demás aspectos de una vivienda –instalaciones, albañilería, etc.–.

En este marco del análisis de producto, ¿qué se analiza de una vivienda ya construida, considerando los dos encuadres –el arquitectónico y el estructural–?

Desde el **punto de vista del diseño arquitectónico**:

- análisis funcional
 - ◻ cantidad de locales
 - ◻ circulación interna
 - ◻ conexión entre locales
 - ◻ conexión con el exterior
 - ◻ locales: distribución del mobiliario
- análisis morfológico (centrado en la forma)
 - ◻ dimensiones de locales
 - ◻ circulación, dimensiones
 - ◻ aberturas, dimensiones para ventilación y para iluminación
 - ◻ cocinas y baños, dimensiones, artefactos
- materiales utilizados: estructurales, de cerramientos, para aberturas, pisos, revestimientos, etc.
- uso de Código
- etc.

Desde el **punto de vista del diseño estructural**:

- materiales estructurales utilizados
- dimensiones de los diferentes elementos estructurales
- formas de los diferentes elementos estructurales
- ubicación de los elementos estructurales en relación con el diseño arquitectónico
- costo
- estética
- cuestiones legales: Código, normas, etc.

“Cálculo de estructuras” formulan un plan de trabajo integrado; son ellos quienes presentan a los alumnos la propuesta.

Todos los estudiantes involucrados visitan el lugar, toman medidas y realizan los croquis de los diferentes terrenos.

El grupo encargado entrevista a las familias, a los efectos de tomar algunas decisiones en cuanto al proyecto arquitectónico, por un lado, y al diseño de estructura, por el otro.

Muchas son las preguntas. ¿Cuántos serán los locales? ¿Cuáles serán los materiales? ¿De qué material será la estructura? Conviene que sea, ¿de perfiles de acero, de madera, de mampostería, de hormigón armado?

La indagación empieza por el análisis de viviendas ya construidas –análisis de producto–, observando las construcciones existentes en la zona y fotos de revistas especializadas.



Plan de las casas. Del *Cuaderno de Notas* de Leonardo da Vinci

Los edificios deberían estar separados en todo su contorno con el fin de que se viera su verdadera forma.

Una casa debe tener las siguientes dependencias: una habitación grande para el amo, habitación, cocina, despensa, habitación para el guarda, una habitación grande para la familia y vestíbulo.

Las dos grandes salas para el señor y para la familia deben tener la cocina entre ellas, de tal forma que pueda servirse la comida en ambas a través de anchas y bajas ventanas o por medio de tornos. La sala grande para la familia debe estar situada al otro lado de la cocina para que el amo de la casa no oiga el ruido.

La esposa debe tener su propio apartamento y vestíbulo aparte del de la familia, con el fin de que sus sirvientas puedan comer en otra mesa del mismo vestíbulo. Debe poseer dos apartamentos además del suyo, uno para las sirvientas, otro para las nodrizas y un espacio amplio para su comodidad. Su apartamento debe estar en comunicación con las otras dependencias, y el jardín en contacto con el establo.

El encargado de la mantequería debería tener detrás de él la entrada a la cocina, con el fin de que pueda realizar su trabajo con facilidad; la ventana de la cocina debe estar enfrente de la mantequería para que el encargado pueda sacar la madera. La cocina debe hacerse a propósito para limpiar la vajilla, de tal forma que no se vea transportarla en el interior de la casa.

A mí me gusta tener una sola puerta para cerrar toda la casa.

Analizados los diferentes ítem, buscamos las ventajas y desventajas que cada uno presenta para nuestro trabajo.

Desde el punto estructural, incentivamos a los alumnos para que analicen folletos técnicos de los distintos materiales estructurales existentes en el mercado.

A través de este análisis, les será posible detectar:

- durabilidad,
- resistencia,
- trabajabilidad,
- existencia en el mercado local,
- tiempo de ejecución,
- costos comparativos,

Seguramente, ante las características de las viviendas a construir, un material estructural que aparece como recurrente en la búsqueda de alternativas posibles, es el **hormigón armado**.

Entonces, comenzamos nuestra indagación por las características que presenta el hormigón como material estructurante.

Utilizar revistas especializadas, observar construcciones de viviendas de la zona no significa "copiar" ni trabajar por analogía. La creatividad del alumno siempre debe estar presente y nosotros, como docentes, debemos incentivarla.



1. EN EL MUNDO DE LA TECNOLOGÍA DEL HORMIGÓN

A partir de la problemática principal, es posible ir desagregando problemáticas convergentes:



Actividad 1.1

Si el señor Mohre se decide por el hormigón, debe contratar a una empresa especializada para el armado de la estructura de cada vivienda y el llenado de los distintos elementos estructurales.

Esta empresa presupuesta por m³ de hormigón y el señor Mohre nos pide asesoramiento.

Para dar una respuesta, comenzamos por recorrer el mundo de la tecnología del hormigón.

La tarea es, entonces:

- Distinguir y nombrar los materiales con que está construida la vivienda donde ustedes viven.

Les propongo, entonces, que hagan una lista de estos materiales.



También podemos realizar una visita por la escuela, si es que en ella hay alguna construcción realizada con hormigón y plantear la misma consigna.

Entre los materiales nombrados, seguramente aparecerán: *cemento, concreto* y, en el mejor de los casos, *hormigón*.

A partir de esta primera identificación del

hormigón, indagamos en los conocimientos que los alumnos tienen acerca de este material. Una pregunta básica es: ¿Qué es el hormigón?

Las respuestas van a ser numerosas, por lo que podemos armar un mapa conceptual en la pizarra.

Los mapas conceptuales constituyen una técnica cognitiva creada por Joseph D. Novak¹.

Como toda técnica cognitiva, debe tener un referente teórico que le dé un marco y una coherencia, debe fundamentarse en una teoría de aprendizaje.

El marco teórico en el que situamos a los mapas conceptuales es el modelo de "aprendizaje significativo", considerado éste como un proceso de desarrollo de estructuras cognitivas significativas.

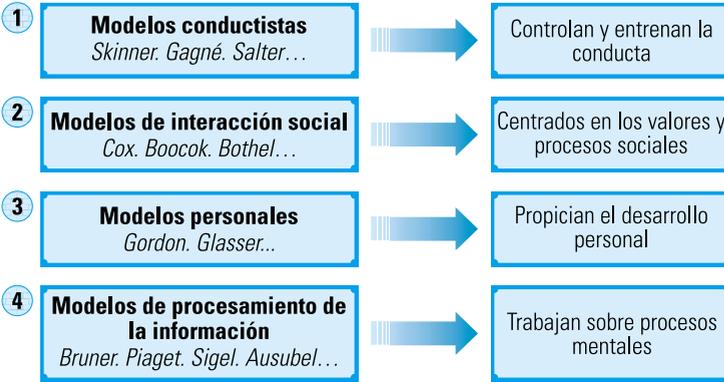
Veamos por qué consideramos a los mapas conceptuales como un recurso capaz de ayudar al aprendizaje significativo, explorando muy brevemente el concepto de aprendizaje.

Existen diferentes formas de realizar una clasificación del aprendizaje. Entre ellas cabe mencionar la de Joyce y Weil². Esta clasificación permite distinguir cuatro modelos:

¹ Novak, Joseph y Gowin, Bob. (1988) *Aprendiendo a aprender*. Martínez Roca. Barcelona.

² Joyce, Bruce; Weil, Marsha (1985) *Modelos de enseñanza*. Anaya. Madrid.





La importancia de este tipo de aprendizaje está en relacionar el nuevo material con las ideas ya existentes en la estructura cognitiva del alumno. Esto significa que la eficacia del aprendizaje radica en su significatividad y no en un ejercicio memorístico.

Así, el aprendizaje significativo supone:

Desde el modelo de procesamiento de la información, Ausubel³ hace un planteo acerca del aprendizaje. Para Ausubel, la estructura cognitiva de una persona es el factor determinante para aprender un material nuevo, y para su adquisición y retención.

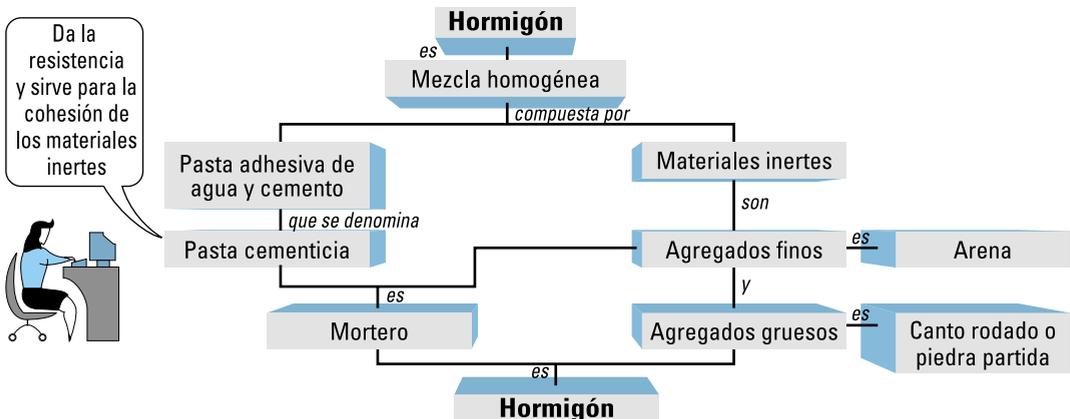
En el aprendizaje significativo, la nueva información se incorpora en forma sustantiva y no arbitraria a la estructura cognitiva. Los nuevos conocimientos se relacionan con los del nivel superior más inclusivo (experiencias, hechos u objetos) existentes en la estructura cognitiva.

- Significación potencial del material. El material debe permitir una relación sustantiva con los conocimientos e ideas previas.
- Actitud positiva por parte del alumno, interesado en dar un sentido a lo que aprende.

El resultado de la interacción entre el nuevo material que se va a aprender y la estructura cognitiva ya existente, constituye una asimilación de significados nuevos y viejos que conforman una estructura cognitiva diferenciada.

Si usted se decide enseñar qué es el hormigón utilizando los mapas conceptuales, tal vez pueda construir, junto a sus alumnos,

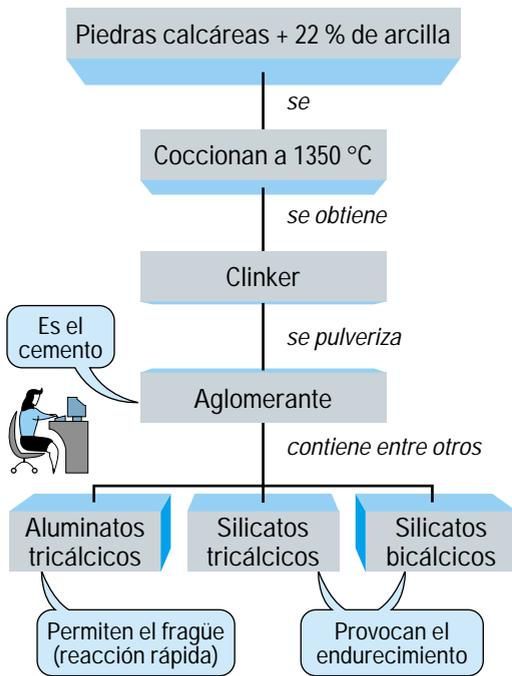
uno similar al que le presentamos a continuación.



³ Ausubel, D. (1976) *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas. México.



En la composición del hormigón destacamos la presencia del cemento. Entonces cabe que nos preguntemos: ¿Qué es el cemento?⁴



Dado que el cemento es fundamental en la fabricación del hormigón –porque es el material que le da resistencia–, le dedicamos un apartado especial.

El cemento como material fundamental en la fabricación del hormigón

El cemento que se usa en la fabricación del hormigón es el denominado **cemento portland**.

⁴ En el hormigón armado sólo pueden utilizarse cementos tipo portland. (Reglamento CIRSOC 201. Capítulo 6. Materiales. Art. 6.1.1.) CIRSOC es el Centro de Investigación de Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles. www.inti.gov.ar/cirsoc

José Aspdin, albañil de la ciudad de Leeds (Gran Bretaña), por calcinación de una mezcla de material calcáreo con arcilla, obtuvo un aglomerante al que denominó cemento portland ya que, al incorporarle agua, la pasta tomaba un color grisáceo que le recordaba a la piedra de la isla de Portland. En 1824 patentó su producto.

A partir de entonces, el cemento que se usa mundialmente en la construcción de edificios es el denominado **cemento portland**.

La ciudad de Leeds es conocida en el mundo de la construcción por este descubrimiento que provocó un importante adelanto tecnológico en los materiales de uso en la construcción de edificios y que benefició a la humanidad entera. En la actualidad también se la identifica, lamentablemente, por otro hecho tecnológico, pero aberrante: en esta ciudad, cuatro o más extremistas fabricaron las bombas que atacaron la ciudad de Londres el 7 de julio de 2005 y que mataron a tantísimas personas.



Ciudad de Leeds;
www.imagessofleeds.com

El cemento portland artificial, tal como lo patentó Aspdin, se fabrica mediante un proceso químico que transforma las materias primas: piedra caliza y materiales arcillosos.

- Las **calizas** están constituidas, fundamentalmente por carbonato de calcio, sílice, alúmina, óxido de magnesio, óxido de hierro, entre otros componentes.
- Entre los **materiales arcillosos**, podemos mencionar: arcillas, pizarras, esquistos y las escorias de los altos hornos.



El proceso industrial comienza en las canteras mediante la extracción de estas materias primas. Este trabajo se realiza a cielo abierto, a través de voladuras y de perforadoras.

Esto requiere que las fábricas de cemento estén localizadas en zonas lo más próximas posibles a los depósitos de piedra caliza y de arcilla (materias primas).

El material extraído es trasladado en camiones o vagones hasta la planta trituradora, con el objeto de reducir su tamaño.

Una vez triturados, los materiales son llevados a través de cintas transportadoras hasta las canchas de almacenamiento. Aquí, mediante básculas dosificadoras se establecen las proporciones correspondientes a la harina que se desea obtener. Las materias primas dosificadas se incorporan al molino de crudo, que las mezcla y les da la finura necesaria. Todo este proceso es controlado, en forma automatizada, mediante análisis químicos por rayos X.



Molino vertical
Fuente: Grupo Minetti

La mezcla de piedra caliza y arcilla debe ser homogénea y uniforme. Esta tarea puede hacerse por vía seca o bien por vía húmeda.

A través de un sistema de transporte automático, la harina cruda (mezcla calcárea-arcillosa) es colocada en un intercambiador de calor por suspensión de gases de varias etapas. En la base del intercambiador se encuentran instalados sistemas para la precalcificación de la harina. Pasado este proceso, la harina es introducida en hornos rotatorios,

donde se desarrollan varias transformaciones físicas y químicas, que permiten obtener el denominado **clinker** -escoria-.

Veamos cuáles son esas transformaciones que dependen de la temperatura alcanzada:

- A los 100–150 °C, el agua higroscópica de la mezcla se deshidrata.
- A los 440 °C, el carbonato de magnesio se descompone en el óxido de magnesio y en anhídrido carbónico.
- A los 500 °C, el agua constitutiva de la arcilla es eliminada.
- A los 900 °C, el carbonato de calcio se transforma en óxido de calcio y en gas carbónico.
- A temperaturas superiores a los 1000 °C, se produce la reacción entre el óxido de calcio y los componentes de la arcilla: sílice y alúmina. Esta reacción da lugar a los silicatos y aluminatos de calcio. La temperatura que se alcanza es del orden de los 1500 °C.



Horno rotativo
Fuente: "Grupo Minetti - Folleto técnico".



En el 90 % de su peso, el clinker está constituido por los óxidos (C, S, A, F)⁵ que dan lugar a la formación de sus componentes mineralógicos principales. De estos cuatro óxidos, la cal es de carácter básico y los otros tres de carácter ácido. De ellos, la sílice y la cal son los componentes activos, y la alúmina y el hierro actúan como fundentes.

Componentes mineralógicos principales del clinker

Nombre	Composición química	Fórmula abreviada	Nombre del mineral
Silicato tricálcico	SiO ₂ , 3 CaO	S C ₃	Alita
Silicato bicálcico	SiO ₂ , 2 CaO	S C ₂	Belita
Aluminato tricálcico	Al ₂ O ₃ , 3 CaO	A C ₃	
Ferrito aluminato tetracálcico	Al ₂ O ₃ , Fe ₂ O ₃ , 4 CaO	AFC ₄	Celita

Generalmente, el clinker se presenta de color gris oscuro, con consistencia pétreo y en forma redondeada. Se lo enfría mediante un sistema de aire frío en contracorriente.

Una vez enfriado, se procede a su molienda con el agregado de, aproximadamente, el 3 % de yeso, para regular el fragüe del cemento.

Veamos qué aporta cada uno de los componentes principales del cemento:

Los **silicatos** (60 a 80 % del total) le dan resistencias mecánicas:

- el **silicato tricálcico** o **alita** (35 y el 70 %) determina la rapidez de fraguado y la resistencia mecánica;

⁵ En la química del cemento, la sílice (S₁O₂) se representa con S, la alúmina (Al₂O₃) con A, el óxido de calcio (CaO) mediante C y el óxido férrico (Fe₂O₂) con F

- el silicato bicálcico o belita es metaestable, da lugar a resistencias menores en los primeros días pero, luego, las va desarrollando progresivamente hasta alcanzar al silicato tricálcico.

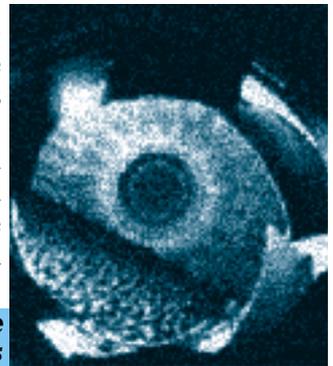
El **aluminato tricálcico**, por sí solo, poco aporta a las resistencias; no obstante, en presencia de los silicatos, desarrolla resistencias iniciales buenas. Se considera que, en el proceso de endurecimiento y de obtención de resistencia, actúa como catalizador de la reacción de los silicatos. Al tomar contacto con el agua, el fraguado es rapidísimo, desprendiendo una gran cantidad de calor (207 cal/g); por esto, para retardar su gran actividad, en la molienda del clinker se emplea el yeso, ya que éste actúa como retardador, regulador y normalizador del fraguado.

El **ferrito aluminato tetracálcico** o **celita** apenas si tiene contribución en la resistencia de los cementos. El hierro que forma la celita tiene una gran importancia como fundente en el horno y es el que le da el color gris verdoso a los cementos portland.

Tipos de cementos⁶. Las normas IRAM 50 000 y 50 001 del año 2000 establecen los tipos de cemento, según su composición.

La siguiente tabla nos permite caracterizar los diferentes tipos, su composición (g/100 g) y el uso que puede darse a cada uno.

Molino de bolas



⁶ Los tipos de cementos descriptos responden a la clasificación dada por la NORMA IRAM 50 000.



Tabla 1. Tipos de cementos

Tipo de cemento	Nomenclatura	Clinker más sulfato de calcio	Puzolana P	Escoria E	Filler calcáreo F	Usos
Cemento portland normal	CPN	100 -90	—	0-10	—	Uso general. No indicado para estructuras en medios agresivos.
Cemento portland con <i>filler</i> -relleno- calcáreo	CPF	99-80	—	—	1-20	Uso general. No indicado para estructuras en medios agresivos.
Cemento portland con escoria	CPE	89-65	—	11-35		
Cemento portland compuesto	CPC	98-65	Dos o más, con $P + E + F \leq 35$			Uso general. Obras hidráulicas, hormigones en masa, fundaciones y estructuras en medios agresivos.
Cemento portland puzolánico	CPP	85-50	15-50			Uso general. Obras hidráulicas, hormigones en masa, fundaciones y estructuras en medios agresivos.
Cemento de alto horno	CAH	65-25		35-75		Obras hidráulicas, hormigones en masa, fundaciones y estructuras en medios agresivos.

De acuerdo con la resistencia mecánica mínima exigida a la compresión a 28 días, expresada en MPa ($1 \text{ MPa} = 10.2 \text{ kg/cm}^2$), los cementos se clasifican en CP30, CP40 y CP50. La resistencia mecánica se halla mediante probetas de mortero de cemento (Norma IRAM 1622). Los números que acompañan a la sigla CP indican la resistencia mínima a la compresión a los 28 días.

En general, la industria del hormigón elaborado usa el CP40 para sus formulaciones; los CP30 son elegidos para hormigones convencionales o bien cuando, por razones de durabilidad, se necesita un alto contenido de

cemento, sin requerimientos de altas resistencias.

- El denominado cemento portland normal se obtiene de la molienda de clinker de cemento portland y yeso, como regulador de fraguado.
- El cemento portland con filler calcáreo se obtiene de la molienda de clinker de cemento portland con requerimientos de alta pureza y el agregado de pequeñas cantidades de yeso, como regulador del fraguado.
- En cuanto al cemento portland puzolánico, éste se logra agregando puzolanas y yeso,



como regulador de fraguado, en la molien-
da de clinker de cemento portland.

- Por otra parte, el cemento portland de alto horno se obtiene de la molien-
da de clinker de cemento portland, yeso como regulador de fraguado y escoria de alto horno.

Existen cementos con determinadas propie-
dades especiales para estructuras que
requieren de hormigones con condiciones de
durabilidad diferenciales. Son los mismos
cementos de uso general con propiedades
especiales, aunque no todos los cementos de
uso general (CPN, CPC, CPF, CPE, CAH o
CPP), en sus diferentes categorías, se fabrican
con las propiedades especiales. Estos cemen-
tos deben cumplir con los requisitos espe-
cificados en la Norma IRAM 50 001 y son:

- **Altamente resistente a los sulfatos (ARS).** Se usa en estructuras expuestas en contacto con aguas o en ambientes con alto contenido de sulfatos.
- **Bajo calor de hidratación (BCH).** Está indicado para estructuras masivas, en las cuales se debe controlar la generación de calor en el interior de la masa de hormigón –de lo contrario, se pueden generar fisuras térmicas–.
- **Resistente a la reacción álcali-agregado (RRAA).** Se ajustan a hormigones con áridos potencialmente reactivos.
- **Alta resistencia inicial (ARI).** Su resistencia a la compresión a los 28 días debe ser superior a los 50 MPa; por lo tanto, sólo se fabrica en la categoría CP50.
- **Moderadamente resiste a los sulfatos (MRS).** Se los encuentra en los cementos portland normal (CPN)
- **Blanco (B).** Su trabajabilidad y óptima retención de agua, lo hacen ideal para trabajos especiales donde la blancura y la resistencia son fundamentales para el proyecto. Su uso en pastinas, revestimientos

y pisos “terrazo” es altamente recomendado por las prestaciones finales que se obtie-
nen. Los cementos portland blancos son de muy bajo contenido de hierro –para garan-
tizar su color–.

¿Cómo conservar y almacenar el cemento?

El cemento debe ser protegido de la hume-
dad; porque, en general, tiende a
deteriorarse, ya sea durante el transporte de
largas distancia o bien en las obras. Por este
motivo, el almacenamiento del cemento
embolsado se realiza en depósitos cerrados y
totalmente impermeables.

Al respecto, es recomendable tomar medidas de seguridad:

Para **cementos envasados:**

- Las bolsas se apilan sobre plataformas de madera, para separarlas del piso; también deben estar separadas de las paredes a una distancia de, por lo menos 15 cm.
- Se conservan en su envase original hasta el momento de su empleo.
- El almacenamiento se organiza de modo tal de utilizar las bolsas en el mismo orden en que fueron recibidas; su empleo se efectúa en el mismo orden.



**Forma de acopio de las bolsas, Fematec-2005
–Feria internacional de materiales y tecnolo-
gías para la construcción–; www.fematec.com**



- Los cementos de distinto tipo, marca o partida, se almacenan separadamente.
- Se evita el acopio de bolsas por más de dos meses.
- Si el cemento portland estuvo almacenado durante un período mayor de sesenta días en bolsas originales o de ciento ochenta días en silos, antes de su empleo debe ser reensayado, para verificar si se cumplen los requisitos de calidad requeridos por la respectiva norma.
- Durante el traslado, las bolsas no se arrastran por el piso ni se arrojan desde lo alto.

Para **cementos a granel**:

- Los silos de almacenamiento son limpios, secos y bien ventilados, capaces de proteger de la acción de la intemperie. Al inicio de la obra y a intervalos no mayores de un año, se verifica que los silos no permitan el pasaje de agua.
- Las tolvas de transporte son estancas (compuertas de carga, techo, uniones soldadas, y compuertas para carga y mantenimiento).
- En los sistemas de descarga de cemento, se interponen trampas de agua con aire comprimido.
- Se evita la contaminación con sustancias tales como: azúcar, almidón, compuestos de plomo, cobre, zinc, etc., ya que éstas retardan o detienen el fraguado.

Para tener en cuenta por razones de seguridad

Dado que el cemento es un ligante hidráulico, al estar en contacto con el agua o con la humedad se produce una reacción alcalina.

Por esto, en lo posible, se debe evitar el contacto con la piel. En el caso de contacto con los ojos, es necesario enjuagar inmediatamente con abundante agua y consultar al médico.



Actividad 1.2

Seguimos resolviendo nuestra situación problemática.

- **¿Qué tipo de cemento tendrá el hormigón de nuestra obra? ¿Por qué marca (fábrica) nos decidiremos?**

Es un buen momento para pedir a los alumnos que hagan un relevamiento de las fábricas de cemento existentes en nuestro país y que busquen las fichas técnicas del tipo de cemento que cada una produce.

Una vez en posesión de las características técnicas de cada tipo de cemento, conviene realizar una tabla de doble entrada que indique: Fábrica / Tipo de cemento.

Analizamos, con los alumnos, la conveniencia o no de adoptar un determinado tipo de cemento.

Finalmente, encaramos la elección, teniendo en cuenta las especificidades técnicas, en concordancia con el uso que se le dará y el costo.

El costo de la bolsa de cemento puede buscarse en la revista *Vivienda*⁷ o bien a través de los distintos corralones de materiales de la zona.



Presentado este apartado, que consideramos fundamental, volvamos a nuestro material estructural: el hormigón, y analicemos sus propiedades y especificidades.

El hormigón fresco

En su primera fase de elaboración, el hormigón está en estado líquido; es el denominado **hormigón fresco**.

El hormigón se designa como **fresco**, en tanto pueda ser manipulado y compactado sin afectar su proceso de endurecimiento.⁸

⁷ www.revistavivienda.com.ar

⁸ Reglamento CIRSOC 201. Capítulo 2. Definiciones del artículo 2.1.2. h.



El hormigón se presenta en el estado fresco durante un período corto de tiempo (2 a 4 horas); luego de mezclado, es maleable y plástico, lo que permite su transporte, su colocación en el encofrado del elemento estructural correspondiente, su compactado y su terminación.

Una vez compactado, el hormigón experimenta una desagregación de los sólidos. A su vez, parte del agua usada en la mezcla se desplaza hacia la superficie. Este último proceso se denomina: **exudación**.

En un hormigón bien diseñado (con distribución granulométrica y relación agua-cemento, adecuadas), la exudación debe ser mínima. De este modo, se evitan las fisuras de retracción plástica y las fisuras de asentamiento plástico.

Las **fisuras de retracción plásticas** se observan en elementos estructurales planos o cáscaras, en los que una dimensión no es significativa frente a las otras dos; es el caso de las losas que, sometidas a agentes atmosféricos que favorecen una rápida evaporación del agua superficial, se fisuran debido a la diferencia de contracción entre la superficie y el interior. Esta diferencia se provoca cuando la velocidad de evaporación es mayor que la de exudación. En este proceso, en el hormigón se producen tensiones superiores a su resistencia; por ese motivo, se desarrollan fisuras en la superficie. Estas fisuras resultan, en general, poco profundas, cortas y sin ninguna dirección establecida.

En cuanto a las **fisuras de asentamiento plástico**, se las visualiza en las vigas, tabiques, columnas y, también, en las losas, cuando la exudación es excesiva. Este exceso provoca la disminución del volumen del hormigón. En las zonas donde el movimiento del hormigón en estado fresco está restringi-

do (por ejemplo, en los lugares de las armaduras superficiales) se producen fisuras.

En el caso de las vigas de hormigón fresco, las armaduras longitudinales superiores y los estribos provocan restricciones; en coincidencia con esa zona, se producen las fisuras por asentamiento.

Algo similar ocurre con las columnas. Estas fisuras provocan una disminución en la durabilidad del hormigón y en la adherencia acero-hormigón, y el recubrimiento queda disminuido.

El pasaje del estado fresco al endurecido constituye el proceso de fraguado.

Fraguado. El fraguado consiste en el pasaje del hormigón fresco al hormigón sólido. Su duración es de 4 a 10 horas, aproximadamente.

La velocidad de fragüe depende del tenor de aluminato tricálcico –que da la reacción rápida–.

En el fraguado, además, intervienen los factores de humedad y de temperatura: a mayor humedad y mayor temperatura, se acelera el proceso de fragüe; las bajas temperaturas (en zonas frías) retardan este proceso y, por debajo de los 5 °C, prácticamente lo detienen.

Así, la temperatura ideal de fragüe es 20 °C.

El proceso que sigue al fragüe es el endurecimiento.

Endurecimiento. Este proceso se debe a la reacción de los silicatos tricálcicos y bicálcicos, que ya comienzan a reaccionar y actuar cuando entran en contacto con el agua.



Precisamente, cuando el agua toma contacto con el silicato tricálcico del cemento, éste se hidrata (toma agua); entonces, la masa de hormigón adquiere una resistencia que aumenta rápidamente. En el primer mes toma el 95 % de la resistencia total; luego, la resistencia crece –pero, lentamente– por varios años, debido a la hidratación del silicato bicálcico.

¿Cuándo termina el proceso de endurecimiento?

?

El proceso finaliza cuando todas las partículas del cemento quedan hidratadas o bien cuando se agota toda el agua de la masa de hormigón.

¿Por qué es importante la presencia del agua?

?

Es importante porque debe evitarse la interrupción del proceso de hidratación, ya que de éste depende la resistencia; sobre todo, en los primeros días.

¿Qué cantidad de agua es necesaria?

?

Para que la hidratación sea completa, sólo es necesario un 40 % de agua en relación con el peso del cemento; por ejemplo, para 40 kg de cemento se necesitan 16 l de agua. Para ser trabajable, esta cantidad suele ser superior. De ese 40 % de agua, 25 % reacciona con los silicatos; 15 % es necesaria como vehículo de la hidratación, pero no reacciona, sino que queda como agua suelta (vaporizable).

La cantidad de agua que no se combina químicamente se evapora; esta situación provoca la disminución del volumen del gel de cemento. Esta disminución es la que se denomina **contracción de fragüe**.

Durante los primeros días, cuando el hormigón no tiene suficiente resistencia, la

contracción de fragüe puede originar fisuras sumamente importantes.

Veamos, cuáles son los factores que influyen en esta contracción:

- La humedad relativa ambiente. La máxima deformación por fraguado ocurre en los edificios con calefacción o en las zonas de clima extremadamente seco.
- La contracción final depende de la edad o del grado de madurez del hormigón al comienzo del desecamiento. Si el hormigón se mantiene húmedo por el término de un año, es posible reducir la contracción final en un 40 %. Para el tiempo normal de curado (10 a 28 días), la influencia de la edad es mínima –en la realidad, se desprecia–.
- El espesor del elemento estructural también influye. Para estructuras comunes, la contracción final se produce entre los 2 y 4 años; para espesores de más de 1 m se llega a 15 años, ya que su secado es más lento (En el interior alcanza mayor grado de madurez al comienzo de la desecación y muestra una contracción final menor).
- Un elevado contenido de cemento y/o una relación agua-cemento alta, aumentan las contracciones por fraguado. Por ello, siempre se aconseja utilizar menos de 400 kg de cemento por m³ de hormigón.
- La temperatura que rodea al hormigón también influye. En el invierno, la contracción de fraguado se detiene.

¿Cuánto dura la contracción de fraguado?

?

Se inicia inmediatamente de colocarse el hormigón; a medida que el hormigón envejece, va disminuyendo. A los 50 días, sólo ha desarrollado el 40 % del total, mientras que el 60 % restante tarda años en hacerlo.



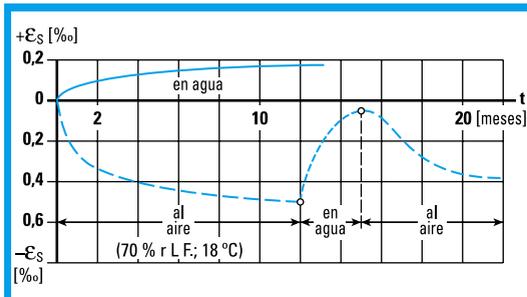
¿Cómo se soluciona el problema de la contracción de fraguado?

?

Si se lo mantiene sumergido en agua o a elevada humedad ambiente, el hormigón absorbe el agua y se expande. De este modo, se posibilita revertir la contracción de fraguado hasta que el hormigón alcance la resistencia necesaria.

Es importante destacar que, tanto la contracción de fraguado como la expansión, constituyen deformaciones que no dependen de las cargas. Son función de las tensiones capilares, del tiempo o de la edad del hormigón, y, especialmente, de las condiciones climáticas: temperatura y humedad ambiente.

El siguiente gráfico nos permite observar la relación de la deformación en el tiempo (por contracción y expansión), en función de la situación del hormigón en cuanto a su tenor de humedad y temperatura.



Contracción y expansión de un hormigón con resistencia Z 275 y un contenido de cemento de 300 a 350 kg/m³ (según A. Hummel, en Leonhart, Fritz; Mönnig, Eduard, Estructuras de hormigón armado)

El proceso para evitar la contracción de fraguado se denomina curado.

Curado. El curado se debe iniciar inmediatamente después que el hormigón se ha endurecido lo suficiente, para que el método del curado no perjudique su superficie.

Durante este proceso se evita la pérdida de humedad interna, de allí que se deba mantener al hormigón permanentemente humedecido, a una temperatura lo más constante posible, protegiéndolo de las bajas temperaturas y de las acciones mecánicas que lo puedan perjudicar.

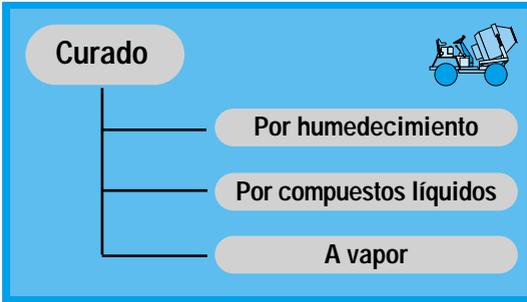
Consideremos los períodos mínimos de curado:

- Para elementos estructurales con mínima dimensión lineal -75 cm o menor-: 7 días a partir del momento de colocación del hormigón (aunque se aconseja seguir regando durante 7 días más). La temperatura del aire en contacto con el hormigón será de 10 °C.
- Con cemento de alta resistencia inicial o acelerador efectivo de resistencia (autorizada): 4 días.
- En caso que los ensayos de endurecimiento para juzgar las condiciones de curado y protección del hormigón indiquen que el hormigón ha adquirido una resistencia media de, por lo menos, 75 % de la resistencia característica, y que las probetas mantenidas junto a los elementos estructurales que representan se encuentren curadas en las mismas condiciones que ellos, entonces puede darse por terminado el curado.
- Si las estructuras van a estar en contacto con agentes agresivos, los períodos de curado son de 10 días en el caso a y de 7 días en el caso b. No tiene validez lo expresado en el punto c.

Si, después de un tiempo, se reanuda el curado y se satura el hormigón con agua, vuelve a ocurrir el proceso de hidratación y, como consecuencia, sucede lo mismo que con el endurecimiento; aumentándose la resistencia.



El curado puede realizarse:



El curado por humedecimiento. Durante el período de curado, el hormigón permanece permanentemente humedecido, a través de riego con agua que no contenga aceites, grasas ni sustancias que puedan producir efectos desfavorables sobre el hormigón o sobre las armaduras.

Asimismo, el agua debe cumplir con las condiciones de potabilidad, y contener una cantidad máxima de cloruros y sulfatos. Por ejemplo: para hormigones simples, la cantidad máxima de cloruros es de 2000 partes por millón y de sulfatos, 1500 partes por millón.

Otro recaudo es el agua no manche ni decolore las superficies de la estructura.

¿Cómo se coloca el agua? Puede aplicarse directamente sobre la superficie del hormigón o sobre arpillera, tela de algodón, manto de arena o materiales similares en contacto directo con la superficie de la estructura, de modo de retener la humedad durante el tiempo establecido.

A los efectos de evitar el lavado del hormigón, el agua no se aplica a presión, ni se permite que escurra sobre la superficie.

El primer día, el agua se aplica en las horas de mayor incidencia solar; en los otros, por la

mañana y por la tarde.

No es apropiado utilizar agua muy fría, por cuanto la diferencia de temperatura con el calor de hidratación interior puede dar lugar a la formación de fisuras superficiales.

Cuando finaliza el curado, se eliminan todos los restos de los materiales empleados.

El curado por compuestos líquidos. Permite la formación de membranas de curado:

- El líquido se ajusta a lo establecido en la norma IRAM 1675.
- En el caso del hormigón fresco, la colocación se hace después de finalizadas las operaciones de terminación de la superficie, y posterior a la desaparición de la película brillante de agua libre existente sobre la superficie, mientras ésta aún se encuentra húmeda.
- En el caso del hormigón endurecido, inmediatamente después de haber desencofrado, se elimina todo resto de material suelto y, sin pérdidas de tiempo, se procede a saturarlo con agua. Luego de haber desaparecido la película brillante de agua superficial y mientras la superficie aún se encuentra húmeda, se coloca el líquido.

El curado a vapor. Se utiliza para el curado de elementos premoldeados. Este procedimiento sólo puede ser utilizado cuando el hormigón ha sido elaborado con cemento portland normal y no contiene aditivos aceleradores de resistencia. En el caso que se quiera hacer el curado por este método con el empleo de otros tipos de cemento, se necesita la autorización escrita del director de obra⁹.

⁹ Se puede profundizar este tema en el artículo 10.3.2.3. del capítulo 10 del Reglamento CIRSOC 201.



Dosificación del hormigón

 **Actividad 1.3**

¿Cuándo decimos que un hormigón está correctamente dosificado?

Para nuestro problema:

¿Cómo vamos a determinar la dosificación del hormigón?



Para la primera pregunta respondemos: Un hormigón está correctamente dosificado si satisface los siguientes requerimientos:



Veamos en detalle cada una de estas propiedades que debe tener el hormigón

En cuanto a la resistencia. Ya hemos dicho que la resistencia está dada por la reacción química (hidratación) que se produce entre el cemento y el agua. Pero, si bien el agua es un elemento importantísimo, ¿se agrega en cualquier cantidad? ¿Qué sucede si hay exceso de agua?.

También planteamos que sólo el 40 % se requiere para el proceso de hidratación; el resto se evapora dejando poros y conductos capilares que debilitan al hormigón.

Entonces, una cuestión que debemos considerar con nuestros alumnos para el logro de la resistencia apropiada es la **relación agua-cemento**.

Es común que, durante el proceso de elaboración y con el fin de lograr una comodidad en su colocación, se agregue agua en exceso. ¡Cuidado! Esto puede hacer que la resistencia real sea inferior a la calculada.

Otra pregunta que, a esta altura, seguramente muchos de nosotros nos estamos haciendo es la siguiente: Si la **pasta cementicia** es la que le da resistencia al hormigón, ¿para qué los otros agregados?

Para dar respuesta a esta pregunta, veamos cómo es el proceso de hidratación del cemento.

Durante el proceso de hidratación, se produce un aumento de temperatura con desprendimiento de calor (proceso exotérmico); esto hace que la pasta aumente de volumen. Durante el proceso de enfriamiento, se produce una contracción, con tensiones de gran magnitud; éstas no pueden ser soportadas por la pasta cementicia, provocándose fisuras.

Entonces, la presencia de agregados, gruesos y finos –que son inertes, pues no participan de la hidratación– cumple la función de reducir estas tensiones a valores compatibles con los que puede soportar el hormigón y,

Si no se agregaran estos materiales inertes, se requerirían 1600 kg de cemento por m^3 de hormigón (lo que resulta antieconómico).

además, permiten reducir la cantidad de cemento necesario. De esta manera, la cantidad se reduce casi a un quinto; porque, aproximadamente, para estructuras de hormigón armado y a los efectos de proteger la armadura contra los efectos de la corrosión se necesitan, como mínimo, 280 kg de cemento por m^3 , como máximo, 500 kg/m^3 (CIRSOC).



Hecha esta aclaración, volvamos a la **relación agua-cemento**.

Veamos las exigencias de la Norma CIRSOC para esta relación.

- Estructuras de hormigón armado en contacto con suelos húmedos no agresivos o con aguas naturales no agresivas (caso de fundaciones). La máxima relación agua-cemento del hormigón, en peso, es de $0,50 \pm 0,02$.

En ningún caso, la relación agua-cemento podrá exceder estos límites.

- Estructuras de hormigón armado expuestas al aire en atmósferas no agresivas, en zonas de clima lluvioso o semi-árido, con temperaturas inferiores a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (excepcionalmente). El hormigón tendrá una relación agua-cemento de $0,52\text{ kg/m}^3 \pm 0,02$.
- Estructuras protegidas (baños, cocinas y similares). La relación agua-cemento está dada por los requerimientos de resistencia y trabajabilidad.

Si la consistencia de la mezcla no resulta adecuada para su colocación en lugares difíciles (cuando el hormigón se elabora en obra), excepcionalmente podrán incrementarse los contenidos de valores de

agua y de cemento a los mínimos necesarios (se hará en el momento de la mezcla del hormigón en la hormigonera).

En esta página mostramos un gráfico que nos permite analizar la relación agua-cemento en función de la resistencia a la compresión del hormigón.

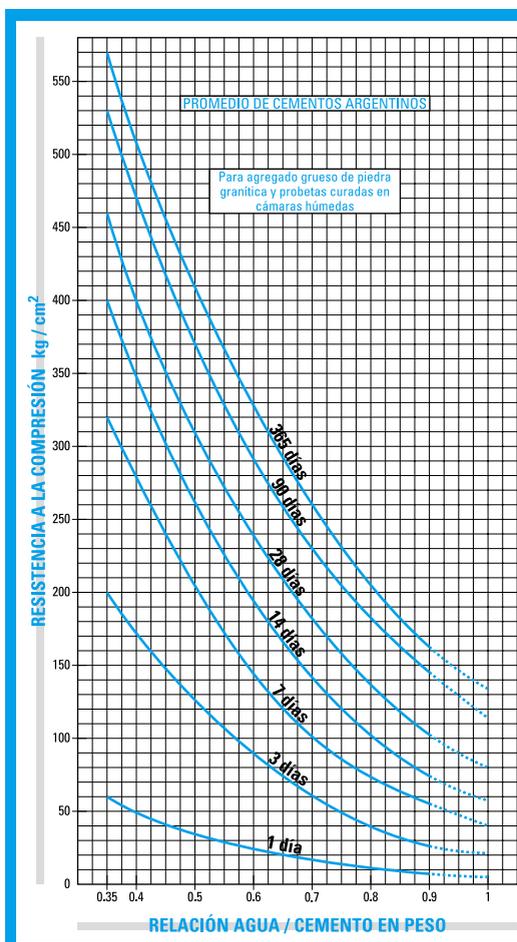
¿Qué propiedades debe tener el agua de amasado y/o curado?

La cantidad de agua que contiene el hormigón fresco y que se usa en el cálculo de la relación agua-cemento es la que se denomina **agua de amasado**.

En el hormigón, el agua de amasado sirve para tres cuestiones fundamentales:

Los hormigones con piedra partida, a igualdad de relación agua-cemento, poseen mayor resistencia que los que tienen canto rodado. Por ello, se aconseja incrementar en 30 kg/cm^2 la tensión con la que se entra en la tabla, para cuando se utiliza canto rodado.

Relación agua-cemento en función de la resistencia a la compresión del hormigón (Perlés, Pedro. 2003. Hormigón armado. Nobuko. Buenos Aires)



- hidratar el cemento.
- asegurar el proceso de trabajabilidad,
- permitir una buena compactación del hormigón.

La norma IRAM 1601 es la que fija la composición química y física:

Tabla 2. Composición química y física permitida para el agua de amasado y/o curado

Característica química	Unidad	Mínimo	Máximo
Residuo sólido	mg /dm ³	—	5000
Materia orgánica (expresada en oxígeno consumido)	mg /dm ³		
pH	mg /dm ³	5.5	8
Sulfato (expresado como SO ₄ ²⁺)	mg /dm ³		1000
Cloruro en hormigón simple	mg /dm ³	—	2000
(expresado como Cl ⁻) en hormigón armado convencional	mg /dm ³	—	700
en hormigón pretensado	mg /dm ³	—	500
Hierro (expresado como Fe)	mg /dm ³	—	1

Tabla 3. Relación agua-cemento en peso, de acuerdo con el tipo de estructura y con las condiciones climáticas¹⁰

Condiciones a la que está sometida la estructura	Relación agua-cemento en peso		
	Clase de estructuras		
	Pilotes, muros delgados, vigas y columnas de edificios al exterior	Tanques de agua, cañerías a presión, diques de secciones delgadas	Muros gruesos, fundaciones, diques de secciones gruesas
Extremas. Climas severos con alteraciones de humedecimiento y secado, congelación y deshielo. Estructuras en contacto con aguas de mar o con aguas sulfatadas, tanto en climas severos como en moderados.	0.49	0.49	0.53
Severas. Climas severos, con estructuras expuestas a la lluvia, a la nieve, a la congelación y al deshielo. Climas moderados, con estructuras expuestas a la alteración por humedecimientos y secados (estructuras hidráulicas).	0.53	0.53	0.60
Moderadas. Climas moderados, con estructuras expuestas a la intemperie pero sin estar en continuo contacto con el agua. Hormigones completamente sumergidos pero protegidos de la congelación.	0.60	0.53	0.60
Protegidas. Están incluidos los elementos de las estructuras comunes, hormigón debajo de terreno sin estar sujeto a la acción corrosiva de aguas subterráneas, congelación ni deshielo.	0.60	0.53	0.73

En cuanto a la durabilidad. Se dice que un hormigón cumple con esta propiedad cuando posee la capacidad de resistir a los agentes agresivos que existen en el medio ambiente que lo rodea.

¿Cuándo un hormigón tiene mayor durabilidad? ¿Qué condición debe cumplir?

Un hormigón tiene mayor durabilidad cuando la relación agua-cemento es baja; porque, de este modo, al tener menor cantidad de agua, tiene menor cantidad de poros y vasos capilares que se forman en el momento de la evaporación –que, como vimos anteriormente, es por donde pueden penetrar los agentes agresivos–.

La siguiente tabla permite observar la relación agua-cemento recomendada por la norma, para se cumplan las condiciones de durabilidad:

¹⁰ García Balado, Juan. *Método para la dosificación de hormigones*. Instituto del Cemento Portland Argentino. Buenos Aires.



Los valores son para hormigones adecuadamente curados. Para condiciones de curado menos favorables deben adoptarse relaciones agua-cemento más bajas.

En cuanto a la trabajabilidad y al costo. La **trabajabilidad** se traduce en la mayor o menor facilidad de colocación y terminación del hormigón en la estructura; porque, en estado fresco, el hormigón tiene que poder ser transportado sin que se separen sus componentes.

La trabajabilidad depende de las características de la obra. Lo importante es que el hormigón, en el momento de ser colocado, llene todos los huecos, envolviendo totalmente a las armaduras, sin dejar quedades¹¹.

Para que esta situación se dé, resulta necesario que la mezcla posea determinada fluidez. Esta fluidez se mide por lo que se denomina **consistencia**.

¿Qué es la consistencia? La consistencia es el grado de facilidad con que una mezcla puede cambiar lentamente su forma.

Las mezclas muy secas o muy fluidas no

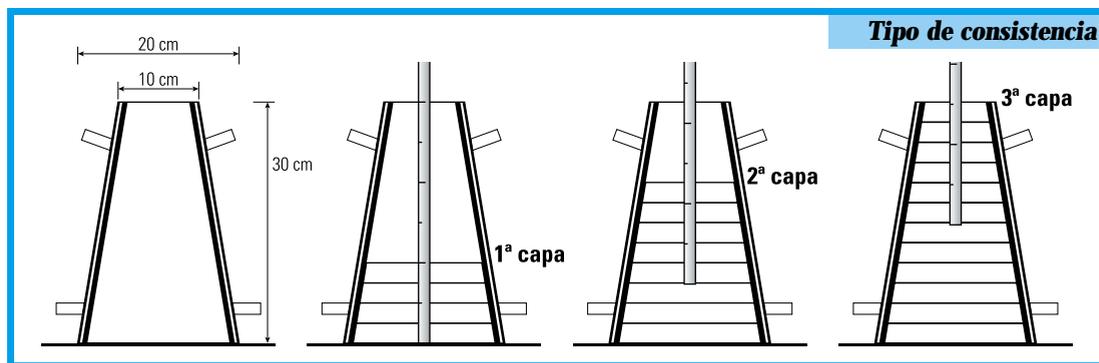
cumplen con esta condición, ya que las primeras no pueden ser compactadas adecuadamente y las segundas, al ser manipuladas, pierden su homogeneidad –pues se segregan, al asentarse los agregados gruesos–.

Ahora bien, ¿cómo se determina la consistencia? Existen diversos métodos; pero, el más usual es el **Cono de Abrams**¹².

En él se usa un tronco de cono de chapa de 30 cm de altura y 10 cm de diámetro menor de una de sus bases y 20 cm de diámetro de la base mayor.

El molde se llena con una mezcla en 3 capas iguales. Se las compacta por medio de 25 golpes que atraviesan la capa a compactar, pero no las inferiores, con una varilla de acero liso de 60 cm de largo y 16 mm de diámetro. Cuando se llega a la capa superior, se enrasa con cuchara, para dejar la superficie del hormigón lisa.

Luego, se procede a desmoldar y a colocar una regla horizontal sobre el molde. Con una regla vertical colocada sobre la mezcla, se mide el asentamiento producido. De acuerdo con el valor de este asentamiento –dado en cm–, se observa el tipo de consistencia del hormigón.



¹¹ Oquedad: Espacio que queda vacío, natural o artificialmente, en un cuerpo sólido. Diccionario de la Real Academia Española.

¹² Abrams era profesor del Instituto Lewis de Chicago, a comienzos del siglo XX.



Tabla 4.
Consistencia, asentamiento y características del hormigón

Tipo de consistencia	Asentamiento (cm)	Características del hormigón
Seca	0 a 1	Para usar con fuerte compactación o vibrado.
Semi-seca	1 a 5	Puede moldearse satisfactoriamente por compactación o vibrado.
Media	5 a 10	Hormigón plástico, fácilmente moldeable aunque requiera compactación para colocarlo en las estructuras.
Húmeda	10 a 15	Hormigón fácilmente colocable.
Fluida	15 a 20	Hormigón que puede ser vertido en el lugar.

Ahora, estamos en condiciones de responder a la primera pregunta que hicimos cuando comenzamos con el tema de dosificación. Entonces, proponemos la siguiente actividad:



Actividad 1.5

¿Cuáles son los parámetros que debemos tomar con respecto a:

- relación agua-cemento, en función de la resistencia de compresión,
- relación agua-cemento, en función de las condiciones de durabilidad,
- consistencia máxima y mínima,

para hormigonar la estructura de 

Tabla 5.
Consistencia y tamaño máximo del agregado grueso de acuerdo con el tipo de estructura

Tipo de estructura	Consistencia media por el cono de Abrams		Tamaño máximo del agregado grueso	
	máxima (cm)	mínima (cm)	mm	pulgadas
Muros armados de fundación y cimientos	13	5	38	1.5
Fundaciones, cajones y muros de hormigón simple	10	2	51	2
Losas, vigas, muros armados y columnas	15	7,5	25	1
Pavimentos	7,5	5	51	2
Estructuras de gran espesor	7,5	2,5	70-152	3-6

Recordemos la segunda pregunta que hicimos al comienzo de este subtema: *¿Cómo se determina la dosificación del hormigón para que sea trabajable?*

La primera, que hemos desarrollado hasta aquí, fue: *¿Cuándo decimos que un hormigón está correctamente dosificado?*

Para dar respuesta a esta pregunta, utilizamos las *Reglas del ingeniero Juan García Balado*, que son cuatro hipótesis verificadas en forma experimental:

Regla 1. La trabajabilidad depende del volumen compactado del agregado grueso.

Aquí, interviene el denominado **factor de trabajabilidad**:

$$b / b_0$$

Donde:



- b es el volumen absoluto del agregado grueso por unidad de volumen del hormigón.
- b_0 es el volumen absoluto del agregado grueso por unidad de volumen compactado de éste.

Regla 2. El contenido de agua está en función del volumen absoluto del agregado grueso por unidad de volumen del hormigón.

Regla 3. El volumen resultante de cualquier hormigón plástico es igual a la suma de los volúmenes absolutos de todos los materiales componentes: cemento, agua y agregados.

Regla 4. Si se mantienen constantes los contenidos de agregado grueso y de agua por unidad de volumen del hormigón, cualquiera sea la relación agua-cemento, la trabajabilidad y la consistencia se mantienen invariables.

A través de un ejemplo concreto, veamos cómo se procede a determinar la dosificación del hormigón sobre la base de las reglas anteriores.



Actividad 1.6

Nos proponemos encontrar los m^3 de cada uno de los materiales que intervienen en el hormigón por m^3 de hormigón y el peso por m^3 de cada uno de los materiales, como así la proporción en peso de éstos.

Ubiquémonos en una estructura de un edificio con una resistencia media de 250 kg/cm^2 .



En este momento, para ser coherentes con el enfoque de resolución de problemas, convie-

ne que sus alumnos busquen los datos; en este caso, se trata de precisar los pesos específicos de los materiales que constituyen el hormigón: agregado grueso (canto rodado) y agregado fino (arena oriental gruesa); también se necesita precisar el módulo de finura de la arena¹³.

Supongamos que los estudiantes encuentran los siguientes valores:

- Agregado grueso. Canto rodado con $P_e = 2660 \text{ kg/m}^3$
- Agregado fino. Arena oriental gruesa con módulo de finura = 2,75
- Agregado fino. Arena oriental gruesa con $P_e = 2630 \text{ kg/m}^3$

Entonces, con los datos hallados, procedemos a la dosificación, de acuerdo con este procedimiento:

1 Determinamos el tamaño máximo del agregado grueso y del asentamiento:

Buscamos en la tabla 5 “Consistencia y tamaño máximo del agregado grueso de acuerdo con el tipo de estructura” y ubicamos que, para el tipo de estructura constituida por losas, columnas, vigas, corresponde un tamaño máximo de agregado grueso: 25 mm y un asentamiento entre 7,5 cm y 15 cm.

Aquí, debemos tomar una decisión respecto del asentamiento; por ejemplo, podemos elegir un valor intermedio de 12 cm.

¹³El **módulo de finura del agregado fino** es el número que da una idea de la granulometría del material. En una muestra de agregado fino, se define como módulo de finura al coeficiente que se obtiene al dividir por 100, la suma de los porcentajes retenidos acumulados sobre cada uno de los tamices de la serie IRAM: 4,75 mm (Nº 4); 2,36 mm (Nº 8); 1,18 mm (Nº 16); 0,600 mm (Nº 30); 0,300 mm (Nº 50); 0,150 mm (Nº 100). CIRSOC 201.



Las arenas suelen caracterizarse con un módulo de finura, que es un número que da una idea de la granulometría del material: A mayor módulo de finura, más gruesa es la arena.

Veamos cómo procedemos a la determinación de dicho módulo.

- 1 Tomamos una muestra de la arena, cuyo módulo de finura queremos calcular.
- 2 Pasamos la muestra por cada uno de los tamices de la Serie IRAM y pesamos la arena retenida en cada uno.
- 3 Con dichos valores, completamos la siguiente tabla.

Suponemos, en nuestro caso, la obtención de los siguientes valores:

Tamices IRAM	Retenido individual (g)	Retenido acumulado (g)	Retenido individual (%)	Retenido acumulado (%)	Pasante acumulado (%)
9,5 mm	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
4,75 mm	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
2,36 mm	20,0	20,0	4,0	4,0	96,0
1,18 mm	150,0	170,0	30,0	34,0	66,0
600 µm	140,0	310,0	28,0	62,0	38,0
300 µm	98,0	408,0	19,6	81,6	18,4
150 µm	51,5	459,5	10,3	91,9	8,1
Fondo	50,5	500,0	10,1	100,0	0,0

El módulo de finura se calcula como:

$$\frac{\sum \text{retenidos acumulados (\%)} \text{ en tamices (9,5 mm a 150 } \mu\text{m)}}{100} = \frac{0,0 + 0,0 + 4,0 + 34,0 + 62,0 + 81,6 + 91,9}{100}$$

Este módulo cumple con lo dispuesto en el artículo 6.2.2.1.1. del CIRSOC 201, que establece que el valor mínimo debe ser 2,3 y el máximo 3,1¹⁴.

Módulo de finura de la arena = 2.735

2 Determinamos el peso unitario de agregado grueso compactado –PUAGC–:

La siguiente tabla nos permite encontrar ese valor, en función del tamaño, y de si se trata de piedra partida o de canto rodado:

Tabla 6. Peso unitario del agregado grueso compactado

Tamaño máximo del agregado grueso	PUAGC en kg/m ³					
	9,5 mm	19 mm	25 mm	38 mm	51 mm	76 mm
Piedra partida	1427	1479	1522	1558	1598	1630
Canto rodado	1621	1655	1678	1716	1732	1765

Observamos que, para canto rodado y tamaño máximo de 25 mm, el PUAGC tiene un valor de 1678 kg/m³

¹⁴ IRAM 1627. Agregados. Granulometría de los agregados para hormigones.



3. Determinamos el volumen absoluto del agregado grueso por m³ de volumen compactado de agregado grueso:

$$\text{PUAGC} = \text{Peso específico} \cdot \text{volumen}$$

$$\text{Volumen} = \text{PUAGC} / \text{Peso específico}$$

Si llamamos b_0 al volumen absoluto del agregado grueso por m³ de volumen compactado de agregado grueso:

$$b_0 = 1678 \text{ kg/m}^3 / 2660 \text{ kg/m}^3$$

$$b_0 = 0,63$$

4. Determinamos el volumen compactado de agregado grueso por m³ de hormigón:

Para la determinación de este valor, entramos en la siguiente tabla, con el valor del tamaño máximo de agregado grueso y con el módulo de finura de la arena:

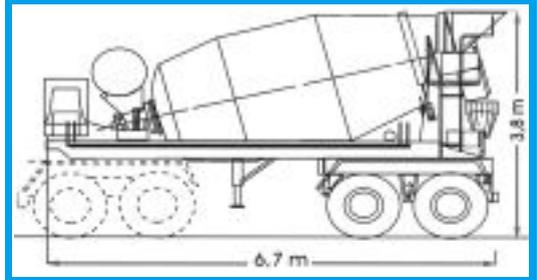


Tabla 7. Volúmenes compactados del agregado grueso por unidad de volumen del hormigón

Tamaño máximo del agregado grueso	Módulo de finura de la arena							
	2	2,20	2,40	2,60	2,75	2,90	3,10	3,30
	valores de b/b_0 en m ³							
25	0,72	0,70	0,69	0,67	0,66	0,65	0,63	0,60
38	0,76	0,75	0,73	0,72	0,71	0,70	0,68	0,66
51	0,79	0,78	0,76	0,75	0,74	0,73	0,71	0,70
76	0,82	0,81	0,80	0,79	0,78	0,77	0,76	0,75
152	0,87	0,87	0,86	0,85	0,84	0,83	0,82	0,81

Observamos que, para $m_f = 2,75$ y tamaño máximo de agregado grueso igual a 25 mm, corresponde un valor de $b/b_0 = 0,66$

$$b = 0,66 \cdot b_0$$

$$b = 0,66 \cdot 0,63$$

$$b = 0,42 \text{ m}^3$$



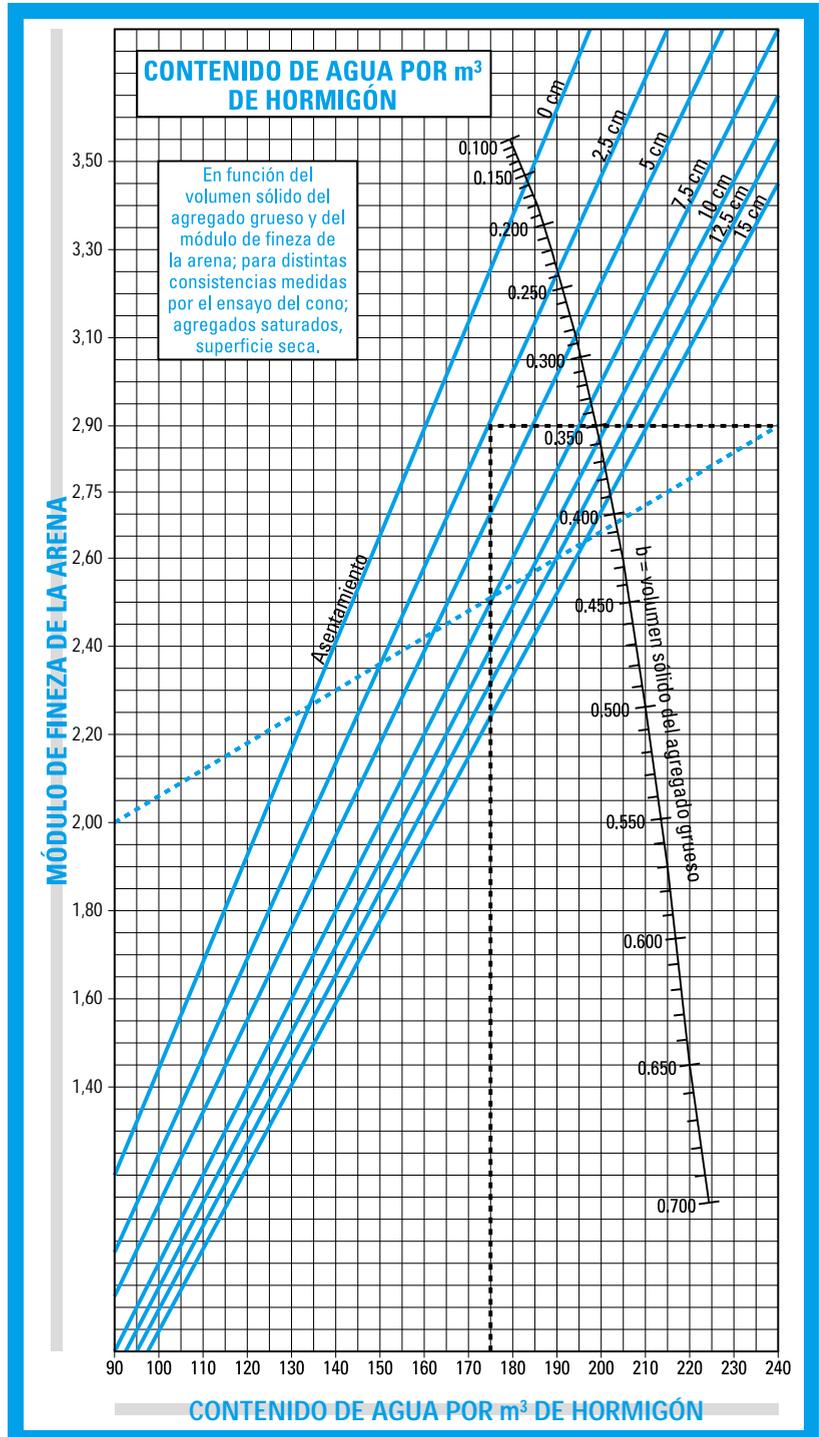
5. Determinamos el volumen de agua:

Para determinar el volumen de agua, utilizamos el siguiente gráfico.

Para ello, entramos con el módulo de finura = 2,75; b = 0,42 m³ y asentamiento = 12 cm

¿Cómo se procede? Se une con una recta el valor del módulo de finura –en este caso, 2,75– con el valor b = 0,42 m³. Esta recta corta a la línea de los asentamientos igual a 0,12. Por esta intersección se traza una perpendicular al eje de las abscisas, obteniéndose el valor buscado.

Para este caso, el valor de la cantidad de agua por m³ es: 190 l/m³.



6 Determinamos la relación agua-cemento:

Esta relación se determina según la condición de durabilidad y la de resistencia. De los dos, se elige la menor.

Para encontrar el valor por durabilidad, lo buscamos en la tabla 3 "Relación agua-cemento en peso." Corresponde $a/c = 0,60$.

Como estamos trabajando con canto rodado, a la resistencia a la compresión 250 kg/cm^2 le sumamos 30 kg/cm^2 ; entonces, calculamos una resistencia de 280 kg/cm^2 .

Buscamos el valor según el gráfico, en función de esta resistencia. El valor es: $0,52$.

Se considera esta última, por ser la menor.

7. Determinamos la cantidad de cemento en peso:

$$\begin{aligned} a/c &= 0,52 \\ c &= 190 \text{ l/m}^3 / 0,52 \\ c &= 365 \text{ l/m}^3 \\ c &= 365 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

8. Determinamos el volumen absoluto de arena:

$$\begin{aligned} \text{Volumen del cemento} &= \text{Peso} / \text{Peso específico} \\ &= 365 \text{ kg/m}^3 / 3150 \text{ kg/m}^3 \\ &= 0,120 \text{ m}^3/\text{m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volumen del agua} &= 0,190 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ \text{Volumen del canto rodado} &= 0,43 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ \text{Total} &= 0,74 \text{ m}^3/\text{m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Volumen de la arena} &= 1 \text{ m}^3 - 0,74 \text{ m}^3 \\ &= 0,26 \text{ m}^3/\text{m}^3 \end{aligned}$$

9. Determinamos los pesos de los materiales por m^3 de cada uno:

$$\begin{aligned} \text{Cemento} \\ P_{\text{cemento}} &= P_e \cdot V \\ P_{\text{cemento}} &= 3150 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,120 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ P_{\text{cemento}} &= 378 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Agua} \\ P_{\text{agua}} &= P_e \cdot V \\ &= 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,190 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ &= 190 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Arena} \\ P_{\text{arena}} &= P_e \cdot V \\ &= 2630 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,26 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ &= 684 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Canto rodado} \\ P_{\text{canto rodado}} &= P_e \cdot V \\ &= 2660 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,42 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ &= 1117 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

$$\text{Peso total} = 2369 \text{ kg/m}^3$$

10. Determinamos la proporción de cada uno de los materiales:

Tomamos el cemento como base 1

$$\begin{aligned} \text{Cemento} & 1 \\ \text{Arena} & 684 \text{ kg/m}^3 / 378 \text{ kg/m}^3 = 1,81 \\ \text{Canto rodado} & 1109 \text{ kg/m}^3 / 378 \text{ kg/m}^3 = 2,93 \end{aligned}$$

La proporción es:

$$\begin{array}{c} 1: 1,81: 2,96 \\ \text{cemento} \quad | \\ \text{arena} \quad | \\ \text{canto rodado} \quad | \end{array}$$

Volveremos a esta temática cuando hayamos diseñado la estructura de nuestra vivienda.



Elaboración y transporte del hormigón

La dosificación obtenida a través de un cálculo debe traducirse en la obra o en la

empresa proveedora de hormigón elaborado. Y, en este sentido, entran en juego los dispositivos de dosificación y pesaje que deben garantizar la determinación exacta de las proporciones de cada uno de los componentes: cemento, agua de amasado, agregados y aditivos.

Es importante el orden en que se introducen los materiales en la hormigonera.

Hormigón mezclado en obra. Una porción del agua de mezclado debe ser ingresada antes que los materiales sólidos. Los demás componentes, junto a los aditivos, se tienen que introducir antes del 1/4 de tiempo estipulado para el mezclado.

Los aditivos son incorporados en forma de soluciones acuosas.

Para hormigoneras de tipo convencional para pastones de hasta 1 m^3 , el tiempo de mezclado no es menor de 90 segundos a partir de que todos los elementos estén en la hormigonera. Por cada 750 cm^3 o fracción menor al indicado, el tiempo se incrementa en 15 segundos. El tiempo máximo de mezclado en condiciones normales de trabajo no supera los 5 minutos.

Si después de mezclado se produjera un falso fragüe, el remezclado se tiene que llevar a cabo sin el agregado de agua.

El Reglamento CIRSOC 201 en su capítulo 9, "Elaboración y transporte del hormigón a obra", establece algunas condiciones para las hormigoneras:

- La hormigonera estará provista de un contador de pastones y de un dispositivo de seguridad que le impida la descarga del hormigón si no ha transcurrido el tiempo de mezclado fijado.

Actividad 1.7

Una forma de evaluar si sus alumnos comprendieron conceptos y procedimientos, es que ellos, en forma individual o en un equipo de no más de tres integrantes, resuelvan situaciones problemáticas o bien problemas relacionados con la temática dada.

Por ejemplo:

Con el título de Maestro Mayor de Obras y, dado que se ha incrementado el mercado de la construcción, un grupo de alumnos decide trasladarse al sur de nuestro país. Allí, instalan una pequeña empresa de hormigón.

Una empresa constructora de la zona les encarga el hormigón para un edificio de vivienda plurifamiliar de tres pisos, con una superficie cubierta de 900 m^2 .

Una de las tareas es la de establecer la dosificación del hormigón.

Los alumnos, con su asesoramiento, deben fijar la resistencia media del edificio, buscar la relación agua-cemento, decidir si lo hacen con canto rodado o con piedra partida, calcular el valor del asentamiento, etc.

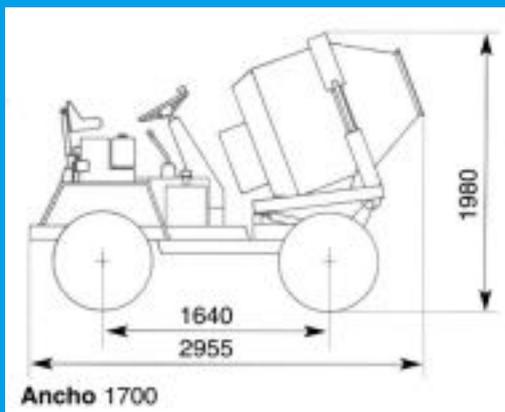
Usted puede presentar otra situación problemática, cambiando la zona de la edificación, encuadrándola en climas severos expuestos a la lluvia y nieve, y congelación y deshielo, incluyendo edificios en contacto con aguas de mar o con aguas sulfatadas, tanto en climas severos como en moderados, modificando el asentamiento, los agregados gruesos, los módulos de finura de la arena, etc.



- Las paletas del tambor de la hormigonera serán reparadas o reemplazadas, cuando su desgaste supere el 10 % de su altura original.
- El fabricante debe indicar el volumen útil del tambor, el que no podrá sobrecargar por encima de dicho volumen. También establecerá la velocidad de régimen, la que deberá respetarse.



Hormigonera autopropulsada



Esquema de hormigonera;
www.helixequipos.com.ar

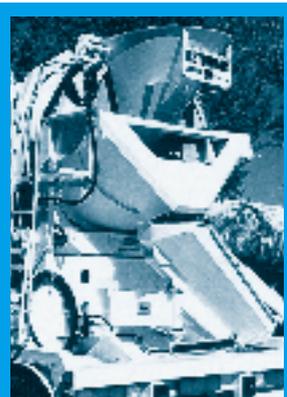


Hormigón elaborado. El hormigón elaborado es el hormigón dosificado en peso en una motohormigonera o en una planta industrial, el que se debe entregar a pie de obra antes del fraguado inicial.

Todas las condiciones establecidas para el hormigón dosificado en obra valen también para el hormigón elaborado.

Si el hormigón es mezclado en motohormigoneras (camiones mezcladores), el volumen de hormigón no puede exceder del 65 % del volumen del tambor. Si el mezclado se realiza en planta, el volumen contenido en el tambor no debe exceder el 80 % del volumen de este recipiente.

En el caso de mezclado en el camión mezclador, el ingreso de agua se hace con estricto control de su calidad y, preferentemente, al llegar el camión a obra. En ninguna circunstancia se hace el ingreso de agua mientras el camión está en tránsito.



Motohormigonera;
www.bentonmac.com

Dentro de los 30 minutos del contacto del cemento con el agua o con los agregados húmedos. Este tiempo máximo se reduce en épocas de temperaturas elevadas.

Colocación del hormigón y compactación. Según su consistencia y las particularidades de la obra, el hormigón puede ser transportado según los siguientes sistemas:



Fabricación en planta

- Cinta transportadora.
- Grúa.
- Tubo vertical.
- Bomba
- Plano inclinado, con largo máximo 3 m.
- Canal inclinado.

La colocación del hormigón debe hacerse a un ritmo constante en capas horizontales, desde una altura de caída que no supere los 50 cm –con el fin de evitar la segregación–.

El proceso de compactación es sumamente importante para la durabilidad del hormigón. Un hormigón compacto no sólo tiene implicancia en la durabilidad, sino también en la mejora de la impermeabilidad, en el incremento de la resistencia a la compresión y en la mejora de la adherencia del hormigón a la armadura.



Existen varios métodos que dependen de la consistencia del hormigón. El uso de vibradores, internos –a aguja– y externos –de encofrado–, es el más frecuente; puede usarse uno u otro, o bien en forma combinada.

¿Cuál es el procedimiento que se sigue?

El vibrador a aguja se introduce en el hormigón, a distancias más o menos regulares, y en forma rápida. Dejado un tiempo en la profundidad máxima, se lo debe levantar en forma suave, de modo que la superficie del hormigón vuelva a su forma original.

Cuando los hormigones son de elevada relación agua-cemento o con reducida retención de agua, o cuando la colocación ha sido difícil, es conveniente utilizar la técnica de revibrado. Por esta técnica se introduce el vibrador en la masa de hormigón precompacta –es decir, antes del inicio del fraguado–.

Con esta técnica se pueden llenar los vacíos producidos por el asentamiento del hormigón fresco alrededor de la armadura.



2. EL HORMIGÓN ARMADO: COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL

Para analizar el comportamiento estructural del hormigón armado, comenzamos preci-

sando qué significado tiene el concepto de estructura.



Actividad 2.1

Para construir este concepto, sugerimos que, en la actividad de recorrido por la escuela que desarrollamos al comienzo –o en la observación de la casa y/o el departamento donde viven, o en viviendas del barrio de los alumnos–, los estudiantes identifiquen los diferentes elementos constructivos.

Esta actividad también puede ser realizada a través de la búsqueda en revistas especializadas y, en ellas, identificando los diferentes elementos estructurales.

Seguramente, sus alumnos han observado elementos tales como: paredes de ladrillos macizos, techos, salientes verticales en las esquinas, salientes horizontales en la parte superior, ventanas, puertas, etc. De todos ellos, orientamos a los estudiantes para que detengan su mirada en los techos, en los elementos verticales ubicados en las esquinas y en los horizontales en la parte superior.

Esos elementos son: losas, columnas y vigas. Y, precisamente, ellos constituyen parte de los elementos estructurales; o sea, son parte de la estructura.

Actividad 2.2

Ya nos estamos aproximando a la respuesta; pero, antes analicemos una cuestión importante:

- ¿Cuál es el destino de las losas que están sobre la planta baja?
- ¿Cuál es el destino de las losas que están sobre el primer piso?
- ¿Tienen el mismo destino?

Si la respuesta a esta última pregunta es “No”; entonces preguntamos:

- La carga que soportan, ¿será la misma?
- Además de la carga según el destino, ¿qué otro tipo de carga soporta cada losa?

Entonces, la losa, que es uno de los elementos estructurales, recibe cargas, pero, ¿qué hace con ellas?

Si respondieron a todas estas preguntas, seguramente ya están en condiciones de precisar: ¿Cuál es la función de un elemento estructural?



Actividad 2.3

Una forma interesante de encarar esta temática es trabajar la siguiente propuesta:

Se plantea a los alumnos la búsqueda de información sobre edificios emblemáticos construidos en el mundo en diferentes épocas.

La información buscada debe especificar:

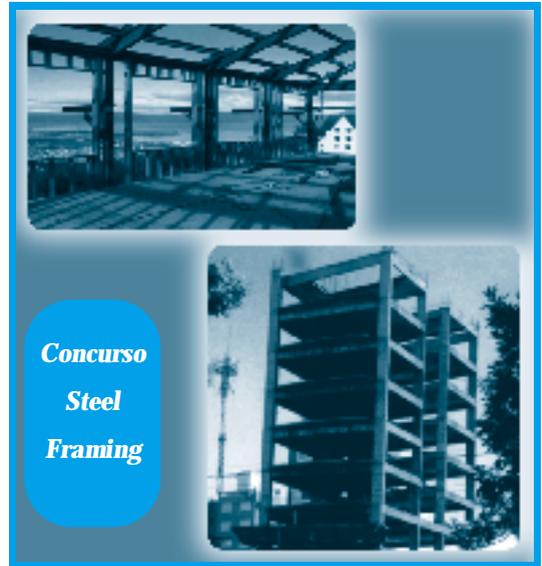
- Período en el que fue construido (importante para determinar la evolución de los materiales estructurales).
- Materiales estructurales.
- Materiales no estructurales.
- Tipos de elementos estructurales.
- Comparación entre las estructuras de los diferentes edificios.
- Vínculo con el diseño arquitectónico.



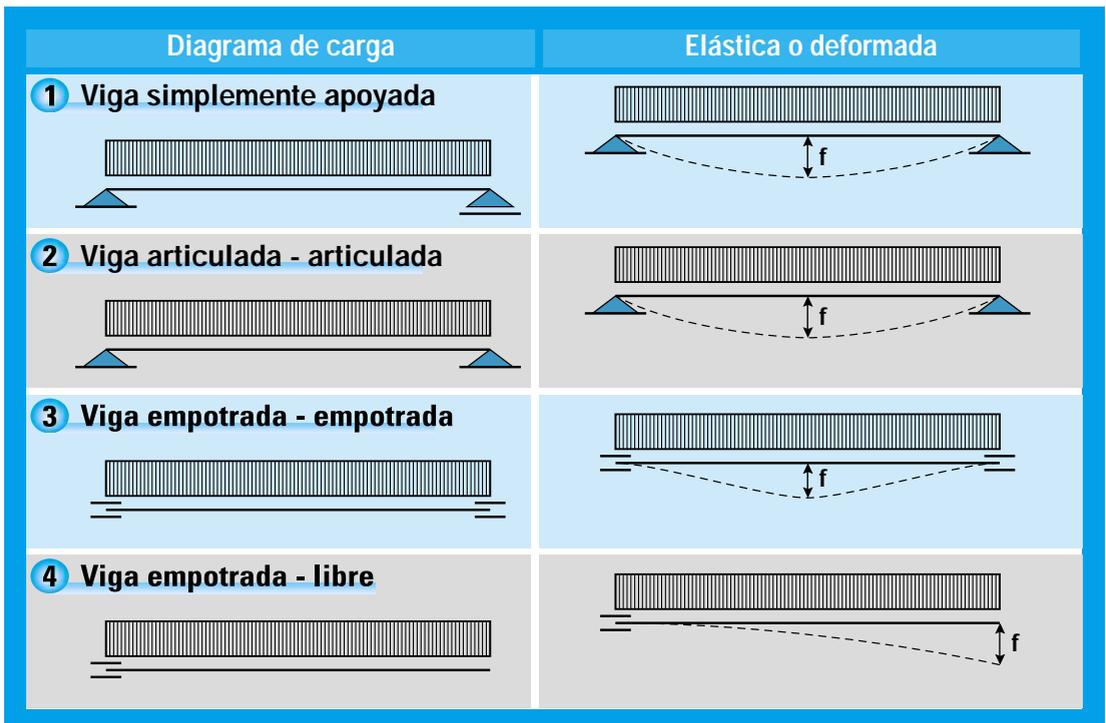
Conocimientos de Resistencia de Materiales aplicados al hormigón armado

En este momento de la tarea vamos a analizar el comportamiento estructural del hormigón armado, a partir de los conocimientos que nos proporciona la Resistencia de Materiales. Como los estudiantes de su curso ya tienen conocimientos de Estática y de Resistencia de Materiales, vamos a favorecer la integración de saberes –ésta es una estrategia fundamental de todo docente de cada espacio curricular y de cada asignatura técnica–.

Para comenzar, consideremos un elemento de la estructura de un edificio; por ejemplo, vigas.



Para vigas con diferentes condiciones de borde (tipos de apoyos), las elásticas correspondientes son:



En los casos 1, 2 y 3, la viga se deforma provocando una compresión en las fibras superiores y, en las inferiores, tracción, debido al esfuerzo de flexión.

En el caso 4, también por la flexión, la deformación provoca tracción en las fibras superiores y compresión en las inferiores.

Esto nos está indicando que la viga debe construirse con un material que trabaje muy bien, tanto a la compresión como a la tracción.

Veamos qué sucede en este sentido con el hormigón.

Como todo material pétreo, el hormigón trabaja muy bien a la compresión y mal a la tracción. Entonces, la viga no puede construirse sólo de hormigón, por lo que se ha buscado otro material que acompañe al hormigón.

El acero trabaja muy bien a la tracción y bien a la compresión. Además, tanto el acero como el hormigón tienen prácticamente el mismo coeficiente de dilatación: $0,01 \text{ mm/m } ^\circ\text{C}$.

Por este motivo, como material estructural se usa el hormigón con el acero, que se denomina **hormigón armado**.

Diagrama de deformación-tiempo

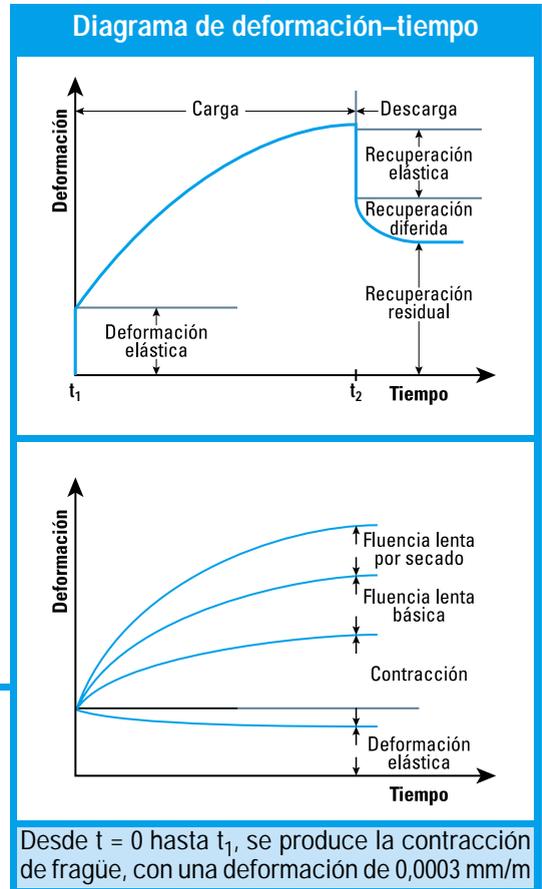
El diagrama surge de los ensayos a la compresión de probetas de hormigón

En t_1 se aplica la carga, lo que provoca una deformación elástica instantánea que desaparece cuando cesa la carga (por ejemplo, la carga provocada por el viento).

Sin incrementar la carga se produce una deformación del hormigón; es lo que se denomina **deformación diferida por fluencia lenta**. ¿Por qué?

En los microporos del gel de cemento queda retenida agua que no se combina. Por las cargas, el agua es impelida hacia los capilares y se evapora, provocando una disminución del volumen del gel (Esta situación se puede asemejar a lo que sucede cuando exprimimos una naranja).

El incremento de la deformación por fluencia es cada vez menor en el transcurso del tiempo. En estructuras al aire libre, se anula después de 15 a 20 años.



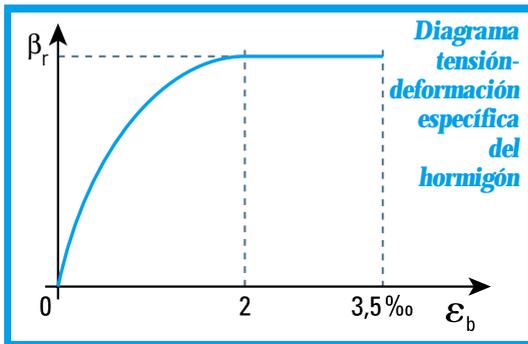
Si en t_2 se descarga, además de una recuperación elástica se produce una disminución adicional de la deformación, denominada **recuperación de fluencia**.

La fluencia está influida por el contenido de cemento y por la relación agua-cemento.

La deformación puede presentarse en el período en el cual no se produce evaporación del agua (fluencia lenta básica) o bien cuando el medio ambiente tiene baja humedad relativa (fluencia lenta por secado).

Diagrama de deformación-tensión

La Norma permite una simplificación del diagrama de tensión en función de la deformación. Esta simplificación es lo que se llama **método de la parábola-rectángulo**:



Este diagrama se basa en las siguientes hipótesis:

- Hipótesis de Bernoulli. Cuando se le aplica una carga, la sección transversal, perpendicular al eje de la pieza –que es plana antes de la flexión–, mantiene su estado plano al deformarse la pieza.
- Hipótesis de Navier. Como consecuencia de la primera hipótesis, las deformaciones de sus fibras son proporcionales a la distancia al eje neutro (eje donde las tensiones

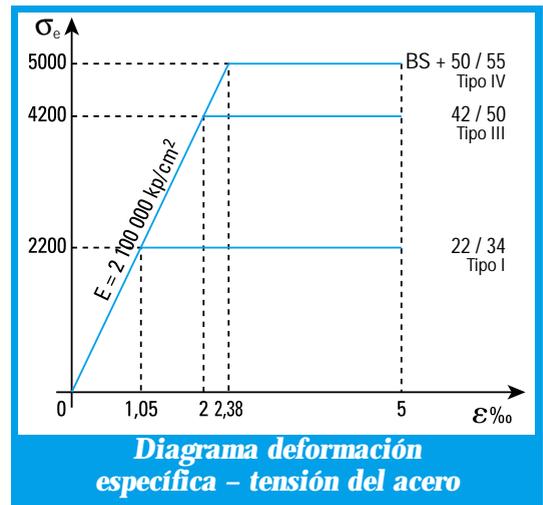
son nulas).

- No se considera la colaboración del hormigón en tracción.
- El diagrama que se adopta es parabólico hasta el -2 ‰ de la deformación y permanece constante hasta el $-3,5$ ‰, donde se produce la rotura del hormigón.

Hasta aquí analizamos el diagrama del hormigón.

Veamos qué sucede con el diagrama del acero.

De la misma manera que la Norma nos permite simplificar el diagrama del hormigón, también lo hace con el diagrama del acero. Entonces, para el acero se representa el siguiente diagrama (no consideramos la parte de compresión):



Los aceros para el hormigón dependen de las siguientes variables:

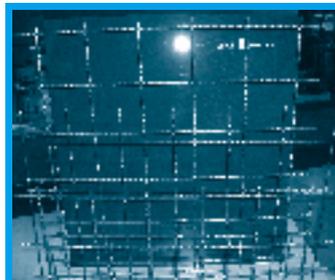
- **Superficie.** Lisa, con rugosidad de trafilado, nervurados.
- **Calidad.** Según el límite de fluencia, resistencia a la tracción, alargamiento de rotura.



- **Forma de fabricación.** Barras de sección circular, laminadas en caliente; barras conformadas, de dureza natural; barras de acero conformadas, de dureza mecánica, laminadas en caliente, y torsionadas o estiradas en frío.

En la siguiente tabla presentamos los tipos de acero que se usan en el hormigón con sus tensiones de fluencia y de tracción, de acuerdo con la Norma DIN:

Para dar respuesta a esta pregunta, veamos cuáles son los factores que alteran la resistencia. Entre ellos podemos mencionar:



Fematec 2005

Tabla 8. Tipos de acero que se usan en el hormigón

Tipo	Descripción	Resistencia característica kg/cm ²	Designación	Nomenclatura
I	Sección circular; laminado en caliente	Fluencia 2200 Tracción 3400	AL-22	β_{ST} 22/34
III	Conformado de dureza natural	Fluencia 4200 Tracción 5000	ADN-42	β_{ST} 42/50
IV	Conformado; laminado en caliente y torsionado en frío	Fluencia 4200 Tracción 5000	ADM-42	β_{ST} 42/55

- Variaciones fortuitas en la elaboración – variables impredecibles–.
- Disparidad en los controles de elaboración.
- Variaciones fortuitas en la composición.
- Alteraciones en la composición (por los operarios; por ejemplo, agregado de agua).

Tabla 9. Notación y características del acero según el CIRSOC y su comparación con la DIN

Tipo de acero según CIRSOC	Tensión al límite de fluencia en kN/cm ² CIRSOC	Tipo de acero según Norma DIN	Límite de fluencia característico en kN/cm ² Norma DIN	Alargamiento de rotura mínimo	Diámetro de mandril en el ensayo de plegado
F-20	20	St 33	33	28	1 a (espesor de la probeta)
F-22	22	St 37	37	28	1 a
F-24	24	St 42	42	25	2 a
F-26	26	St 47	47	24	2 a
F-30	30	St 50	50	22	2 a
F-36	36	St 52	52	22	2 a

Pasando nuevamente al hormigón, ¿es posible encontrar una resistencia única para todos los hormigones?

tensión representativa.

Pero:

- ¿Cómo seleccionarla?

Actividad 2.4

En función de estas variables, podemos decir que no es posible determinar una resistencia única. Entonces, elegimos una



Cuando usted plantee este interrogante, seguramente sus alumnos pensarán en un promedio entre varias tensiones. Veamos qué sucede si así lo consideramos.

Para ello, realizamos 6 ensayos de compresión del hormigón y, tomamos la tensión dada por cada uno. En ensayos de probetas, se toman 6 probetas de un hormigón y se determinan sus tensiones. De la misma manera se procede con otro hormigón.

Suponemos que los valores encontrados son los volcados en cada uno de los siguientes cuadros. Con ellos hallamos, en cada caso, la tensión promedio.

Caso	Ensayos	Tensiones (kg/cm ²)
1	1	179
	2	210
	3	189
	4	184
	5	190
	6	195

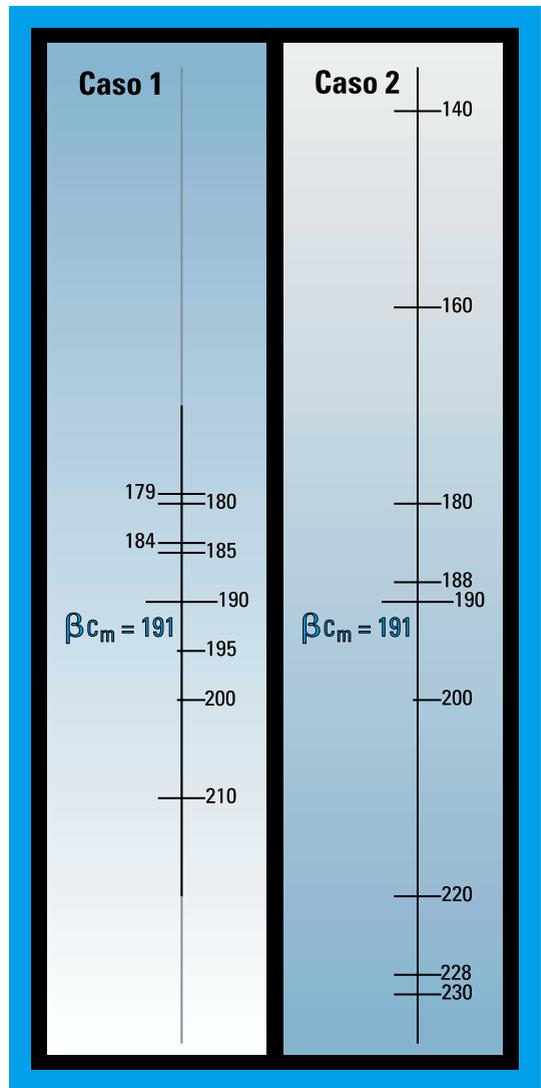
$\beta_{c_m} = 191 \text{ kg/cm}^2$ Tensión promedio

Caso	Ensayos	Tensiones (kg/cm ²)
2	1	140
	2	160
	3	188
	4	200
	5	228
	6	230

$\beta_{c_m} = 191 \text{ kg/cm}^2$ Tensión promedio

Observamos que, en ambas situaciones, las tensiones promedios son iguales. Pero, ¿qué podemos decir de los hormigones?

Visualizamos mejor esta distribución, si representamos en una recta los valores obtenidos para cada uno de los casos:



En el primer caso, la distribución de las tensiones está ubicada en un intervalo menor; el rango es de 31 (diferencia entre la mayor tensión y la menor). En el segundo, el rango es de 90. Esto significa que el primer hormigón es más homogéneo que el segundo; el primero es de calidad superior, es decir está mejor elaborado.

Entonces, ¿la tensión media es representati-



va? La respuesta es obvia. No se puede usar esta tensión para el cálculo. La Norma –tanto la DIN como la del CIRSOC– toma la resistencia denominada **tensión o resistencia característica**.

Veamos, cómo se obtiene.

Para ello, utilizamos conceptos matemáticos derivados de la estadística

1. Hallamos un valor δ que se denomina desviación o variación:

La expresión matemática de esta desviación depende del número de ensayos.

$$\delta = \left[\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\beta_{c_i} - \beta_{c_m})^2 \right]^{1/2} \quad \begin{array}{l} \text{para una} \\ \text{cantidad de} \\ \text{ensayos } n < 30 \end{array}$$

$$\delta = \left[\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\beta_{c_i} - \beta_{c_m})^2 \right]^{1/2} \quad \begin{array}{l} \text{para una} \\ \text{cantidad de} \\ \text{ensayos } n > 30 \end{array}$$

A mayor dispersión de los valores de β_{c_i} , mayor es el valor de δ .

2. Determinamos un valor k, que surge de la teoría de probabilidades:

El valor de k disminuye a medida que aumenta el número de ensayos.

El valor de k está tabulado y depende del número de ensayos.

Para $n > 30$, el valor de k mínimo es 1,64¹⁵

Tabla 10.
Valor de k en función del número de ensayos

Número de ensayos menos 1	Valor de k	Número de ensayos menos 1	Valor de k
1	6,31	17	1,74
2	2,92	18	1,73
3	2,35	19	1,73
4	2,13	20	1,72
5	2,02	21	1,72
6	1,94	22	1,72
7	1,90	23	1,71
8	1,86	24	1,71
9	1,83	25	1,71
10	1,81	26	1,71
11	1,80	27	1,70
12	1,78	28	1,70
13	1,77	29	1,70
14	1,76	30	1,70
15	1,75	> de 30	1,64
16	1,75		

3. Determinamos la tensión característica:

Con los valores de δ de k y mediante la siguiente expresión matemática, determinamos la tensión característica β_c :

$$\beta_c = \beta_{c_m} - k \cdot \delta$$

Entonces, se define como “**resistencia característica** del hormigón de una determinada clase, ensayado a una edad determinada, a aquella resistencia que en una distribución estadística normal es superada por el 95 % de los resultados de los ensayos. Cada resultado corresponderá a un pastón distinto.”¹⁶

En el hormigón se presentan deformaciones diferidas con el tiempo, debido a la retracción y a la fluencia lenta. Esto obliga a afectar a la resistencia característica de un coeficien-

¹⁵ Se considera que el número de ensayos superior a 30 constituye un valor suficientemente representativo.
¹⁶ CIRSOC Art. 6.5.2.1 d



te de minoración. Esta minoración es, aproximadamente, un 15 % del total y se incrementa para los hormigones de mayor resistencia. De este modo, se evita que se aproveche en forma excesiva la zona comprimida.

Podemos, entonces, calcular la resistencia característica en nuestros casos.

Caso 1:

$$\beta_{c_m} = 191 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta = \{[(179-191)^2 + (210-191)^2 + (189-191)^2 + (184-191)^2 + (190-191)^2 + (195-191)^2] \cdot 1/5\}^{1/2}$$

$$\delta = 10,72 \text{ Dispersión o desviación}$$

$$k = 1,94 \text{ para 6 ensayos}$$

$$\beta_c = \beta_{c_m} - k \cdot \delta$$

$$\beta_c = 191 - 1,94 \cdot 10,72$$

$$\beta_c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

Caso 2:

$$\beta_{c_m} = 191 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta = \{[(140-191)^2 + (160-191)^2 + (188-191)^2 + (200-191)^2 + (228-191)^2 + (230-191)^2] \cdot 1/5\}^{1/2}$$

$$\delta = 36,17 \text{ Dispersión o desviación}$$

$$k = 1,94 \text{ para 6 ensayos}$$

$$\beta_c = \beta_{c_m} - k \cdot \delta$$

$$\beta_c = 191 - 1,94 \cdot 36,17$$

$$\beta_c = 120 \text{ kg/cm}^2$$

Conclusión: En el caso 1, el hormigón tiene una menor dispersión que el hormigón del caso 2; esto implica que la resistencia característica del primero es mayor que la del segundo; y, por lo tanto, el primero es un

La resistencia característica es la representativa de la calidad del hormigón y la que debe tomarse como base para el dimensionamiento. Pero, para el cálculo, no es exactamente la resistencia característica la que se toma.

hormigón de mejor calidad.

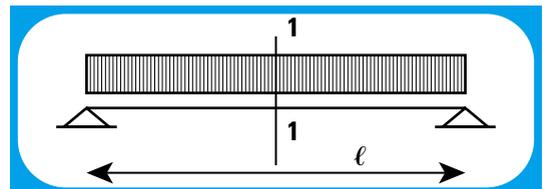
Recordemos que existe una deformación diferida del hormigón en función del tiempo: retracción y fluencia lenta.

Por ello, la resistencia característica se minorará mediante un coeficiente en un 15 %.

En la siguiente tabla encontramos los valores más usuales de las tensiones del hormigón.

Tabla 11. Tensiones del hormigón -valores más usuales-					
Denominación		Para hormigón armado			
Resistencia cúbica (DIN)	β_n	125	150	200	250
Resistencia característica (DIN)	β_{cn}	110	130	170	210
Resistencia de cálculo (DIN)	β_r	70	105	140	175
CIRSOC (N/mm ²)	H		H13	H17	H21
Módulo de elasticidad	E_b	215000	240000	275000	300000
Denominación		Para pretensado			
Resistencia cúbica(DIN)	β_n	350	450	550	
Resistencia característica (DIN)	β_{cn}	300	380	470	
Resistencia de cálculo (DIN)	β_r	230	270	300	
CIRSOC (N/mm ²)	H	H30	H38	H47	
Módulo de elasticidad	E_b	340000	370000	390000	

Pensemos, ahora, en una viga simplemente apoyada y sometida a una carga uniformemente distribuida creciente hasta que se provoca la rotura:



Consideramos la sección de esta viga donde se produce el momento máximo para cada carga, a medida que se aumenta. En este caso, en 1-1.

Entonces comenzamos el proceso de incremento de la carga.

Veamos qué sucede.

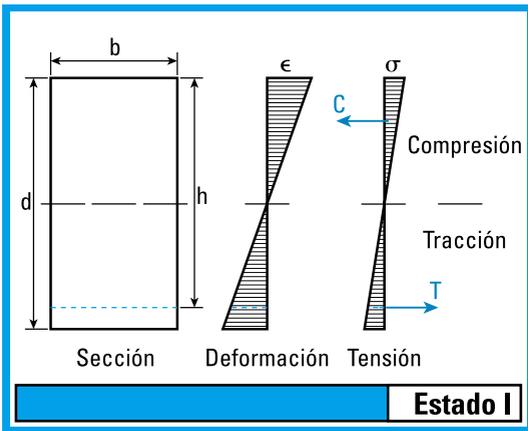
1. Para cargas pequeñas:

Se producen deformaciones específicas que originan un estado de tensión lineal en el hormigón –ya sea de compresión como de tracción–, como así un esfuerzo de tracción en el acero.

En la figura se muestran los diagramas de deformación y de tensión para el hormigón en la sección considerada

Este estado de tensión del hormigón se denomina **Estado I**.

El hormigón y el acero pueden trabajar juntos a la **tracción**, ya que no se producen fisuras.

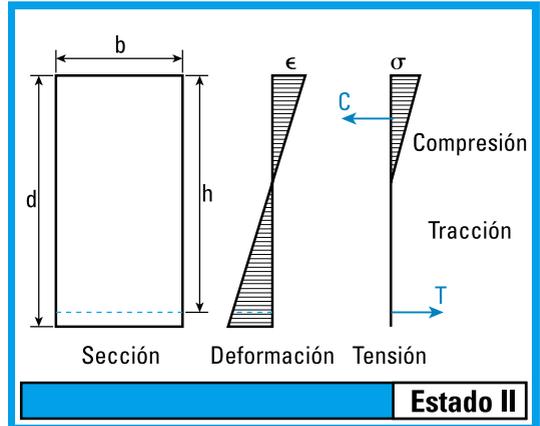


Si procedemos a aumentar la carga, se incrementan las deformaciones y, en la zona traccionada, se producen fisuras. En esta situación, el par interno está dado por la resultante de compresión del hormigón y el esfuerzo de tracción del acero.

Este estado, denominado **Estado II**, es válido

hasta que la tensión de compresión del hormigón es aproximadamente igual a la mitad de la tensión de rotura.

Se observa que el eje neutro se acerca a las fibras comprimidas respecto del estado anterior. Esto se debe a que se producen fisuras en la zona de tracción.

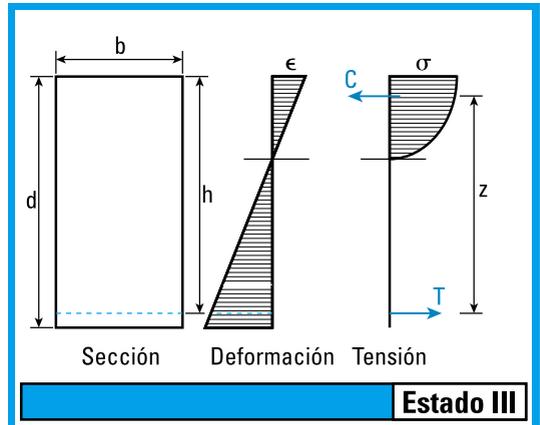


Si continuamos con el incremento de la carga, observamos que las deformaciones aumentan.

En este estado, la relación entre la tensión y la deformación deja de ser lineal.

El diagrama de tensiones en la parte de compresión se transforma en un diagrama curvo; aumentan el brazo elástico y la fuerza de tracción.

Estamos en presencia de lo que se denomina **Estado III**.



Nuestras conclusiones:

- En el método clásico de cálculo se usa el Estado II.
- En el cálculo de los estados límites (cálculo de rotura) se utiliza el Estado III.
- Ni en el Estado II ni en el Estado III se admite la colaboración del hormigón a la tracción.



Actividad 2.5

A esta altura del aprendizaje es conveniente planificar una experiencia didáctica fuera del establecimiento. Por ejemplo, usted puede organizar una visita a una fábrica de cemento o a una acería.

La salida didáctica tiene tres momentos de aprendizaje: previo a la visita, durante la visita y con posterioridad a ésta.



Actividad previa:

La actividad previa puede consistir en solicitar a los alumnos que hagan un relevamiento de distintos aspectos:

- Ubicación geográfica.
- Productos que fabrica la empresa.
- Preparación de un cuestionario para una posible entrevista con algún técnico de la empresa o para formular preguntas al guía.
- Revisión de los contenidos teóricos relacionados con los productos (tecnología del hormigón, aceros...).
- Preparación de un plan de visita.

Actividad durante la visita:

Cumplir con el plan previsto. Si la empresa lo permite, sacar fotografías de los distintos productos y procesos.

Actividad con posterioridad a la visita:

- Trabajar en clase con el material obtenido durante la visita (respuestas al cuestionario, folletos, apuntes tomados por los alumnos, fotografías). Con los folletos técnicos se puede hacer un buen ejercicio de análisis de productos, tanto respecto de las cuestiones técnicas como de costo. Este análisis se puede complementar con un cuadro comparativo entre dos o más productos similares de diferentes fabricantes.
- Armar una carpeta con todo el material informativo y de análisis (una carpeta debería quedar en la biblioteca de la escuela).



3. DIMENSIONAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES SOMETIDOS A FLEXIÓN

Volvamos a nuestra situación problemática.

Sus alumnos ya hicieron el reconocimiento de diferentes elementos estructurales: losas, vigas, columnas, etc. y, también, en el transcurso del diseño arquitectónico, han pensado –en una primera etapa– en las diferentes posibilidades del diseño de la estructura.

Seguramente, mientras adquieren –con su enseñanza– los conocimientos sobre la tecnología del hormigón, en otra asignatura u espacio curricular, los estudiantes están llevando a cabo los proyectos arquitectónicos referidos a esta situación problemática.

Éste es el momento para encarar el dimensionamiento de los diferentes elementos estructurales. Para ello, comenzamos por aquellos que están sometidos a esfuerzos de flexión.

¿Qué significa dimensionar una pieza sometida a esfuerzo de flexión?

Cuando hablamos de **dimensionamiento de elementos estructurales**, nos estamos refiriendo a la búsqueda de las dimensiones geométricas de la pieza y, en el caso específico del hormigón armado, además, a la determinación de la sección del acero.

En realidad, lo que se hace es dar valores a las dimensiones geométricas (predimensionamiento) y verificar la altura para, luego,

hallar la sección del acero.

¿Por qué es importante verificar la altura? Cuando se verifica la altura, lo que se está haciendo es comprobar que la flecha no supere los valores límites. En el caso del hormigón, se procede de este modo porque el cálculo de verificación de flecha resulta sumamente complejo.

¿Por qué es importante que la flecha no supere los valores límites? Para dar respuesta a esta pregunta, analicemos los siguientes casos:

Actividad 3.1

Plantee a sus alumnos:

- ¿Qué puede suceder si, en una viga que está sobre un dintel de una ventana o de una puerta, su flecha supera los límites permitidos?



Puede ocurrir que la viga apoye sobre el dintel, deformándolo y provocando rotura de vidrios o la traba de la puerta.

En el caso de las losas, se pueden producir fisuras exteriores, en la parte inferior, y desprendimiento de zócalos.

¿Cuál es el método que utilizaremos durante todos nuestros cálculos? Tomamos la decisión de utilizar el denominado **método de rotura** que corresponde al Estado III que le presentamos en páginas anteriores.



Los diagramas de deformación-tensión considerados, tanto para el acero como para el hormigón, son los diagramas convencionales que analizamos en el capítulo anterior.

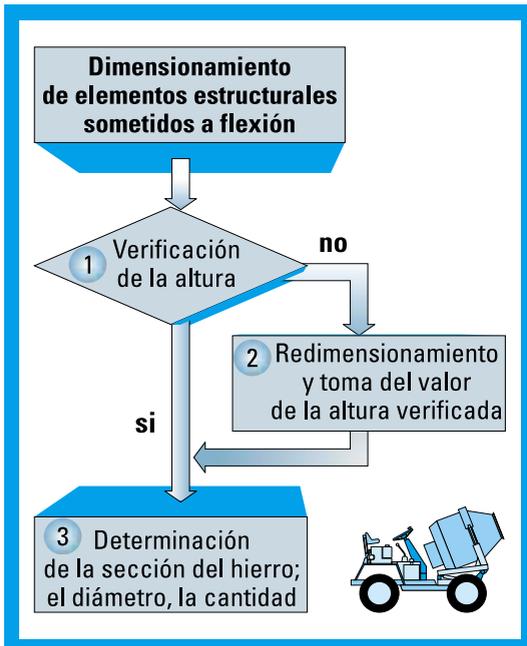
Las tensiones de cálculo son las siguientes:

- **Para el acero:** son las de fluencia, porque de lo contrario se producen fisuras, desprendimientos de cielorrasos, desprendimientos de zócalos (Tablas 8 y 9).
- **Para el hormigón:** trabajamos con las tensiones de rotura β_r (Tabla 11).

Proceso de dimensionamiento

El siguiente esquema nos muestra, en una apretada síntesis, el proceso que se sigue para dimensionar un elemento estructural de hormigón armado sometido a flexión.

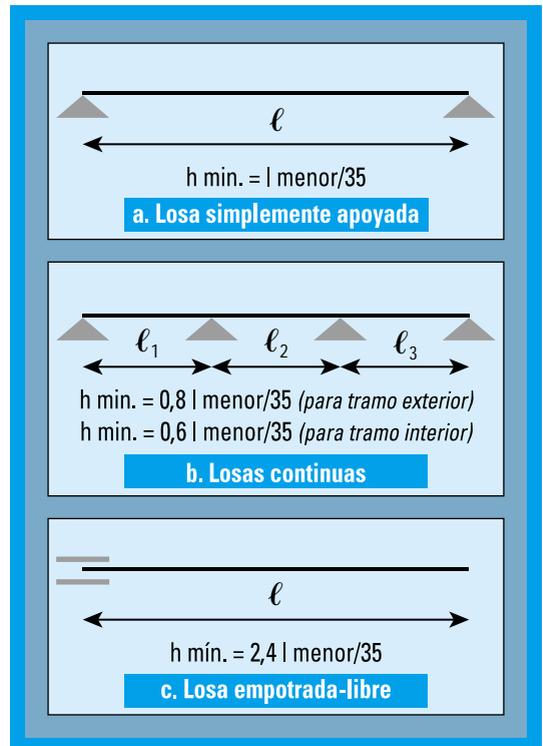
Veamos cómo procedemos en cada uno de los pasos:



1. Verificación de la altura

1.1. Predimensionamiento de la altura. Predimensionar significa dar un valor a la altura. La norma DIN establece una relación entre la altura y la luz, para encontrar la altura mínima, según la forma de vinculación del elemento estructural.

Para el caso de las losas, el valor mínimo se calcula tal como se expresa a continuación:



1.2. Determinación de los esfuerzos de características. Se calculan los esfuerzos de características máximos: momento flexor máximo, esfuerzo de corte máximo y esfuerzo axil.

1.3. Determinación de la expresión matemática que permite verificar la altura de un elemento estructural sometido a flexión.



Debido a la flexión, la pieza está sometida a un par externo, al que denominamos M_e . Este par es equilibrado por un par interno M_i , constituido por las fuerzas Z y C .

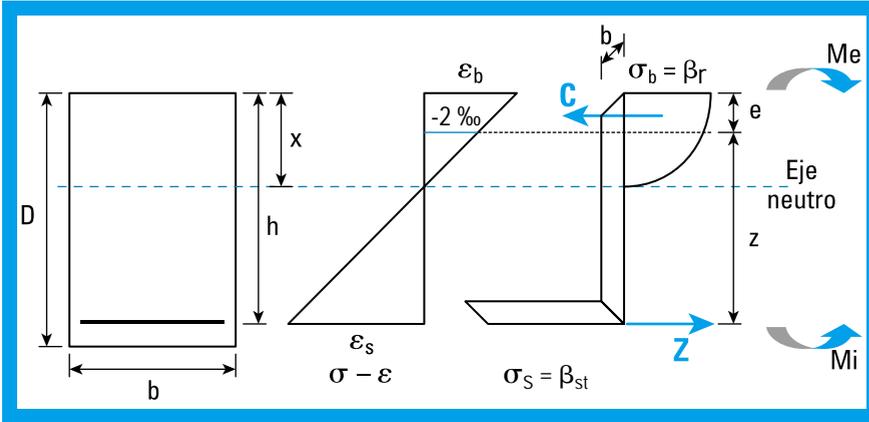
$$C = \sigma_m \cdot \text{área o sea}$$

$$C = \gamma \cdot \beta_r \cdot b \cdot x$$

Donde:

- x es el parámetro que da la posición del eje neutro.

Veamos, ahora cómo se define la posición del eje neutro y de quién depende.



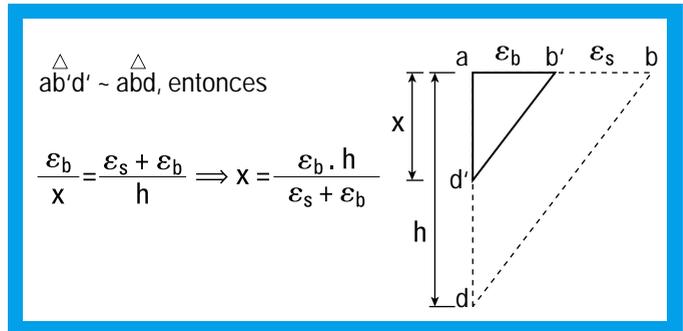
Consideramos el diagrama de deformación:

$$M_e = M_i$$

$$M_i = C \cdot z$$

Donde:

- C es la resultante de todas las fuerzas de compresión. Su punto de aplicación está en el baricentro del diagrama de compresión del hormigón (parábola-rectángulo).



$\triangle ab'd' \sim \triangle abd$, entonces

$$\frac{\epsilon_b}{x} = \frac{\epsilon_s + \epsilon_b}{h} \Rightarrow x = \frac{\epsilon_b \cdot h}{\epsilon_s + \epsilon_b}$$

$$M_e = M_i$$

$$M_i = Z \cdot z$$

A la expresión: $\epsilon_b / (\epsilon_s + \epsilon_b)$ se la designa con kx . El valor de kx está tabulado.

Donde:

- Z es la fuerza de tracción que absorbe el acero.

Entonces, el valor de:

$$x = kx \cdot h$$

Es la relación entre la deformación del hormigón y la deformación total.

A los efectos de trabajar con expresiones más simples, el diagrama parábola-rectángulo se reemplaza por un diagrama equivalente rectangular. Para ello, se reemplaza a la tensión β_r por una tensión media $\sigma_m = \gamma \cdot \beta_r$

Volviendo a la expresión de la fuerza de compresión C , y expresando x en función de kx y de h :

Entonces, la fuerza de compresión:

$$C = \gamma \cdot \beta_r \cdot b \cdot kx \cdot h$$



Por otra parte:

$$M_i = Z \cdot z$$

Donde:

- z es el brazo de palanca.

Veamos ahora, cómo determinamos el brazo de palanca z.

$$z = h - e$$

Donde:

- e es un valor proporcional a x .

Entonces, podemos escribir:

$$e = k_e \cdot x$$

$z = h - k_e \cdot x$; y como $x = k_x \cdot h$, entonces
 $z = h - k_e \cdot k_x \cdot h$

$$z = h (1 - k_e \cdot k_x)$$

Donde:

- $(1 - k_e \cdot k_x)$ se denomina k_z y está tabulado

$$z = h \cdot k_z$$

Volvamos a la expresión del momento:

$$M_i = M_e$$

$$M_e = C \cdot z$$

$$M_e = \gamma \cdot \beta_r \cdot b \cdot k_x \cdot h \cdot h \cdot k_z,$$

agrupamos todos los coeficientes k_x, k_z, γ

$$M_e = \gamma \cdot k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot b \cdot h^2$$

Dividimos a ambos miembros por un coeficiente de seguridad μ :

$$M_e / \mu = \gamma \cdot k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot b \cdot h^2 / \mu \quad (*)$$

Esta expresión matemática nos da el momento de servicio; para el cálculo, usamos el momento máximo. (Como, más adelante, vamos a volver sobre esta ecuación, la señalamos con *).

Todos los coeficientes están tabulados y las operaciones entre ellos también:

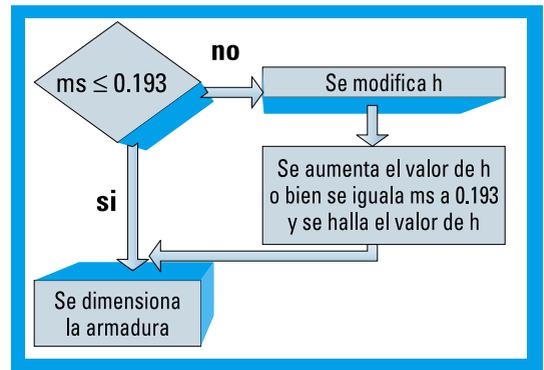
$\gamma \cdot k_x \cdot k_z / \mu$ denominamos a este coeficiente m_s

$M = m_s \cdot \beta_r \cdot b \cdot h^2$; de donde

$$m_s = M / \beta_r \cdot b \cdot h^2 \quad (**)$$

El valor de m_s está tabulado (Se pueden ver los valores en la tabla 12).

Veamos ahora cómo procedemos con el valor obtenido.



2. Redimensionamiento y toma del valor de la altura verificada

¿Por qué, si el valor de m_s es mayor a 0.193, la altura dada no verifica? Para encontrar una respuesta, analicemos la relación entre el



valor de m_s y el valor del momento flexor.

Se observa que, a medida que aumenta el valor del momento flexor, para una sección constante, se incrementa el valor de m_s . Esto significa que el valor del coeficiente m_s también nos dice –de alguna manera– el grado de sollicitación: Si el valor de m_s es elevado, entonces la sollicitación también lo será. Cuando m_s alcanza el valor 0,193; corresponde al valor de deformación máxima tanto del hormigón como del acero: ϵ_b y ϵ_s máximas, $\epsilon_b = 3,5 \text{ ‰}$ y $\epsilon_s = 5 \text{ ‰}$

Es decir, la zona corresponde al límite del coeficiente de seguridad $\mu = 1,75$.

Para estos valores, el elemento estructural entra en la zona de rotura frágil. Esto implica la rotura sin aviso previo y, con ello, la reducción las tensiones y, por lo tanto, la capacidad que tiene para resistir a las cargas.

3. Determinación de la sección del acero: el diámetro, la cantidad

Corresponde, ahora, realizar el dimensionamiento de la armadura resistente.

Volvamos a la expresión del momento flexor:

$$\begin{aligned} M_e &= M_i \\ M_i &= Z \cdot \sigma_s \end{aligned}$$

Donde:

- Z es la resultante de tracción que suponemos es totalmente tomada por el acero.

$$Z = \beta_{st} \cdot A_s$$

└─ Sección del acero.
└─ Tensión de fluencia del acero.

$$M_e = \beta_{st} \cdot A_s \cdot z$$

Donde:

- $z = k_z \cdot h$

$M_e = \beta_{st} \cdot A_s \cdot k_z \cdot h$. Afectamos a esta expresión por el coeficiente de seguridad μ .

$$M_e / \mu = \beta_{st} \cdot A_s \cdot k_z \cdot h / \mu$$

Recordando la expresión (*):

$M_e / \mu = \gamma \cdot k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot b \cdot h^2 / \mu$. Los segundos miembros de ambas expresiones son iguales.

$$\frac{\gamma \cdot k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot b \cdot h^2}{\mu} = \frac{\beta_{st} \cdot A_s \cdot k_z \cdot h}{\mu}$$

Realizando las correspondientes operaciones algebraicas, se obtiene la expresión matemática de la sección del acero A_s :

$$A_s = \frac{\gamma \cdot k_x \cdot \beta_r \cdot b \cdot h}{\beta_{st}}$$

El producto de estos coeficientes está tabulado y surge del valor de m_s .

Se lo denomina **grado mecánico** y se lo designa con w_M (Tabla 12).

$$A_s = w_M \cdot \beta_r \cdot b \cdot h / \beta_{st} \quad (***)$$

De este modo, calculamos la sección del acero y, con ella, determinamos –mediante la Tabla 13– el diámetro del acero, y la cantidad o el diámetro y la separación entre barras.



Es común usar para el cálculo los coeficientes k_h y k_s , en lugar del m_s .

¿Cuál es la ventaja de utilizar el coeficiente adimensional m_s ?

En el caso de, por ejemplo, tener que verificar si una viga ya construida –es decir de la que se conocen la sección del hormigón y del acero– soporta determinado estado de carga, el método denominado k_h no lo permite.

En cambio, con los coeficientes m_s y w_M se puede determinar el valor de la carga que puede recibir el elemento estructural.

En este momento del aprendizaje y, como actividad preparatoria para comenzar con la tarea del cálculo, se pueden plantear y resolver algunos problemas.

En el planteo de un problema, a diferencia de una situación problemática, los datos son dados. Los alumnos no hacen la búsqueda.

Resolver un problema puede tener como objetivo, por ejemplo, afianzar la operatividad de un procedimiento, como es, en este caso, aplicar fórmulas matemáticas, operar con las reglas del álgebra, etc.

¹⁷ Los objetivos de este problema son:

- Aplicar expresiones matemáticas de la Estática (reacciones de vínculo y momento flexor).
- Aplicar la fórmula del coeficiente m_s y la del cálculo de la sección del hierro.
- Favorecer la capacidad de buscar datos en tablas.

¹⁸ Lo planteamos de este modo, para simplificar el cálculo y por razones didácticas.

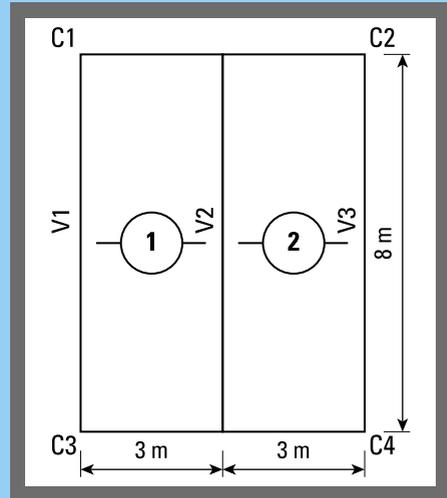


Actividad 3.2¹⁷

La estructura de una pequeña vivienda está constituida por losas contiguas, vigas, columnas y bases. La estructura es de hormigón armado (Hº Aº).

Ambas losas están simplemente apoyadas¹⁸.

El diseño de la estructura es:



Dimensiones:

Luz de las vigas V1, V2 y V3 = 8 m
 Luces de las losas 1 y 2 = 3 m x 8 m
 Sección de la viga = 20 . 60 cm

Tensiones:

Tensión característica del hormigón: $\beta_{cn} = 130 \text{ kg/cm}^2$ (Norma DIN H13 (CIRSOC))
 Tensión de fluencia del acero: $\beta_{st} = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

Carga sobre las losas: 750 kg/m²

Recubrimiento: 5 cm

La tarea de los alumnos consiste en:

- Dimensionar la armadura de la viga V1.

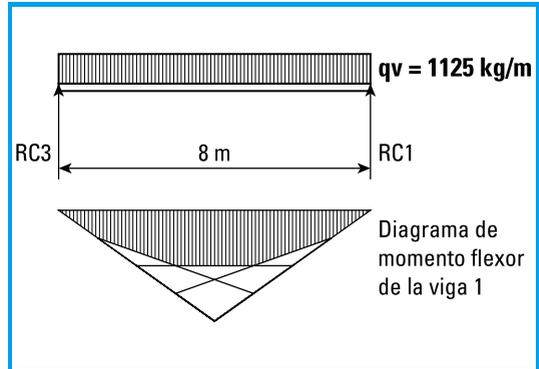


En este momento del aprendizaje, los estudiantes ya pueden dimensionar una sección rectangular sometida a flexión; por ello usted puede solicitarles que dimensionen, por ejemplo, la viga V1

Si bien aún los alumnos no aprendieron contenidos referidos a Vigas –campo de problemas de otro capítulo–, ya están en condiciones de empezar a trabajar con cálculos de dimensionamiento y, progresivamente, por diferentes aproximaciones, ampliar y profundizar sus conocimientos.

De este modo, el aprendizaje se hace en forma graduada, como si se estuviera caminando por una espiral: se amplía y se profundiza a partir, siempre, de los conocimientos previos

A continuación presentamos el desarrollo de la actividad de verificación de la altura (h) de la viga V1:



Esquema de carga de la viga 1, poniendo en evidencia los vínculos

b. Cálculo del momento flexor máximo de la viga:

$$M_{\text{máx.}} = q_v \cdot (\ell_v)^2 / 8$$

$$M_{\text{máx.}} = 1125 \text{ kg/m} \cdot 64 \text{ m}^2 / 8$$

$$M_{\text{máx.}} = 9000 \text{ kgm}$$

c. Cálculo del coeficiente ms:

$$ms = M / \beta_r \cdot b \cdot h^2$$

*para $\beta_{cn} = 130 \text{ kg/cm}^2$
corresponde $\beta_r = 105 \text{ kg/cm}^2$*

$$ms = 900000 \text{ kgcm} / [105 \text{ kg/cm}^2 \cdot 20 \text{ cm} \cdot (55 \text{ cm})^2]$$

$$ms = 0,14 < 0,193;$$

entonces verifica la altura.

De acuerdo con la tabla 12,
para ms = 0,14 corresponde $w_M = 0,288$

d. Cálculo de la armadura:

$$As = w_M \cdot \beta_r \cdot b \cdot h / \beta_{st}$$

$$As = 0,288 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm} / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 7,92 \text{ cm}^2$$

a. Cálculo de la reacción de la losa 1 sobre la viga 1:

$$RV1 = q \cdot l / 2$$

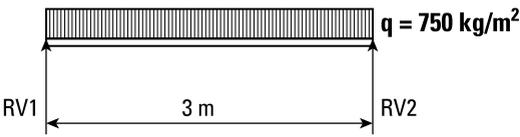
$$RV1 = 750 \text{ kg/m}^2 \cdot 3 \text{ m} / 2$$

$$RV1 = 1125 \text{ kg/m}$$

$q_v = 1125 \text{ kg/m}$ (carga que llega a la viga)

Para esta sección de armadura, de acuerdo con la tabla 13 corresponden 7 Φ del 12 (7 barras de 12 mm de diámetro).

Según los objetivos que nos planteamos, dejamos aquí el cálculo para retomarlo en el capítulo de vigas.



Esquema de carga de la losa 1, poniendo en evidencia los vínculos

Para la verificación de la altura debemos recurrir, inicialmente, a la Estática, ya que necesitamos conocer los valores de las reacciones para, luego, buscar el momento máximo.

Es ésta, entonces, una buena ocasión para la integración y la aplicación de conocimientos.



Usted puede proponer otros problemas similares al presentado.

Por otra parte, afianzado el mecanismo de cálculo, puede solicitar a sus alumnos que sean

ellos quienes propongan problemas.

De este modo, estará preparándolos para plantear y resolver situaciones problemáticas reales.

Tabla 12¹⁹. Dimensionamiento con coeficientes adimensionales para secciones rectangulares sin armadura de compresión, para flexión con esfuerzo longitudinal (Bst 420/500)²⁰

$m_s \leq m_s^*$ armadura simple

m_s	w_M	β_{cn} 130	β_{cn} 170	β_{cn} 210	σ/μ	k_x	k_z	$-\varepsilon_b$	ε_s	μ	
		μm	μm	μm							
		%	%	%							
0,01	0,018	0,045	0,06	0,075	240	0,08	0,97	0,46	5,00	1,75	Dominio 2
0,02	0,037	0,0925	0,1233	0,15416	240	0,12	0,96	0,68	5,00	1,75	
0,03	0,055	0,1375	0,1833	0,22916	240	0,15	0,95	0,87	5,00	1,75	
0,04	0,075	0,1875	0,25	0,3125	240	0,17	0,94	1,04	5,00	1,75	
0,05	0,094	0,235	0,31333	0,39166	240	0,19	0,93	1,21	5,00	1,75	
0,06	0,114	0,285	0,38	0,475	240	0,22	0,92	1,37	5,00	1,75	
0,07	0,134	0,335	0,4466	0,55833	240	0,23	0,92	1,53	5,00	1,75	
0,08	0,154	0,385	0,51333	0,64166	240	0,25	0,91	1,70	5,00	1,75	
0,09	0,175	0,4375	0,58333	0,72916	240	0,27	0,90	1,87	5,00	1,75	
0,10	0,197	0,4925	0,6566	0,82083	240	0,29	0,89	2,05	5,00	1,75	
0,11	0,218	0,545	0,72666	0,9083	240	0,31	0,88	2,25	5,00	1,75	
0,12	0,241	0,6025	0,8033	1,00416	240	0,33	0,87	2,47	5,00	1,75	
0,13	0,264	0,66	0,88	1,1	240	0,35	0,86	2,70	5,00	1,75	
0,14	0,288	0,72	0,96	1,2	240	0,37	0,85	2,96	5,00	1,75	
0,15	0,313	0,7825	1,04333	1,30	240	0,39	0,84	3,25	5,00	1,75	
0,16	0,339	0,8475	1,13	1,125	240	0,42	0,83	3,50	4,86	1,75	
0,17	0,367	0,9175	1,22333	1,52916	240	0,45	0,81	3,50	4,23	1,75	
0,18	0,395	0,9875	1,31666	1,64583	240	0,49	0,80	3,50	3,67	1,75	
m_s^{*21}	0,193	0,436	1,09	1,45333	1,81666	240	0,54	0,78	3,50	3,00	1,75
	0,196	0,458	1,145	1,52666	1,9033	235	0,57	0,76	3,50	2,69	1,79
	0,20	0,491	1,2275	1,63666	2,0583	229	0,61	0,75	3,50	2,28	1,83
$m_s^{**} = 0,203$	0,515	1,2875	1,71666	2,1583	225	0,64	0,74	3,50	2,00	1,87	

¹⁹ NORMA DIN. Cuaderno 220.

²⁰ Para las diferentes magnitudes se deben emplear las unidades correspondientes.

²¹ Para valores mayores, se entra en la zona de rotura frágil (sin previo aviso).



Tabla 13²². Secciones de barras de acero según su diámetro y cantidad

Diámetro mm	Peso kg/m	Cantidad de barras con sus secciones en cm ²									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,222	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,80
8	0,395	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,617	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	0,888	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
16	1,578	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
20	2,466	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
25	3,853	4,91	9,82	14,73	19,64	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
Diámetro mm	Peso kg/m	Cantidad de barras con sus secciones en cm ²									
		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
6	0,222	3,11	3,39	3,68	3,96	4,24	4,52	4,80	5,09	5,37	5,65
8	0,395	5,53	6,03	6,53	7,04	7,54	8,04	8,55	9,05	9,55	10,05
10	0,617	8,64	9,42	10,21	11,00	11,78	12,57	13,36	14,14	14,92	15,71
12	0,888	12,44	13,57	14,70	15,83	16,96	18,10	19,23	20,36	21,49	22,62
16	1,578	22,12	24,13	26,14	28,15	30,16	32,17	34,18	36,19	38,20	40,21
20	2,466	34,56	37,70	40,84	43,98	47,12	50,26	53,41	56,55	59,69	62,83
25	3,853	54,00	58,90	63,81	68,72	73,63	78,54	83,45	88,36	93,27	98,17

²² ACINDAR (2005) *Tablas y equivalencias. Productos, sistemas y servicios para la construcción.*



4. DIMENSIONAMIENTO DE LOSAS

Seguramente, sus alumnos cuentan con conocimientos acerca de losas. Con sólo mirar a su alrededor, en su casa, en la escuela, en su trabajo, encontrarán numerosos ejemplos. Tal vez no usen la palabra “losa” –quizás se refieran a “techos–”; pero, éstas son aproximaciones que debemos aprovechar para avanzar en nuestro propósito de permitirles integrar nuevos conocimientos a partir de los que ya han aprendido.



Actividad 4.1

Constituye ésta una buena oportunidad para recurrir, nuevamente, a la observación de edificios ya construidos o en construcción. Puede ser a través de la observación *in situ*, o a partir de la búsqueda en revistas especializadas o en la Internet.

La mirada debe ponerse, primero, en el edificio en su totalidad como un conjunto integral y, luego, en nuestro motivo de análisis que son las losas.

También se puede hacer un recorrido por estructuras de diferentes materiales: acero, madera y analizar las distintos –inclusive de denominación–:

- entresijos para acero y madera,
- entresijos con losas para estructuras de hormigón.



- Las losas son estructuras en las que dos dimensiones predominan frente a la restante y están cargadas normalmente (o perpendicularmente a su plano).
- Pueden descansar sobre apoyos lineales (vigas) o puntuales (columnas), denominadas estas entresijos sin vigas (losas planas).
- Según su función estructural, las losas se clasifican en armadas en una sola dirección: simplemente apoyadas, empotradas–libres, continuas o en dos direcciones; estas últimas son las denominadas “losas cruzadas”.

Las losas armadas en una sola dirección transmiten la carga en dicha dirección –luz de cálculo–. Aquellos esfuerzos transversales a la dirección de carga: distribución transversal de cargas concentradas o lineales, no requieren ser analizados. De todos modos, deberán preverse medios constructivos que permitan absorberlos (armadura en la dirección perpendicular a la de la armadura resistente).

Veamos, a través de un diagrama, la secuencia de dimensionamiento de una losa para, posteriormente, describir cada una de las etapas de la secuencia:

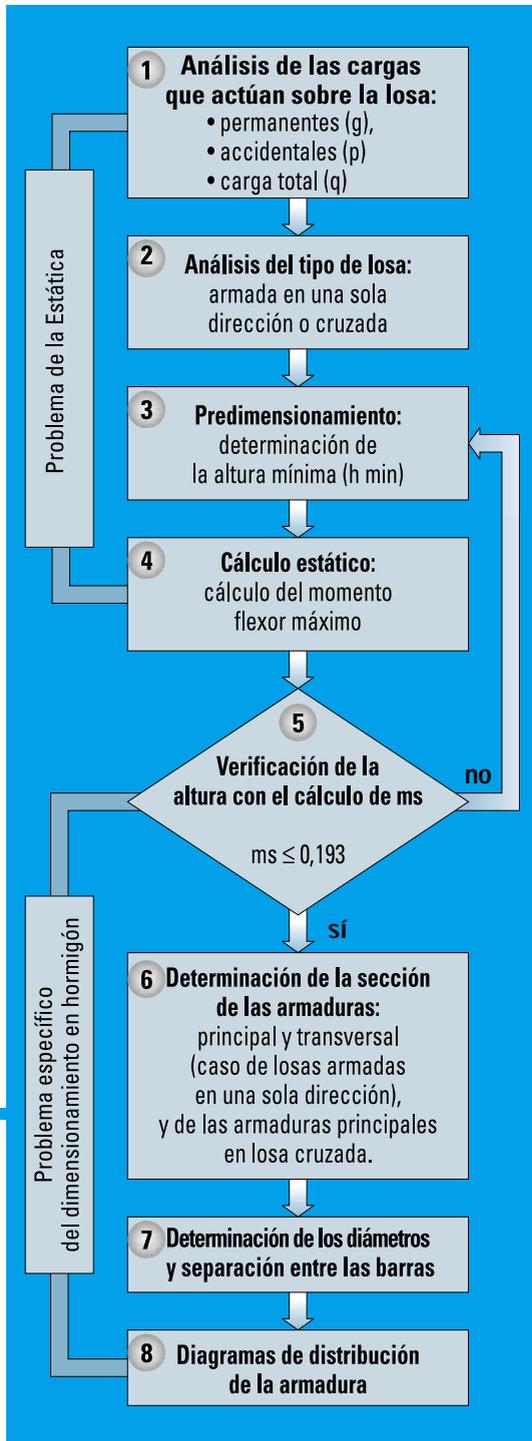
El problema estático

1. Análisis de las cargas que actúan sobre la losa

Las cargas que soporta una losa son, fundamentalmente, de dos tipos: las cargas

Veamos, entonces, desde el punto de vista del elemento estructural, qué es una losa.





permanentes, y las cargas accidentales o sobrecargas.

Cargas que soporta una losa

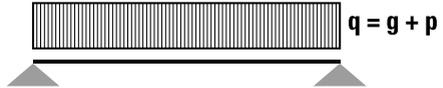


Cargas permanentes (g)

- Peso propio de la losa
- Peso del contrapiso
- Peso del piso
- Peso de la mezcla de asiento
- Peso del cielorraso armado (si lo hubiera)

Cargas accidentales o sobrecargas (p)

Dependen del destino –por ejemplo, dormitorio, azotea accesible, azotea inaccesible, cochera, etc.–, de la carga de la nieve, de la acción del viento, de sismo, etc.



Esquema de carga sobre una losa

La **carga específica total** se considera por unidad de superficie; o sea, “q” se toma en unidad de fuerza por unidad de superficie.

Es decir, la unidad de carga sobre la losa puede ser:

- N/m^2 ; kN/m^2 ; N/cm^2 ; kN/cm^2 , si trabajamos con las Normas del CIRSOC; o bien:
- kg/m^2 ; t/m^2 ; kg/cm^2 ; t/cm^2 , si consideramos las Normas DIN

2. Análisis del tipo de losa

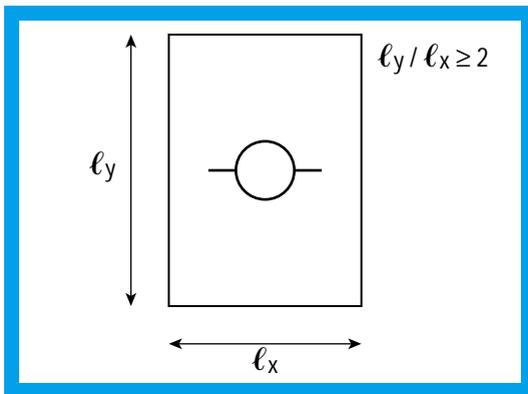
Por la forma de distribución de las cargas, las losas se clasifican en:

- armadas en una sola dirección,
- cruzadas.



2.1. Losas armadas en una sola dirección.

Deben cumplir con la siguiente condición:



Estas losas transmiten la carga según la dirección de la luz menor.

Los esfuerzos en la otra dirección no necesitan ser analizados; de todos modos, deben preverse medios constructivos apropiados para absorberlos (ejemplo ϕ 6 c/ 25 cm).

Para la situación de cargas puntuales (columnas), lineales (vigas), rectangulares, uniformemente distribuidas que actúen sobre una losa armada en una sola dirección, las normas permiten un cálculo simplificado del ancho de colaboración.

Al respecto, la Norma DIN establece lo siguiente:

$$t = b_0 + 2 d_1 + d$$

↳ Espesor de la losa.
↳ Espesor de la carpeta de distribución de cargas-contrapiso-piso.
↳ Ancho de aplicación de la carga.

Con el valor de t y la forma de sustentación de la losa, encontramos un valor b_m , deno-

minado **ancho de colaboración**, que nos permite encontrar el valor del momento flexor máximo y del esfuerzo de corte.

La tabla 14 nos provee las expresiones matemáticas que nos permiten calcular el valor de b_m .

Analicemos el procedimiento de cálculo: Se calcula una viga de longitud de cálculo igual a la de la losa y con una carga distribuida con valor igual a P/ t_y , extendida a una longitud t_x . El baricentro de la carga está a una distancia x del apoyo izquierdo de la losa.

P es el valor de la carga concentrada lineal o rectangular.

Determinamos:

$M_t \rightarrow$ Momento máximo en el tramo.

$M_a \rightarrow$ Momento máximo en el apoyo.

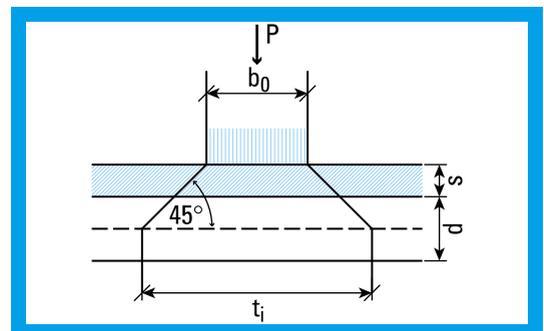
$Q \rightarrow$ Esfuerzo de corte en los apoyos.

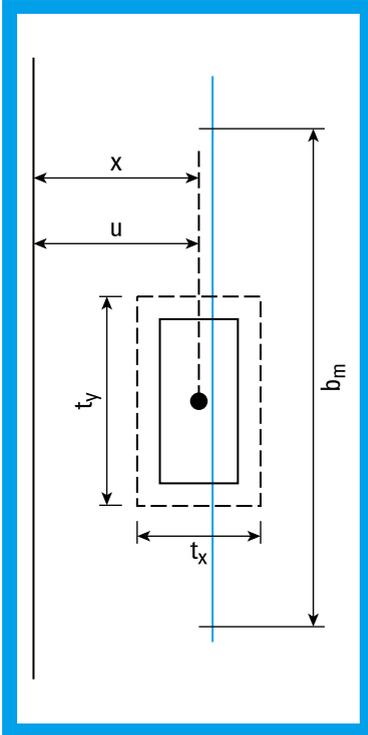
Con el valor b_m , calculamos:

$m_t = M_t / b_m \rightarrow$ Momento de losa en el tramo por metro de ancho

$m_a = M_a / b_m \rightarrow$ Momento de losa en el apoyo por metro de ancho

$q_i = Q_i / b_m \rightarrow$ Esfuerzo de corte de losa en apoyos por metro de ancho





¡Importante!

El ancho de distribución no puede ser mayor que el real posible.

Por ejemplo, cuando la carga está cerca de los bordes, como se ve en la figura²³

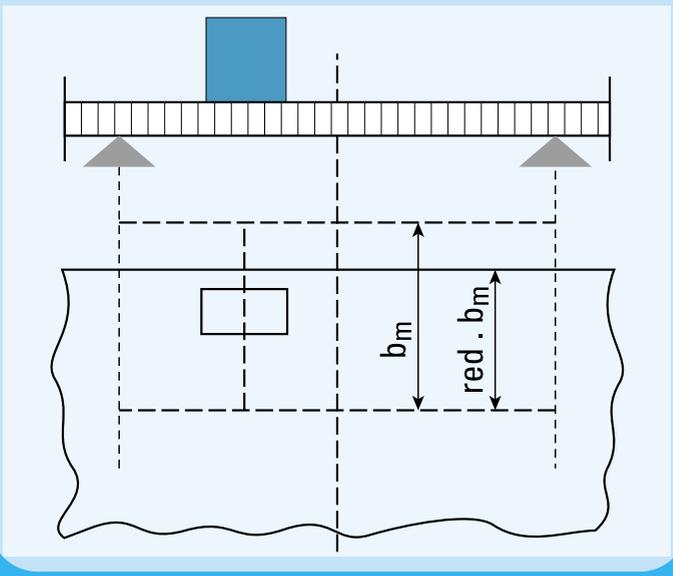


Tabla 14²⁴. Expresiones matemáticas que nos permiten calcular el valor de b_m

Sistema estático; solicitaciones	Ancho de distribución b_m	Limites de aplicación
	$b_m = t_y + 2,5 \cdot x \cdot (1 - x/l_c)$	$0 < x < l_c$ $t_y < 0,8 l_c$ $t_x < l_c$
	$b_m = t_y + 0,5 \cdot x$	$0 < x < l_c$ $t_y \leq 0,8 l_c$ $t_x \leq l_c$

Referencias:

(continúa)

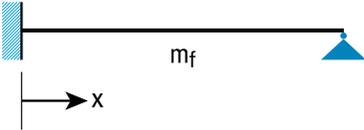
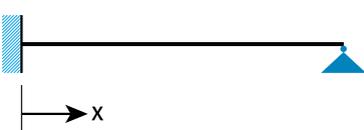
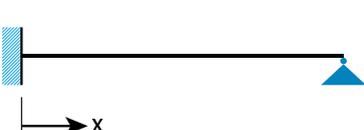
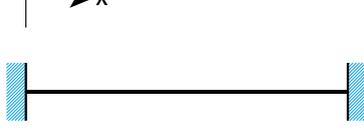
- b_m : Ancho de distribución.
- l_c : Luz de cálculo de la losa.
- l_v : Luz del voladizo.

²³ Proyecto de Reglamento CIRSOC 201. INTI. Buenos Aires.

²⁴ Pozzi Azzaro, Osvaldo. *Manual de Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado*. Instituto del Cemento Portland.



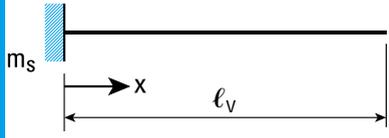
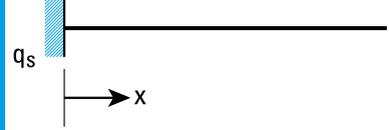
Tabla 14. Expresiones matemáticas que nos permiten calcular el valor de bm (continuación)

Sistema estático; solicitaciones	Ancho de distribución bm	Límites de aplicación
	$bm = ty + 1,5 x (1 - x/lc)$	$0 < x < lc$ $ty \leq 0,8 lc$ $tx \leq lc$
	$bm = ty + 0,5 \cdot x (2 - x/lc)$	$0 < x < lc$ $ty < 0,8 lc$ $tx < lc$
	$bm = ty + 0,3 \cdot x$	$0,2 lc < x < lc$ $ty \leq 0,4 lc$ $tx \leq 0,2 lc$
	$bm = ty + 0,4 (lc - x)$	$0 < x < 0,8 lc$ $ty \leq 0,4 lc$ $tx \leq 0,2 lc$
	$bm = ty + x \cdot (1 - x/lc)$	$0 < x < lc$ $ty \leq 0,8 lc$ $tx \leq lc$
	$bm = ty + 0,5 \cdot x \cdot (2 - x/lc)$	$0 < x < lc$ $ty \leq 0,4 lc$ $tx \leq lc$
	$bm = ty + 0,3 \cdot x$	$0,2 lc < x < lc$ $ty \leq 0,4 lc$ $tx \leq 0,2 lc$

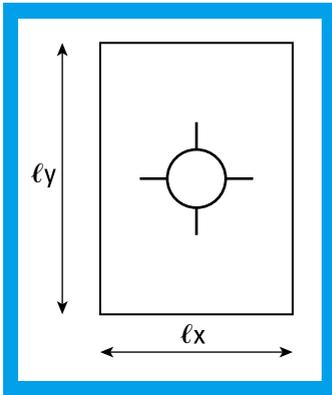
(continúa)



Tabla 14. Expresiones matemáticas que nos permiten calcular el valor de b_m (continuación)

Sistema estático; solicitaciones	Ancho de distribución b_m	Limites de aplicación
	$b_m = t_y + 1,5 \cdot x$	$0 < x < l_v$ $t_y \leq 0,8 l_y$ $t_x \leq l_v$
	$b_m = t_y + 0,3 \cdot x$	$0,2 l_v < x < l_v$ $t_y \leq 0,4 l_v$ $t_x \leq 0,2 l_v$

2. 2. Losas armadas en dos direcciones o losas cruzadas. Se hace necesario el cálculo de la armadura en ambas direcciones, si la losa cumple con la condición: $l_y / l_x < 2$.



Ampliamos este tema en el último título de este capítulo.

Existen cuatro consideraciones generales que se tienen que tomar en cuenta en el dimensionamiento de ambos tipos de losas:

- luces de cálculo,
- apoyo,
- espesor de las losas,
- limitación de la deformación bajo cargas.

Detengámonos en cada una.

a. Luces de cálculo. Sabemos que, en una estructura formada por losas, vigas, colum-

nas y bases, las losas apoyan sobre vigas –excepto en el caso de entrepisos sin vigas–. En la situación real, el apoyo de la losa sobre la viga no constituye un punto, sino una superficie, penetrando parte de la losa en la viga. Por ello, la luz de cálculo no se toma igual a la luz libre. Depende de la forma de sustentación de la losa.

La tabla 15 nos muestra cómo se deben considerar las luces de cálculo en cada caso.

b. Apoyos. El apoyo de un elemento estructural –losa– sobre otro –viga– requiere cumplir con determinados requisitos, en lo que se refiere a su profundidad. La norma fija requisitos mínimos que dependen del tipo de material (mampostería, calidad del hormigón, vigas metálicas, etc.).

Veamos cuáles son estos requisitos mínimos:

- La profundidad del apoyo debe ser tal que no se excedan las tensiones admisibles en la superficie del apoyo y, además, que se pueda realizar el anclaje de la armadura.
- La profundidad de los apoyos no debe ser menor que los valores que a continuación se dan, en cada caso:



Tabla 15. Tipos de losa y luces de cálculo

Esquema de la losa	Luces de cálculo
<p>Simplemente apoyada</p>	<p>$l_c = l + 1/3 \cdot a_1 + 1/3 \cdot a_2$ o bien $l_c = l + 5 \% \cdot l$ (para superficie de apoyo grande) De las dos luces, se toma la menor.</p>
<p>Empotrada - empotrada</p>	<p>l_c, Luz entre centros de los apoyos. $l_c = l + 5 \% \cdot l$ De las dos luces, se toma la menor.</p>
<p>Empotrada - libre (voladizo)</p>	<p>$l_c = l + 5 \% \cdot l$</p>
<p>Losas continuas</p>	<p>l_c = Luz entre centros de apoyos.</p>

- ◇ Para apoyos sobre mampostería y hormigón H-4 ($\beta_{c_n} = 40 \text{ kg/cm}^2$) y H-8 ($\beta_{c_n} = 80 \text{ kg/cm}^2$), la profundidad de los apoyos debe ser mayor que **7 cm**.
- ◇ Para apoyos sobre elementos estructurales de hormigón H-13 ($\beta_{c_n} = 130 \text{ kg/cm}^2$), H-47 pretensado ($\beta_{c_n} = 470 \text{ kg/cm}^2$) y sobre acero, la profundidad de los apoyos debe ser mayor que **5 cm**.
- ◇ Para apoyos sobre hormigón armado o vigas metálicas en las que el desplazamiento lateral de los apoyos esté impedido por medios estructurales y para $l < 2,5 \text{ m}$, la profundidad de los apoyos debe ser mayor que **3 cm**.

No se permiten apoyos "en seco" sobre alas inclinadas.

c. Espesor de las losas.

El espesor de las losas también debe cumplir con requisitos mínimos; éstos dependen del uso que se le dé a la losa.

Espesor mínimo:

- En general: 7 cm.
- Losas para acceso de automóviles: 10 cm.
- Para vehículos más pesados: 12 cm.
- Para personas en circunstancias excepcionales (para reparaciones o limpieza de losas de techo): 5 cm.

d. Limitación de la deformación bajo cargas.

Para todo elemento estructural que tenga posibilidad de

sufrir daños o ser afectado en su funcionalidad como resultado de deformaciones, deben tenerse en cuenta las siguientes cuestiones:

- limitar la magnitud de las deformaciones,
- tomar las medidas que correspondan, para evitar los problemas que las deformaciones excesivas pudieran ocasionar.

En forma simplificada, la verificación de la deformación puede llevarse a cabo mediante la limitación de la denominada "esbeltez" a la flexión l / h .

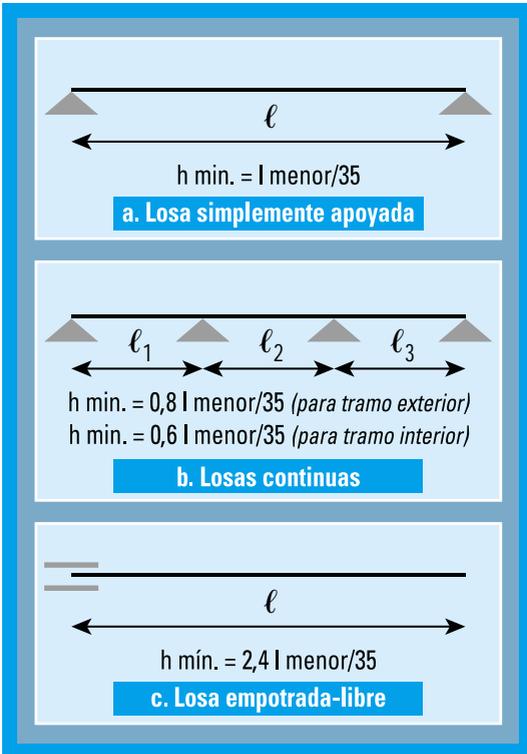
Las normas establecen valores mínimos para esta esbeltez. Tomando los que fija la Norma DIN al respecto, en los próximos ítem incluimos los valores mínimos de la altura "h", según el tipo de sustentación de la losa.



3. Predimensionamiento

¿Por qué se fija h ? Como el cálculo de la flecha máxima en las losas resulta muy complejo, las normas fijan **alturas mínimas para losas**, de modo tal que si la altura calculada es mayor que la altura mínima, esto implica que la flecha máxima es superior a la admisible; y, si la altura calculada es menor o igual que la altura mínima, entonces verifica la flecha.

Se usa en el predimensionado, tanto para losas simples, como para cruzadas en base a la luz menor y a las condiciones del vínculo.

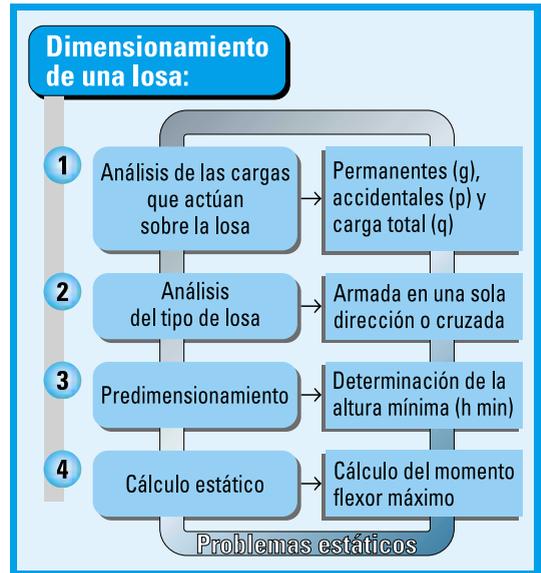


4. Cálculo estático

El cálculo de las solicitaciones –momento flexor y reacciones– se diferencia en un tipo de losa y en otro; por eso, lo abordamos en este

capítulo en cada situación en particular.

Hasta aquí hemos abarcado los cuatro pasos del dimensionamiento de una losa que involucran problemas estáticos:



A partir de aquí abarcamos cuestiones de dimensionamiento propias del hormigón armado

El problema específico del hormigón armado

5. Verificación de la altura

Para que la flecha sea admisible, el valor de h predimensionado (previamente fijado) debe ser menor o igual que el mínimo admisible.

¿Cómo se verifica esta situación?

Se verifica, calculando el coeficiente ms^{25} .

²⁵ Ya lo hemos desarrollado en el capítulo 3 para elementos estructurales en general, por lo que le sugerimos retomarlos para referirlo, ahora, a losas.

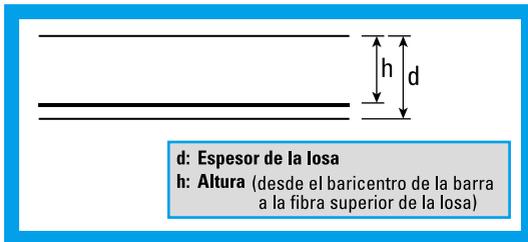


Para esto, se divide la losa en fajas de 100 cm de ancho $-b = 100 \text{ cm}-$.

$$m_s = M_t / (b \cdot h^2 \beta_r)$$

Si $m_s \leq 0,193$; entonces la altura verifica.

Si $m_s > 0,193$; entonces se redimensiona. O bien se aumenta la altura o bien se iguala $m_s = 0,193$ y se despeja h .



6. Determinación de la sección de la armadura

Con el valor de m_s , entramos a una tabla y determinamos w_M . Con este valor y la siguiente fórmula, encontramos A_s (sección de la armadura):

$$A_s = w_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_{st}$$

7. Determinación de los diámetros y separación entre las barras

Con A_s se elige el diámetro del hierro y la separación mediante la tabla 17.

Algunas consideraciones sobre las armaduras

Actividad 4.2

Resulta interesante que los alumnos se detengan en la cuestión de:

¿Qué diámetro conviene elegir para la armadura?

Para elaborar una respuesta precisa, es necesario abarcar, diferencialmente:



Armadura principal

Conviene un diámetro pequeño, para que entren más barras y su comportamiento sea asimilable a una lámina continua.

La separación debe considerarse entre 10 y 15 cm; aunque, en las proximidades de los momentos máximos en losas de espesor d (cm), la separación $sep.$ (cm) de las barras debe ser:

$$sep. \text{ (cm)} = 15 + d / 10 \text{ (separación máxima)}$$

Donde:

- d : espesor.
- $sep.$: separación.

Para cubrir los momentos en los apoyos no previstos en el cálculo, se debe prever una armadura. Para ello se levantan los hierros.

La norma establece que, aproximadamente, se levantan como mínimo $1/3$ de la armadura principal. Por lo general, lo que se hace es levantar $1/2$ de la armadura principal

Armadura transversal



En **losas armadas en una sola dirección**. En la dirección transversal a la armadura principal, se debe considerar una armadura que, por metro, sea por lo menos un 20 % de la armadura principal. Esta armadura se coloca sobre la armadura principal.

Esta armadura debe colocarse para tomar los esfuerzos de tracción en la zona de anclaje de las barras que aparecen como consecuencia del efecto de **hendidamiento**. Por lo general, se coloca ϕ 6 c/25 cm, o bien el 20 % de la armadura principal –o sea, 1/5 de A_s –.

Si la armadura transversal es de otro tipo de acero que el de la armadura principal, la sección se aumenta en relación inversa a su límite de fluencia:

Para AB-220 tres barras $\phi = 7$ mm por metro.
 Para AB-420 tres barras $\phi = 6$ mm por metro.
 Para AM-500 tres barras $\phi = 4,5$ mm por metro.

O bien, mayor cantidad de barras con sección equivalente.

En losas en voladizo, en la cara inferior se coloca una armadura transversal de refuerzo igual al 60 % de la armadura necesaria para soportar el momento de apoyo debido a la carga concentrada.

Debajo de cargas concentradas o lineales se debe colocar un armadura transversal cuya sección por metro sea el 60 % de la armadura principal necesaria para la carga concentrada o lineal.

La longitud de esta armadura transversal adicional es:

$$l_q \leq b_m + 2 l_1$$

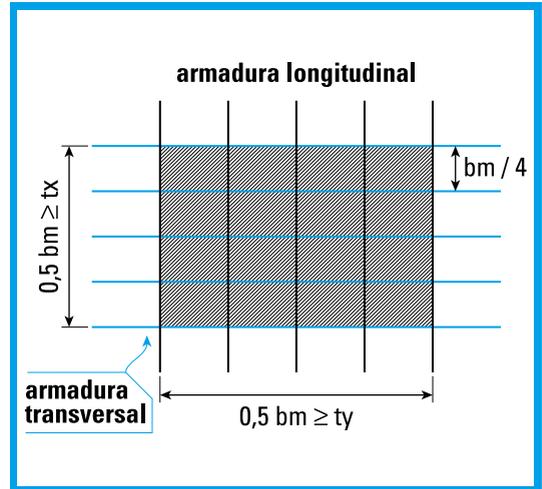
Longitud de anclaje.
 Ancho de distribución.

Esta armadura transversal se distribuye en un ancho $b = 0,5 b_m$; pero, por lo general, en una extensión:

$$t = b_o + 2d_1 + d$$

Espesor de la losa
 Espesor contrapiso-piso
 Ancho de la carga concentrada (viga o columna)

Armadura adicional bajo una carga concentrada



Armadura transversal en los apoyos. Si la armadura principal es paralela a un apoyo, se debe colocar armadura transversal superior en dicho apoyo, normal a éste, para absorber las tensiones de tracción y evitar la fisuración de la losa.

La sección por metro de apoyo es del 60 % de la armadura principal de tramo.

De todos modos, se colocan por lo menos 5 barras con los siguientes diámetros:

- $\phi = 8$ mm AB-220
- $\phi = 7$ mm AB-420
- $\phi = 6$ mm AM-500



Armadura en las esquinas

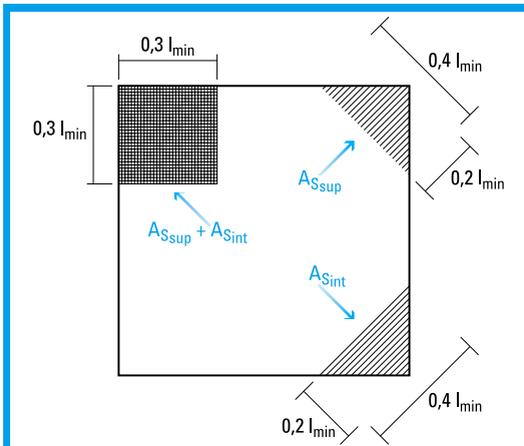
Si se prevé armadura de torsión en las esquinas de la losa, ésta se coloca siguiendo cualesquiera de los siguientes criterios:

Armadura paralela a los lados. Se coloca tanto la armadura superior como la inferior en forma paralela a los lados, en una longitud igual a $0,3 l_{\min}$ siendo:

$$A_{\text{superior}} = A_{\text{inferior}} = A_{\text{tramo}}$$

Armadura inclinada. La armadura superior se coloca en forma paralela a la bisectriz del ángulo que forman los bordes de la losa.

$$\begin{aligned} \text{Longitud} &= 0,4 l_{\min} \\ \text{Ancho} &= 0,2 l_{\min} \end{aligned}$$



Armadura superior de esquina: ortogonal y oblicua

La armadura inferior se coloca en forma perpendicular a la anterior.

$$\begin{aligned} \text{Longitud} &= 0,2 l_{\min} \\ \text{Ancho} &= 0,4 l_{\min} \end{aligned}$$

La armadura en las esquinas evita el alabeo en éstas.

En las losas armadas en una sola dirección, es

conveniente prever refuerzos en las esquinas para limitar su fisuración.

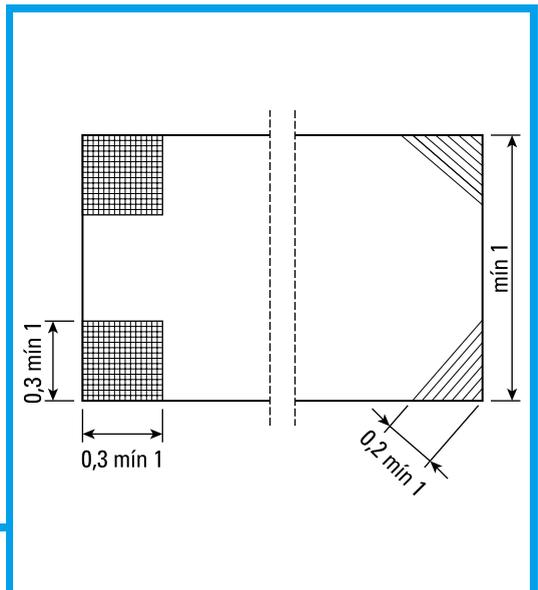
También en losas libremente apoyadas se debe colocar armadura en las esquinas.



Actividad 4.3

Ya estamos en condiciones de plantear y resolver una situación problemática referida al dimensionamiento de una losa armada en una sola dirección.

Podemos aprovechar esta situación para solicitar a los alumnos que busquen diseños de viviendas con sus correspondientes planos de arquitectura. La búsqueda puede hacerse en las revistas especializadas, en las de decoración que se venden en los kioscos o bien buscar en las diferentes páginas que existen en la



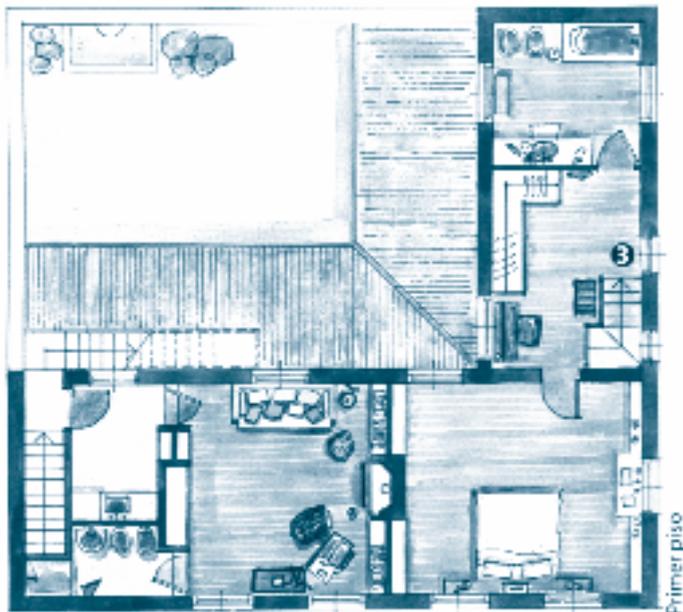
Armadura inferior de esquina: ortogonal y oblicua



Internet.

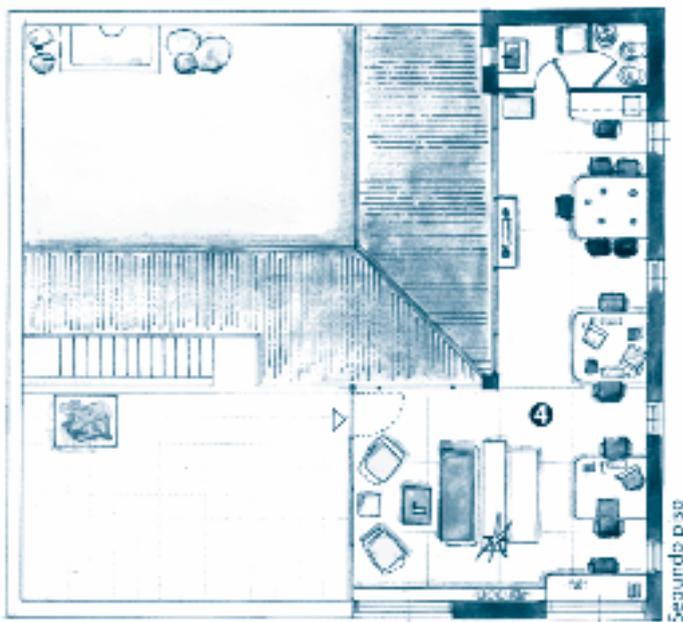
Nosotros presentamos, a modo de ejemplo, la siguiente actividad.

En la revista *Living*, seleccionamos los siguientes diseños arquitectónicos de una vivienda unifamiliar construida en la zona norte del Gran Buenos Aires.



continúa





Para nuestro trabajo, damos las siguientes consignas:

- En papel de calco superpuesto a la planta de arquitectura, dibujamos una posible estructura sobre planta baja y sobre primer piso, considerando que el material de dicha estructura es el hormigón armado.
- Dimensionamos una de las losas sobre el primer piso.

Veamos cómo es posible resolver este problema.

Diseño de la estructura. Sobre la planta de arquitectura, los alumnos diseñan la planta de estructura.

¿Qué propósito tiene este diseño para los estudiantes? Este momento es el comienzo del aprendizaje de diseño de estructuras y el inicio del análisis de su funcionamiento.

Como éste es el primer trabajo sobre este tema, si bien presentamos una planta de arquitectura con techos a dos aguas y escaleras, sólo vamos a centrarnos en la ubicación de losas, vigas y columnas.

Aquí conviene retomar el procedimiento de análisis de producto; en este caso, el análisis se refiere a diseños ya realizados.

Analizados los diferentes diseños (productos) y, cuando usted considere que los alumnos están en condiciones de pensar en el diseño de la estructura elegida, comienza el trabajo del proyecto estructural.

Por supuesto, usted va a presentar diseños simples a sus alumnos.



Dimensionamiento de una de las losas sobre primer piso

a. Análisis de las cargas. El análisis de las cargas sobre las losas permite la integración de saberes referidos a los diferentes materiales de la construcción, en cuanto a su tecnología y a sus dimensiones geométricas. Asimismo, posibilita que el alumno integre conocimientos aprendidos en otras asignaturas o espacios curriculares.

Para realizar el análisis de carga sobre una losa, los alumnos hallan:

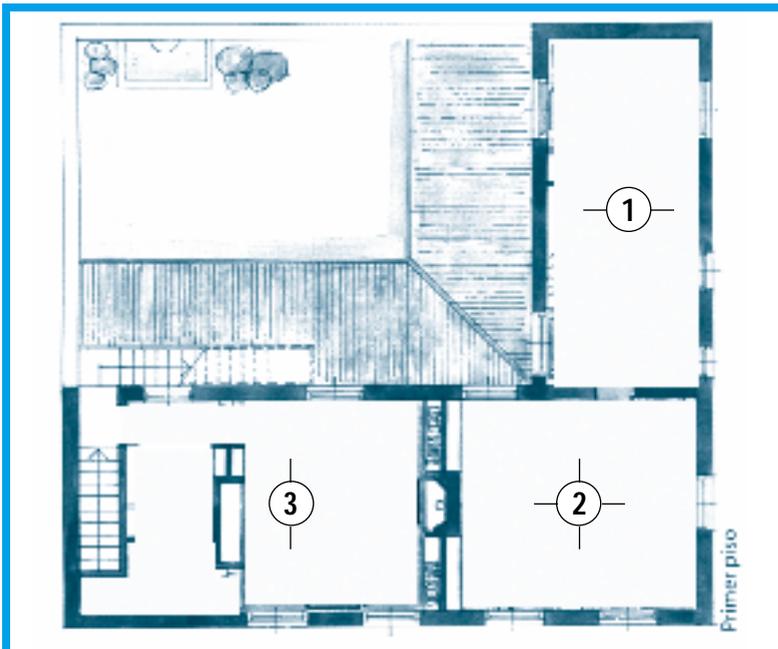
- Peso del contrapiso (Necesitan conocer los materiales y su espesor).
- Peso del piso (En este caso, seleccionamos parquet).
- Tipo y peso del cielorraso, si hubiere.
- Peso de la losa (Necesitan averiguar el peso específico del hormigón armado y el espesor de la losa).

- Peso del mortero.
- Sobrecarga o carga adicional (Según el destino).

Los pesos se expresan en daN/m^2 o N/m^2 o kg/m^2 .

Para nuestro ejemplo, consideramos la losa 1.

Elemento	Espesor (m)	Espesor (pulgadas)	Peso en kg/m^3 ó daN/m^3	Peso en kg/m^2 ó daN/m^2
Piso parquet	0,025	1	700	17,5
Contrapiso	0,07	—	1800	126
Mortero	0,025	—	1900	47,5
Losa de hormigón armado	0,10	—	2400	240
Cielorraso (yeso con metal desplegado)	—	—	—	18



Un posible diseño para nuestra situación problemática

Peso propio (g)	449 kg/m^2 ó 449 daN/m^2
Sobrecarga (p)	200 kg/m^2 ó 200 daN/m^2
Carga total (q)	649 kg/m^2 ó 649 daN/m^2

b. Predimensionamiento. Si bien para el análisis de carga fijamos una altura, resulta conveniente hacer su predimensionamiento, según el procedimiento que consideramos páginas atrás.



Por tratarse, en este caso, de una losa simplemente apoyada, recordamos que:

- h_{mín.} = l menor/35
- h_{mín.} = 3,50 m/35
- h_{mín.} = 0,10 m
- h_{mín.} = 10 cm

La verificación de la altura se hace a través del cálculo del coeficiente ms:

$$ms = Mt / (b \cdot h^2 \cdot \beta_r)$$

Se requiere calcular el momento máximo:

$$M_{\text{máx.}} = q \cdot l^2 / 8, \text{ tomamos como luz de cálculo}$$

$$l_c = l + 0,05 l$$

$$l_c = 3,50 \text{ m} + 0,05 \cdot 3,50 \text{ m}$$

$$l_c = 3,675 \text{ m}$$

$$M_{\text{máx.}} = 649 \text{ kg/m}^2 \cdot (3,675 \text{ m})^2 / 8$$

$$M_{\text{máx.}} = 1 095,6 \text{ kgm}$$

$$ms = 1095,6 \text{ kg} \cdot 100 \text{ cm} / (100 \text{ cm} \cdot 10^2 \text{ cm}^2 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2)$$

$$ms = 0,105 \text{ tomamos } 0,11 \text{ le corresponde un valor de } W_M = 0,218$$

$$As = W_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_s$$

$$As = 0,218 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 5,45 \text{ cm}^2$$

Eligiendo una barra de 10 mm de diámetro –según la tabla 17–, se requiere colocar como armadura resistente $\phi 10$ cada 14 cm.

$$As_{\text{real}} = 5,61 \text{ cm}^2$$

La armadura de repartición o transversal se cubre con $\phi 6$ cada 25 cm.

Actividad 4.4

La búsqueda de folletería de los diferentes proveedores de acero con los datos técnicos de los productos que cada uno comercializa, tiene un gran valor educativo.

Las salidas didácticas a las diferentes exposiciones que, periódicamente, se llevan a cabo, también permiten tomar contacto con los distintos rubros de la construcción y lograr un buen acopio de material con información técnica, para ser analizado en clase.

Como planteábamos, toda salida debe ser previamente planificada con actividades para desarrollar antes, durante el recorrido y con posterioridad.

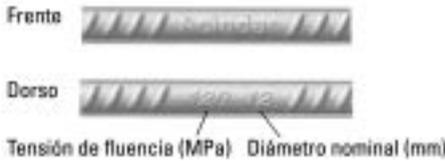
Tabla 16. Acero de dureza natural ADN-42²⁶

Diám. nominal	Perim. nominal	Peso nominal	Peso por barra 12 m	Secciones nominales / número de barras										Ø mandril de doblado mínimo
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
mm	cm	kg/m	kg	cm ²										cm
6	1,88	0,222	2,6	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83	2,40 (4Ø)
8	2,51	0,395	4,8	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,52	4,02	4,52	5,03	3,20 (4Ø)
10	3,14	0,617	7,4	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	4,00 (4Ø)
12	3,77	0,888	10,7	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31	4,80 (4Ø)
16	5,03	1,580	18,9	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11	6,40 (4Ø)
20	6,28	2,470	29,6	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,84	21,99	25,14	28,27	31,42	14,00 (7Ø)
25	7,85	3,850	46,2	4,91	9,82	14,73	19,64	24,55	29,46	34,37	39,28	44,19	49,10	17,50 (7Ø)
32	10,1	6,310	75,7	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	56,30	64,34	72,38	80,42	22,40 (7Ø)
40	12,6	9,860	118,0	12,57	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,53	113,12	125,66	—

²⁶ ACINDAR Tablas y Equivalencias. Productos, sistemas y servicios para la construcción.



Identificación de las barras



Características mecánicas que cumplen las barras, según Norma IRAM-IAS U 500-5289

Valores característicos	Limite de fluencia	Resistencia a la tracción	Alargamiento porcentual
	MPa	MPa	%
	420	500	12

Presentación	Diámetros	
Barras de 12 m	A granel	ø 6 al 40
Cortado y doblado	Según planilla	ø 6 al 40

Tabla 17. Sección de armadura por metro de ancho de losa -cm²/m-

ø (mm)	SEP (cm)	Diámetros - ø (mm)											
		6	6/8	8	6/10	8/10	10	8/12	10/12	12	10/14	12/14	14
2,00	7	4,04	5,62	7,18	7,64	9,80	11,22	11,68	13,70	16,16	16,62	19,08	22,00
1,87	7,5	3,78	5,24	6,70	7,14	8,60	10,48	10,90	12,78	15,08	15,50	17,80	20,52
1,75	8	3,53	4,91	6,28	6,68	8,05	9,82	10,21	11,98	14,14	14,53	16,69	19,34
1,63	8,5	3,33	4,62	5,91	6,27	7,58	9,24	9,61	11,28	13,31	13,68	15,71	18,11
1,55	9	3,14	4,37	5,59	5,94	7,16	8,73	9,08	10,65	12,57	12,92	14,84	17,10
1,47	9,5	2,98	4,14	5,29	5,63	6,78	8,27	8,60	10,09	11,90	12,24	14,05	16,50
1,40	10	2,83	3,95	5,03	5,34	6,44	7,85	8,17	9,58	11,31	11,62	13,39	15,37
1,33	10,5	2,69	3,74	4,78	5,09	6,14	7,48	7,78	9,13	10,77	11,07	12,72	14,66
1,27	11	2,57	3,57	4,57	4,86	5,86	7,14	7,43	8,71	10,28	10,57	12,14	13,99
1,21	11,5	2,48	3,42	4,37	4,65	5,60	6,83	7,11	8,34	9,84	10,11	11,68	13,37
1,16	12	2,36	3,28	4,18	4,45	5,37	6,54	6,81	7,98	8,42	9,69	11,13	12,83
1,12	12,5	2,26	3,14	4,02	4,27	5,15	6,28	6,54	7,67	9,05	9,30	10,69	12,32
1,07	13	2,17	3,02	3,87	4,11	4,96	6,04	6,29	7,37	8,70	8,94	10,37	11,85
1,03	13,5	2,09	2,91	3,72	3,96	4,77	5,82	6,05	7,10	8,38	8,61	9,89	11,40
0,99	14	2,02	2,81	3,59	3,82	4,60	5,61	5,84	6,85	8,08	8,31	9,54	11,00
0,96	14,5	1,95	2,71	3,47	3,69	4,45	5,42	5,62	6,61	7,80	8,02	9,21	10,62
0,92	15	1,89	2,62	3,35	3,57	4,30	5,24	5,45	6,38	7,54	7,75	8,90	10,26
0,89	15,5	1,82	2,53	3,26	3,45	4,16	5,07	5,27	6,19	7,30	7,50	8,65	9,94
0,86	16	1,77	2,46	3,14	3,34	4,03	4,97	5,11	5,99	7,07	7,27	8,35	9,62
0,84	16,5	1,71	2,38	3,05	3,24	3,91	4,76	4,95	5,81	6,85	7,05	8,08	9,33
0,81	17	1,66	2,31	2,96	3,14	3,78	4,62	4,81	5,64	6,65	6,84	7,85	9,05
0,79	17,5	1,62	2,25	2,87	3,06	3,68	4,49	4,67	5,48	6,46	6,64	7,63	8,76
0,77	18	1,57	2,18	2,79	2,96	3,58	4,36	4,54	5,32	6,28	6,46	7,42	8,55
0,75	18,5	1,53	2,13	2,72	2,89	3,49	4,25	4,42	5,18	6,11	6,29	7,22	8,32
0,72	19	1,48	2,07	2,65	2,81	3,39	4,13	4,30	5,04	5,95	6,12	7,06	8,10
0,71	19,5	1,44	2,02	2,58	2,74	3,31	4,03	4,19	4,87	5,80	5,86	6,85	7,89
0,70	20	1,41	1,95	2,51	2,67	3,22	3,93	4,08	4,79	5,65	5,81	6,67	7,69
0,67	20,5	1,38	1,92	2,45	2,61	3,14	3,83	3,98	4,67	5,51	5,68	6,58	7,52
0,66	21	1,35	1,87	2,39	2,55	3,07	3,74	3,89	4,56	5,38	5,54	6,36	7,33
0,64	21,5	1,32	1,83	2,34	2,49	3,00	3,65	3,80	4,45	5,25	5,41	6,21	7,16
0,63	22	1,29	1,79	2,29	2,43	2,93	3,57	3,72	4,36	5,14	5,29	6,07	7,00
0,61	22,5	1,26	1,75	2,23	2,38	2,86	3,49	3,63	4,26	5,02	5,17	5,93	6,84
0,60	23	1,23	1,71	2,19	2,32	2,80	3,40	3,56	4,17	4,92	5,06	5,81	6,70
0,58	23,5	1,21	1,68	2,14	2,28	2,74	3,34	3,48	4,08	4,81	4,95	5,69	6,56
0,57	24	1,18	1,64	2,10	2,25	2,69	3,27	3,41	3,99	4,71	4,85	5,57	6,42
0,56	24,5	1,15	1,60	2,05	2,18	2,63	3,20	3,33	3,91	4,61	4,74	5,45	6,28
0,56	25	1,13	1,57	2,01	2,14	2,58	3,14	3,27	3,83	4,52	4,65	5,34	6,16
0,54	25,5	1,11	1,54	1,97	2,10	2,53	3,08	3,20	3,76	4,43	4,56	5,24	6,04
0,53	26	1,09	1,51	1,93	2,06	2,48	3,02	3,14	3,69	4,35	4,48	5,14	5,93
0,51	26,5	1,07	1,49	1,90	2,02	2,43	2,96	3,08	3,61	4,26	4,39	5,04	5,81
0,51	27	1,05	1,46	1,86	1,98	2,38	2,90	3,02	3,54	4,18	4,30	4,94	5,70
0,50	27,5	1,03	1,43	1,83	1,95	2,35	2,85	2,97	3,49	4,11	4,24	4,86	5,61
0,49	28	1,01	1,41	1,80	1,91	2,30	2,80	2,92	3,42	4,03	4,15	4,77	5,50
0,49	28,5	0,99	1,38	1,77	1,88	2,27	2,76	2,87	3,37	3,97	4,09	4,68	5,41
0,47	29	0,98	1,36	1,74	1,85	2,23	2,71	2,82	3,31	3,90	4,01	4,61	5,31
0,46	29,5	0,96	1,34	1,71	1,81	2,19	2,66	2,77	3,25	3,83	3,94	4,53	5,23
0,46	30	0,94	1,31	1,67	1,78	2,14	2,61	2,72	3,19	3,76	3,87	4,45	5,13
0,44	31	0,92	1,27	1,61	1,73	2,08	2,53	2,64	3,10	3,66	3,75	4,31	4,70
0,43	32	0,89	1,23	1,57	1,67	2,01	2,45	2,56	3,00	3,54	3,63	4,18	4,81
0,42	33	0,86	1,19	1,52	1,62	1,95	2,38	2,48	2,91	3,42	3,52	4,05	4,50
0,40	34	0,83	1,15	1,48	1,57	1,90	2,31	2,41	2,82	3,32	3,43	3,93	4,58



Si usted lo desea, puede proponer a sus alumnos que realicen el dimensionamiento de la losa 3. Si han comprendido el funcionamiento y cálculo de la losa 1, seguramente podrán realizar esta actividad.

Actividad 4.5

Presentamos a los alumnos el siguiente diseño de estructura de losas continuas armadas en una sola dirección:

—¿Cómo procedemos a su dimensionamiento?

Las losas continuas son hiperestáticas; es decir, tienen mayor número de vínculos que los estrictamente necesarios. Las solicitaciones –momento flexor máximo en los tramos y en los apoyos, y reacciones– pueden calcularse por diferentes métodos: por ejemplo, el método de Cross –que desarrollamos en el capítulo siguiente– o por coeficientes tabulados.

En este apartado, optamos por el procedimiento de los coeficientes, desagregado en tres pasos:

Dimensionamiento de losas por coeficientes tabulados

- Cálculo de las solicitaciones**
- Reducción de los momentos en los apoyos interiores**
- Compatibilización de momentos en los apoyos**

a. Cálculo de las solicitaciones. Precisamos el momento flexor máximo en los apoyos y en los tramos

Momento flexor máximo en los tramos y en los apoyos:

$$M = q l^2 / m_i$$

El coeficiente m está tabulado en función de g y q –tabla 18–.

Recordamos que denominamos “ g ” al peso propio y “ q ” a la carga total.

La tabla permite el cálculo del coeficiente m para losas continuas de 2, 3, 4 y 5 tramos, con una relación de luces que no difiera en más de un 15 % y para cargas uniformemente repartidas.

¿Cómo se usa esta tabla?

La tabla es válida, tanto para losas como para vigas continuas. Es una tabla de doble entrada; se entra con la relación g/q en la fila superior. En la línea perpendicular y en la respectiva fila se halla el valor de m_i y de m correspondiente a los apoyos.

$\frac{g}{q}$	2 Tramos		
	A	B	A
	0	0,1	0,2
m_1	10,91	11,29	11,68
m_B	-9,41	-9,41	-9,41
q_{1A}	2,34	2,38	2,42
q_{1B}	-1,65	-1,65	-1,65

q_{1A} Son los coeficientes que permiten hallar el corte en los apoyos.

q_{1B}

$$Q_{1A} = q \cdot l / q_{1A}$$

$$Q_{1B} = q \cdot l / q_{1B}$$

$$Q_{2B} = q \cdot l / q_{2B}; Q_{1B} + Q_{2B} = R_B$$



Tabla 18. Solicitaciones en vigas continuas, con adaptación del 15 %²⁷

$\frac{g}{q}$	2 Tramos											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
m_1	10,91	11,29	11,68	12,10	12,54	12,90	12,90	12,90	12,90	12,90	12,90	
m_B	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	-9,41	
q_{1A}	2,34	2,38	2,42	2,46	2,50	2,54	2,45	2,54	2,54	2,54	2,54	
q_{1B}	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	-1,65	

$\frac{g}{q}$	3 Tramos											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
m_1	10,2	10,48	10,77	11,06	11,36	11,68	11,94	11,85	11,77	11,69	11,61	
m_B	-10,08	-10,23	-10,38	-10,54	-10,70	-10,86	-11,03	-11,20	-11,39	-11,57	-11,76	
m_2	14,81	16,19	17,86	19,90	22,47	24,54	26,65	27,97	26,91	25,92	25,00	
q_{1A}	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38	2,42	2,44	2,43	2,43	2,42	2,41	
q_{1B}	-1,67	-1,67	-1,68	-1,68	-1,68	-1,69	-1,69	-1,70	-1,70	-1,71	-1,71	
q_{2B}	1,78	1,81	1,84	1,87	1,91	1,94	1,97	2,00	2,00	2,00	2,00	

$\frac{g}{q}$	4 Tramos											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
m_1	10,41	10,71	11,02	11,34	11,68	12,04	12,23	12,16	12,09	12,03	11,96	
m_B	-9,76	-9,87	-9,98	-10,10	-10,21	-10,33	-10,46	-10,58	10,71	-10,48	-10,98	
m_2	13,54	14,54	15,70	17,06	18,21	19,24	20,36	20,85	22,08	21,08	20,17	
m_C	-10,98	-11,36	-11,76	-12,20	-12,67	-13,18	-13,73	-14,32	-14,97	-15,69	-16,47	
q_{1A}	2,28	2,31	2,35	2,38	2,42	2,45	2,47	2,47	2,46	2,45	2,45	
q_{1B}	-1,66	-1,66	-1,67	-1,67	-1,67	-1,68	-1,68	-1,68	-1,69	-1,69	-1,69	
q_{2B}	1,72	1,74	1,76	1,79	1,81	1,83	1,86	1,87	1,90	1,89	1,89	
q_{2C}	-1,82	-1,86	-1,90	-1,94	-1,98	-2,03	-2,07	-2,10	-2,11	-2,12	-2,13	

continúa

²⁷ Pozzi Azzaro, Osvaldo. Manual de Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado. Instituto del Cemento Portland.



Tabla 18. Solicitaciones en vigas continuas, con adaptación del 15 % (Continuación)

$\frac{g}{q}$	5 Tramos											
	A	1	B	2	C	3	C	2	B	1	A	
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	
m_1	10,36	10,50	10,95	11,27	11,60	11,94	12,15	12,08	12,01	11,94	11,87	
m_B	-9,84	-9,85	-10,08	-10,20	-10,33	-10,46	-10,60	-10,74	10,88	-11,03	-11,18	
m_2	13,86	14,90	16,23	17,75	19,31	20,39	21,40	23,15	23,29	22,25	21,29	
m_C	-10,58	-10,89	-11,23	-11,58	-11,97	-12,37	-12,81	-13,27	-13,77	-14,32	14,90	
m_3	12,56	13,32	14,18	15,15	16,27	17,57	18,17	19,21	19,08	18,13	17,27	
q_{1A}	2,28	2,31	2,34	2,37	2,41	2,44	2,47	2,46	2,45	2,44	2,44	
q_{1B}	-1,66	-1,67	-1,67	-1,67	-1,68	-1,68	-1,68	-1,69	-1,69	-1,69	-1,70	
q_{2B}	1,73	1,76	1,78	1,81	1,83	1,86	1,88	1,92	1,93	1,92	1,91	
q_{2C}	-1,80	-1,84	-1,88	-1,92	-1,96	-2,00	-2,04	-2,07	-2,08	-2,09	-2,09	
q_{3C}	1,75	1,78	1,81	1,84	1,88	1,91	1,94	1,98	2,00	2,00	2,00	

m_1 Son los coeficientes que permiten hallar el momento en los tramos y en los apoyos.

m_B

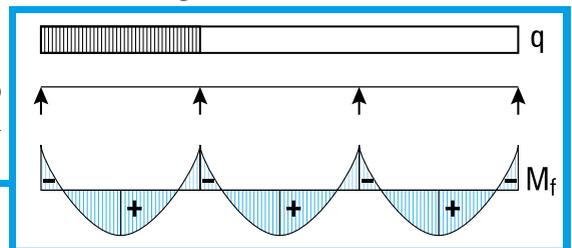
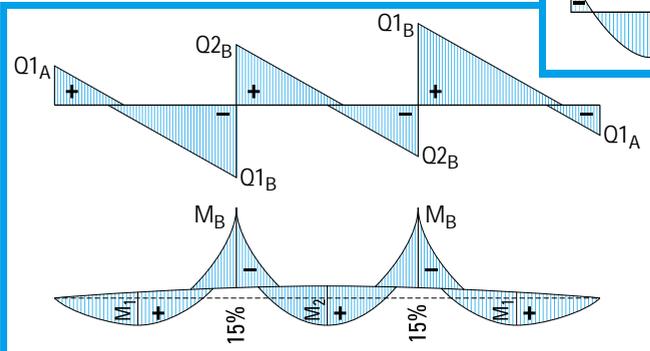
$$M_1 = q l^2 / m_1$$

$$M_2 = q l^2 / m_2$$

$$M_B = q l^2 / m_B$$

El valor de cada uno de los coeficientes no debe ser >24, aunque en la tabla figuren valores superiores.

b. Reducción de los momentos en los apoyos interiores. Si solicitamos a nuestros alumnos que dibujen el diagrama de momento flexor de las losas continuas de la vivienda de nuestro análisis, seguramente lo harán del siguiente modo:



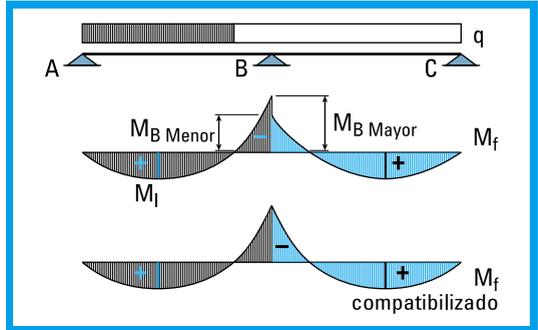
Observamos que, en los apoyos, los alumnos terminan el diagrama de momento flexor en punta, como si en él la carga fuera puntual. Pero, ¿es así?. No; porque, sabemos que el apoyo de una losa, por ejemplo, puede ser una viga o una columna, y que su sección tiene un determinado ancho. Claro que, por razones de simplicidad, el diagrama se considera del modo que lo dibujan los alumnos, por lo que nosotros también lo hacemos.

Esta situación permite reducir el momento en los apoyos.

Veamos cómo procedemos.

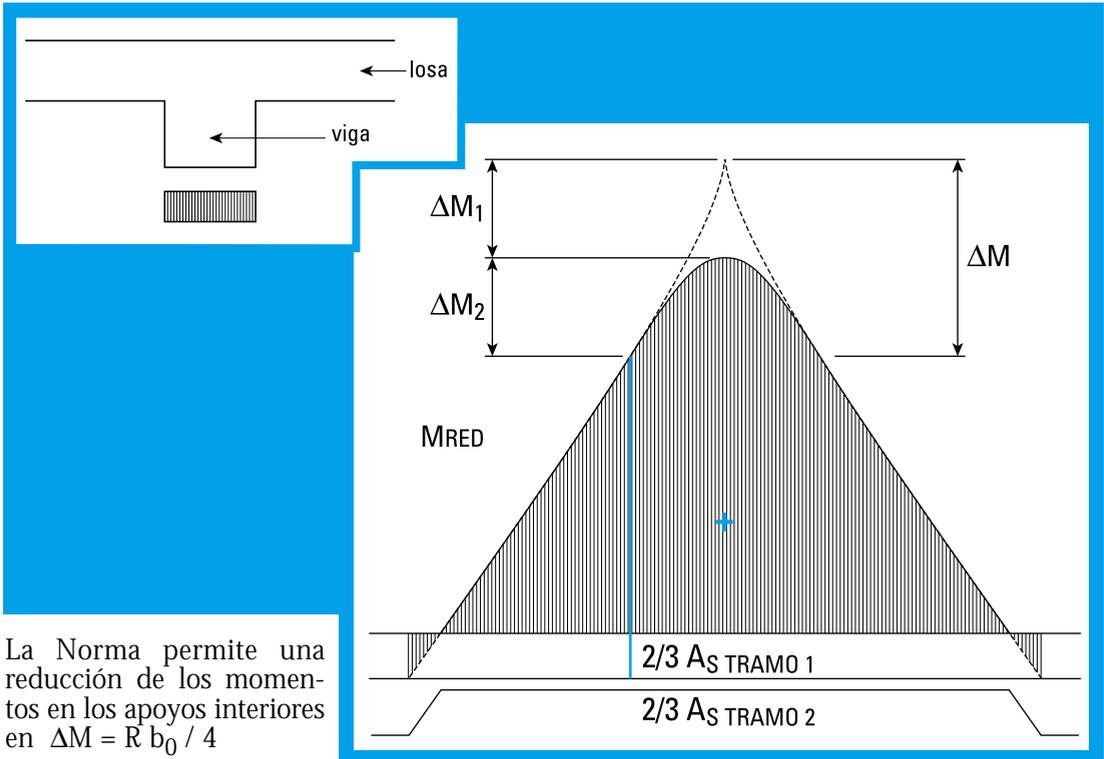
Evidentemente si el apoyo es una carga uniformemente distribuida la gráfica del momento flexor es una parábola cuadrática. En este caso, resulta una parábola invertida con el vértice como punto máximo.

c. Compatibilización de momentos en los apoyos. Si los tramos son diferentes (luzes diferentes), los momentos en los apoyos se compatibilizan.



De los dos momentos en el apoyo, se reduce el mayor y se incrementa el momento en el tramo:

$$M_{1 \text{ compatibilizado}} = M_1 + 0.4 (M_{B \text{ mayor}} - M_{B \text{ menor}})$$



La Norma permite una reducción de los momentos en los apoyos interiores en $\Delta M = R b_0 / 4$





Actividad 4.6

Ya estamos en condiciones de resolver las losas continuas presentadas.

Entonces, proponemos la siguiente situación problemática:

La estructura sobre planta baja de una vivienda de dos pisos está constituida por losas, vigas, columnas, bases y escaleras de hormigón armado.

Los materiales sobre las losas son los siguientes:

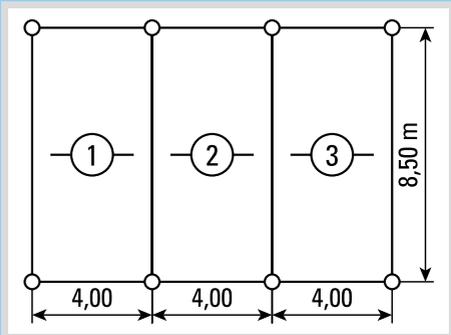
- Contrapiso de hormigón pobre.
- Solado de mosaico.
- Cielorraso de yeso
- Mezcla de asiento de 2 cm

Las losas están destinadas a lugares de estar y comedores de un edificio de vivienda.

Las dimensiones geométricas son 4 m x 8,50 m

Les propongo que:

- Dimensionemos las tres losas.



Veamos cómo resolvemos esta problemática planteada.

Recordamos que el dimensionamiento de todo elemento estructural depende de varias cuestiones fundamentales que se necesitan

tener en cuenta:

- A qué estado de sollicitación está sometido dicho elemento.
- Conocido el estado de sollicitación –tracción, compresión, flexión y corte; flexo-compresión, y/o flexo-tracción–, calculamos las correspondientes sollicitaciones máximas. Éste es un problema de la Estática.
- Resuelto el problema estático, pasamos a resolver el problema específico del hormigón armado

Trabajamos, entonces, en las tareas de:



Por supuesto, todos los cálculos deben estar acompañados por los diagramas correspondientes.

Cuando se enfrentan a datos faltantes, éstos deben ser buscados por los alumnos (en



nuestro problema: ancho de vigas de apoyo, tensión de rotura del hormigón armado y tensión del acero).

a. Predimensionado. Con el propósito de conocer la carga de la losa, necesitamos tener una idea estimada de su espesor.

Para ello, recurrimos al gráfico de espesores.

hmín. = 0,8 l menor/35 para tramo de borde.
hmín. = 0,6 l menor/35 para tramo interior.

De los dos, ¿cuál consideramos? (Aquí, los estudiantes deben tomar la decisión y explicar sus fundamentos).

Elegimos el mayor.

hmín. = 0,8 . 400 cm /35
hmín. = 9,14 cm

d = 11 cm. Incluye el recubrimiento²⁸.

b. Análisis de cargas. El análisis de carga constituye otro instante de búsqueda de información técnica. Como lo hicimos en la problemática anterior, en ésta también debemos conocer los pesos de los materiales que soporta cada una de las losas, por m².

Nosotros encontramos los siguientes:

Resulta conveniente, antes de realizar el cálculo estático, plantear los diagramas de carga, de esfuerzo de corte y de momento flexor; porque, analizar estos diagramas nos permitirá tener un panorama global del funcionamiento de las losas.

Los diagramas se dibujan a mano alzada, ya que el énfasis no está puesto en los métodos de trazado de cada uno, sino en la forma que éstos tienen.

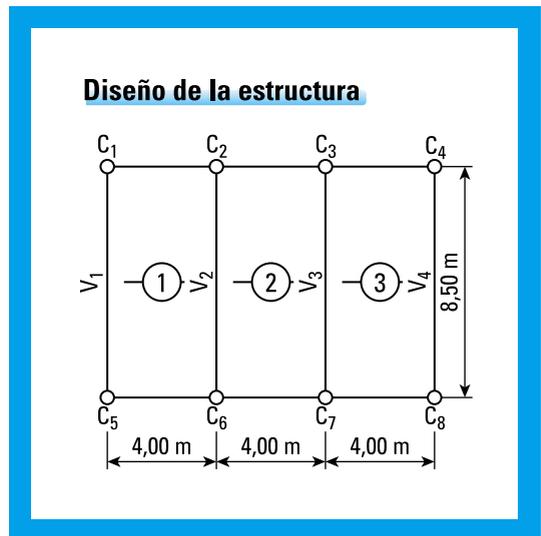
²⁸ En la tabla 20 "Recubrimiento mínimo" –presentada en unas páginas más– integramos esta conceptualización.

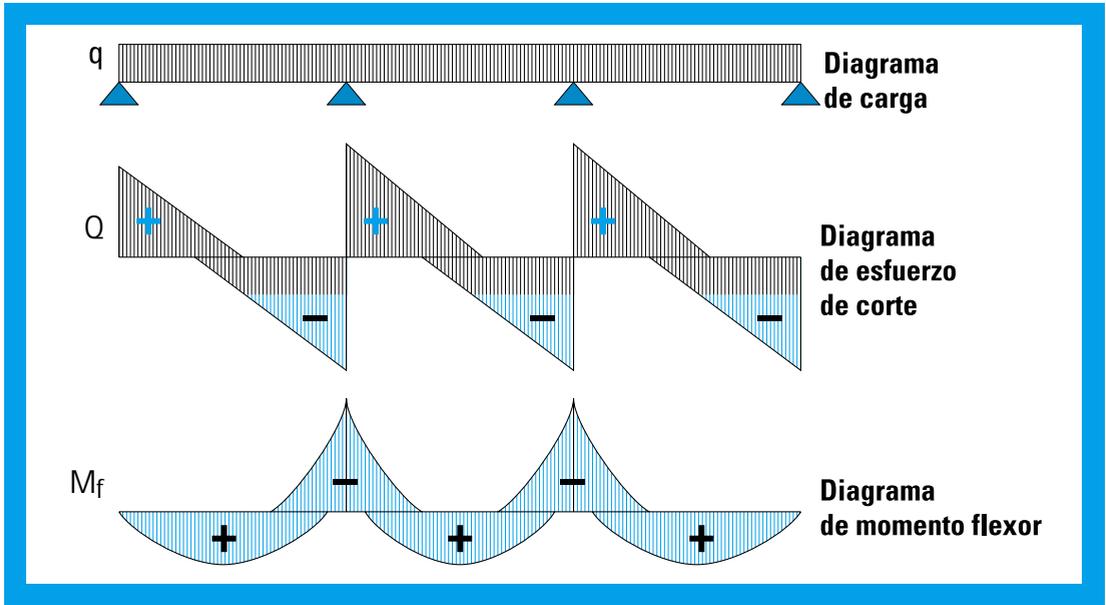
Elemento	Espesor (m)	Espesor (pulgadas)	Peso en kg/m ³ ó daN/m ³	Peso en kg/m ² ó daN/m ²
Piso mosaico	0,02	—	—	22
Contrapiso	0,06	—	1600	96
Mezcla de asiento	0,02	—	1900	38
Losa de hormigón armado	0,10	—	2400	240
Cielorraso (yeso con enlustrado)	—	—	—	20



Peso propio (g)	416 kg/m ² ó 416 daN/m ²
Sobrecarga (p)	200 kg/m ² ó 200 daN/m ²
Carga total (q)	616 kg/m ² ó 616 daN/m ²

c. Desarrollo de diagramas de: carga, esfuerzo de corte y momento flexor. Sabemos que las losas trabajan a la flexión y corte.





d. Cálculo de las solicitaciones. Por tratarse de losas continuas, para encontrar los valores de los esfuerzos de características (solicitaciones) usamos la tabla 18.

Para ello, buscamos el valor de la relación g/q :

$$g/q = 416 \text{ kg/m}^2 / 616 \text{ kg/m}^2$$

$$g/q = 0,67$$

Elegimos el valor más próximo por exceso: 0,70.

En la tabla para losas continuas de tres tramos y para la relación g/q de 0,70; los valores de los coeficientes son:

$$m_1 = 11,85$$

$$m_B = -11,20$$

$$m_2 = 27,97$$

Como la Norma no permite que se adopten valores de los coeficientes mayores que 24, en este caso consideramos $m_2 = 24$.

$$q_{1A} = 2,43$$

$$q_{1B} = -1,70$$

$$q_{2B} = 2$$

Con estos coeficientes, calculamos los valores de: M_1 , M_B , M_2 , Q_{1A} , Q_{1B} , Q_{2B} .

Cálculo del momento máximo en el tramo 1, igual al momento del tramo 3:

$$M_1 = q \cdot l_c^2 / 11,85$$

Por tratarse de losas continuas l_c = luz entre centros de los apoyos. Suponemos que los apoyos son vigas de 20 cm de ancho, entonces $l_c = 4,20$ m.

$$M_1 = 616 \text{ kg/m}^2 \cdot (4,20 \text{ m})^2 / 11,85$$

$$M_1 = 917 \text{ kg por m de losa o}$$

$$M_1 = 9,17 \text{ kN por m de losa.}$$

Cálculo del momento máximo en el tramo 2:

$$M_2 = q \cdot l_c^2 / 24$$

$$M_2 = 616 \text{ kg/m}^2 \cdot (4,20 \text{ m})^2 / 24$$

$$M_2 = 453 \text{ kg por m de losa o}$$

$$M_2 = 4,53 \text{ kN por m de losa.}$$



Cálculo del momento máximo en el apoyo B, igual al momento en el apoyo C:

$$M_B = q \cdot l_c^2 / (-11,20)$$
$$M_B = 616 \text{ kg/m}^2 \cdot (4,20 \text{ m})^2 / (-11,20)$$
$$M_B = -970 \text{ kg por m de losa o } M_B = -9,70 \text{ kN por m de losa.}$$

$$M_C = -970 \text{ kg por m de losa o } M_C = -9,70 \text{ kN por m de losa.}$$

Cálculo de las reacciones de la losa sobre las vigas:

La reacción en el apoyo A es igual al corte en ese apoyo –es decir a Q_{1A} –, correspondiente al tramo 1 e igual a la reacción en el apoyo D.

$$Q_{1A} = q \cdot l_c / 2,43$$
$$Q_{1A} = 616 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,20 \text{ m} / 2,43$$
$$Q_{1A} = 1065 \text{ kg/m}$$

$$R_A = R_D ; R_A = 1065 \text{ kg/m}$$
$$R_D = 1065 \text{ kg/m}$$

La reacción en el apoyo B es igual a la del apoyo C.

$$R_B = R_{B1} + R_{B2}$$

Donde:

- R_{B1} es la reacción en el apoyo B del tramo 1.
- R_{B2} es la reacción en el apoyo B del tramo 2,

$$Q_{1B} = q \cdot l_c / (-1,70)$$
$$Q_{1B} = 616 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,20 \text{ m} / (-1,70)$$
$$Q_{1B} = -1521 \text{ kg/m}; R_{B1} = 1521 \text{ kg/m}$$

$$Q_{2B} = q \cdot l_c / 2$$
$$Q_{2B} = 616 \text{ kg/m}^2 \cdot 4,20 \text{ m} / 2$$
$$Q_{2B} = 1294 \text{ kg/m}; R_{B2} = 1294 \text{ kg/m}$$

$$Q_B = 1521 \text{ kg/m} + 1294 \text{ kg/m}$$

$$Q_B = 2815 \text{ kg/m}$$

$$Q_C = 2815 \text{ kg/m}$$

$$R_B = R_C ; R_B = 2815 \text{ kg /m}$$
$$R_C = 2815 \text{ kg /m}$$

e. Reducción de los momentos flexores en los apoyos. Para esta reducción, consideramos:

$$M_{red.} = -970 \text{ kg} + (2815 \text{ kg /m} \cdot 0,20 \text{ m}) / 4$$

Recordamos que consideramos las vigas de un ancho de 0,20 m.

$$M_{red.} = -829 \text{ kg por m de losa}$$

Resuelto el problema estático, veamos el dimensionamiento de cada una de las losas (h de la losa y diámetro y separación de las barras).

f. Verificación de la altura (h). Realizamos tres verificaciones:

Verificación de la altura en el tramo 1, igual al tramo 3: En la búsqueda de datos, supongamos que los alumnos eligieron la siguiente calidad de hormigón armado:

$$\beta_{cn} = 170 \text{ kg/cm}^2$$
$$\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$$

Para el acero, consideraron $\beta_{st} = 4200 \text{ kg/cm}^2$.

Así:

$$ms = M_1 / b \cdot h^2 \beta_r$$
$$ms = 917 \text{ kg} \cdot 100 \text{ cm} / (100 \text{ cm} \cdot 9,14^2 \text{ cm}^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2)$$
$$ms = 0,08 < 0,193$$

Entonces, verifica h.



Verificación de la altura en el tramo 2:

$$m_s = M_2 / b \cdot h^2 \beta_r$$

$$m_s = 453 \text{ kg} \cdot 100 \text{ cm} / (100 \text{ cm} \cdot 9,14^2 \text{ cm}^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2)$$

$$m_s = 0,039 < 0,193$$

Entonces, verifica h.

Verificación en los apoyos: El momento flexor máximo se considera en valor absoluto

$$m_s = M_B / b_0 \cdot h^2 \beta_r$$

$$m_s = 829 \text{ kg} \cdot 100 \text{ cm} / (100 \text{ cm} \cdot 9,14^2 \text{ cm}^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2)$$

$$m_s = 0,07 < 0,193$$

Entonces, verifica h.

g. Cálculo de la sección del acero. Verificada la altura y contando con los valores de m_s , buscamos en los correspondientes valores de w_M en la tabla 12.

Para los tramos 1 y 3:

$$w_M = 0,154$$

$$A_s = w_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_s$$

$$A_s = 0,154 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 9,14 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 4,70 \text{ cm}^2$$

Corresponde colocar una armadura de $\phi 10 \text{ c} / 16,5$ en el tramo 1 y en el tramo 3.

$$A_s \text{ real} = 4,76 \text{ cm}^2$$

Para el tramo 2:

$$w_M = 0,075$$

$$A_s = W_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_s$$

$$A_s = 0,075 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 9,14 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 2,29 \text{ cm}^2$$

Corresponde colocar una armadura de $\phi 6 \text{ c} / 12$ en el tramo 2.

$$A_s \text{ real} = 2,36 \text{ cm}^2$$

Para los apoyos B y C:

$$w_M = 0,134$$

$$A_s = W_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_s$$

$$A_s = 0,134 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 9,14 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 4,08 \text{ cm}^2$$

El 50 % de los hierros del tramo se levantan en los apoyos interiores. Esto permite absorber parte del hierro que se requiere en cada apoyo.

Veamos qué sucede en los apoyos A y B.

De la sección $4,76 \text{ cm}^2$ del tramo 1, la mitad se levanta en el apoyo; por lo tanto, el hierro del tramo cubre el apoyo una sección de $2,38 \text{ cm}^2$.

De la sección $2,36 \text{ cm}^2$ del tramo 2, la mitad se levanta en el apoyo; por lo tanto, el hierro del tramo cubre el apoyo una sección de $1,18 \text{ cm}^2$.

En total, en el apoyo B y en el apoyo C con barras provenientes de los tramos se cubre una sección de: $3,56 \text{ cm}^2$.

Como en cada apoyo se necesitan $4,08 \text{ cm}^2$, entonces se debe cubrir con armadura adicional una sección de $0,52 \text{ cm}^2$; por esto, en el apoyo corresponde colocar una armadura adicional de $\phi 6 \text{ c} / 34$.

$$A_s \text{ real} = 0,83 \text{ cm}^2$$

La armadura de repartición es $\phi 6 \text{ c} / 25$



Los resultados del dimensionamiento son:

Esquema de las losas continuas	Esquema por tramos y apoyos	Armadura de repartición	Altura h (cm)	Espesor d (cm)	Sección del acero (cm ²) por cálculo	Diámetro del acero (mm) y separación (cm)	Sección del acero (cm ²) real
	Tramo 1 	ϕ 6 c/25	9,14	11	4,70	ϕ 10 c/16,5	4,76
	Tramo 3 		9,14	11	4,70	ϕ 10 c/16,5	4,76
	Tramo 2 		9,14	11	2,29	ϕ 6 c/12	2,36
	Apoyo B y Apoyo C 		9,14	11	4,08	ϕ 6 c/34	0,83 adicional

h. Despiece de la armadura. El próximo esquema nos muestra la forma de colocación de las armaduras en las losas continuas.

En un buen momento para recordar con los alumnos el trabajo de una losa. Esta revisión, seguramente, favorecerá la comprensión de por qué la armadura resistente y la de repartición tienen este modo de colocación, destacando, asimismo, la importancia del trazado del diagrama de momento flexor.

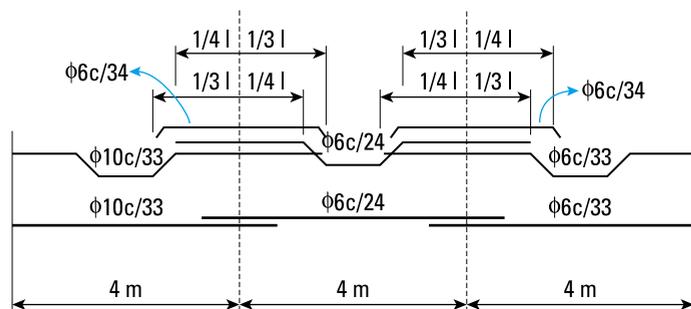
Si usted hace que sus alumnos vuelvan la

mirada al cuadro del capítulo 2 que presenta las elásticas de deformación, entonces podrá revisar el concepto de tracción y el de compresión en la flexión, y, también, recordar las propiedades del hormigón y las del acero, en este sentido.

De este modo, los alumnos no tendrán dudas sobre la ubicación de las armaduras, tanto en los tramos como en los apoyos. Analizarán por qué en los tramos la armadura resistente se coloca abajo (cerca del borde inferior) y en los apoyos arriba (en las cercanías del borde superior).



Despiece de la armadura



riores como en las inferiores, por tensiones que le dan un comportamiento de verdadera placa.

Si la losa es cuadrada y tiene el mismo tipo de apoyo en sus cuatro bordes, los momentos en las dos direcciones paralelas a los lados son iguales, tanto en el centro como en todos los puntos ortogonalmente simétricos.

Losas cruzadas (armadas en dos direcciones)

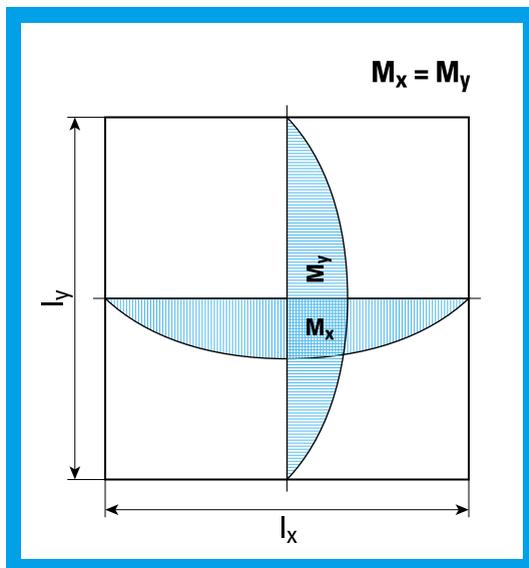
Si retomamos los diseños de estructura realizados en el desarrollo de la situación problemática presentada en la Act. 4.3, podemos observar que existen losas en las cuales la relación entre las luces (luz mayor/luz menor) es menor a 2 –por ejemplo, la losa 2.

¿Qué significa esta relación desde el punto de vista del funcionamiento de la losa?

Esto expresa que las cargas se reparten en dos direcciones en forma proporcional a la rigidez. Por ese motivo, las losas que cumplen esta relación de luces se arman con armadura resistente en las dos direcciones perpendiculares entre sí y se las denomina **losas cruzadas**.

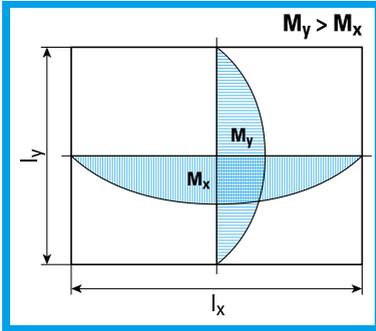
La diferencia con el dimensionamiento de las losas armadas en una sola dirección reside en el cálculo estático.

Porque, en las losas cruzadas, adquiere importancia su curvatura longitudinal; la losa se ve solicitada, tanto en sus fibras supe-



En una losa con igual tipo de apoyo en los cuatro lados, a medida que un lado aumenta con relación al otro –por ejemplo, l_x con respecto a l_y –, el momento flexor M_y se va haciendo mayor que M_x . El reglamento CIRSOC –al igual que la norma DIN, descarta la consideración del momento en el sentido de la luz mayor en las losas con relaciones de luces mayores o iguales que 2. Sólo lo toma con armadura de repartición (losas armadas en una sola dirección).





En un problema de dimensionamiento, la determinación de las solicitaciones es lo que le da identidad al cálculo.

Lagrange y en diferentes fórmulas para calcular los esfuerzos. Algunos estudiosos del tema, utilizando esta teoría reunieron, en tablas, coeficientes que permiten calcular momentos en el tramo, y en los apoyos y las reacciones. Las tablas más usadas son las de Kalmanok que figuran en su *Manual de Cálculo de Placas*, las de Timoshenko; las de Czerny y las tablas de Marcus (conocidas como las tablas *del Löser*).

En losas cruzadas, las solicitaciones se pueden hallar de varias maneras:

- mediante la Teoría de la Elasticidad,
- por métodos aproximados derivados de la teoría de la elasticidad,
- por la Teoría plástica.

Veamos cómo se procede para determinar los esfuerzos de características mediante el uso de tablas, según sea una losa cruzada aislada o bien losas cruzadas continuas.

Nosotros utilizaremos las tablas de Kalmanok (tablas 19).

El cálculo a través de la Teoría de la Elasticidad se basa en la solución de la ecuación de

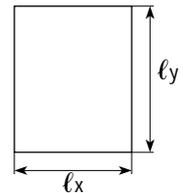
La Teoría de la Elasticidad supone rigidez a la torsión en las losas cruzadas.

Tablas 19. Serie de Tablas de Kalmanok²⁹.

Tabla T 19.1

$\epsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x	m_y	r_x	r_y
0,50	0,0965	0,0174	0,269	0,731
0,55	0,0892	0,0210	0,258	0,641
0,60	0,0820	0,0243	0,267	0,566
0,65	0,0750	0,0273	0,266	0,502
0,70	0,0683	0,0298	0,265	0,450
0,75	0,0619	0,0318	0,263	0,404
0,80	0,560	0,0334	0,261	0,364
0,85	0,0506	0,0348	0,259	0,330
0,90	0,0456	0,0359	0,256	0,300
0,95	0,0410	0,0365	0,253	0,274
1,00	0,0368	0,0368	0,250	0,250
0,95	0,0365	0,0410	0,274	0,253
0,90	0,0359	0,0456	0,300	0,256
0,85	0,0348	0,0506	0,330	0,259
0,80	0,0334	0,0560	0,364	0,261
0,75	0,0318	0,0619	0,404	0,263
0,70	0,0298	0,0683	0,450	0,265
0,65	0,0273	0,0750	0,502	0,266
0,60	0,0243	0,0820	0,566	0,267
0,55	0,0210	0,0892	0,641	0,268
0,50	0,0174	0,0965	0,731	0,269

$\epsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$



R_x, R_y: Reacciones totales en bordes articulados

Momentos

$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$
 $M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$

Reacciones

$R_x = r_x q (\ell_{\text{menor}})^2$
 $R_y = r_y q (\ell_{\text{menor}})^2$

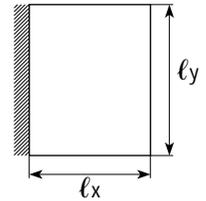
²⁹ Kalmanok, A. S. (1961) *Manual para cálculo de placas*. Interciencia. Buenos Aires.



Tabla T 19.2

$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_x	m_y	r_x	r_y^e	r_y
0.50	-0,1214	0,0584	0,0060	0,169	1,049	0,613
0.55	-0,1188	0,0562	0,0083	0,168	0,947	0,545
0.60	-0,1159	0,0538	0,0105	0,167	0,845	0,487
0.65	-0,1126	0,0512	0,0127	0,167	0,769	0,437
0.70	-0,1089	0,0485	0,0149	0,166	0,702	0,394
0.75	-0,1050	0,0457	0,0168	0,166	0,643	0,360
0.80	-0,1008	0,0428	0,0187	0,165	0,591	0,329
0.85	-0,0965	0,0400	0,0205	0,165	0,545	0,302
0.90	-0,0922	0,0372	0,0221	0,165	0,504	0,278
0.95	-0,0880	0,0345	0,0234	0,165	0,467	0,255
1.00	-0,0839	0,0318	0,0243	0,166	0,433	0,235
0.95	-0,0881	0,0327	0,0282	0,186	0,440	0,240
0.90	-0,0924	0,0330	0,0323	0,209	0,449	0,245
0.85	-0,0967	0,0328	0,0369	0,234	0,460	0,249
0.80	-0,1011	0,0324	0,0423	0,263	0,471	0,253
0.75	-0,1055	0,0315	0,0485	0,298	0,482	0,257
0.70	-0,1096	0,0309	0,0553	0,339	0,492	0,260
0.65	-0,1113	0,0292	0,0627	0,388	0,501	0,262
0.60	-0,1165	0,0269	0,0707	0,447	0,508	0,264
0.55	-0,1192	0,0240	0,0792	0,519	0,514	0,266
0.50	-0,1215	0,0240	0,0880	0,606	0,520	0,268

$$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$$



R_x, R_y: Reacciones totales sobre los lados articulados

R_y^e: Reacción total sobre el lado empotrado y

Momentos

$$M_x^e = m_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$$

Reacciones

$$R_x = r_x q (\ell_{\text{menor}})^2$$

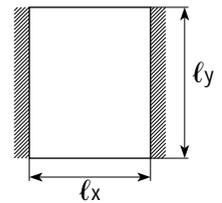
$$R_y^e = r_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$R_y = r_y q (\ell_{\text{menor}})^2$$

Tabla T 19.3

$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_x	m_y	r_x	r_y^e
0.50	-0,0845	0,0414	0,0017	0,098	0,902
0.55	-0,0843	0,0408	0,0029	0,097	0,812
0.60	-0,0837	0,0400	0,0043	0,096	0,737
0.65	-0,0828	0,0391	0,0058	0,097	0,673
0.70	-0,0816	0,0380	0,0073	0,097	0,617
0.75	-0,0801	0,0366	0,0088	0,098	0,569
0.80	-0,0784	0,0350	0,0103	0,098	0,527
0.85	-0,0765	0,0335	0,0119	0,099	0,490
0.90	-0,0744	0,0319	0,0134	0,099	0,457
0.95	-0,0722	0,0302	0,0147	0,100	0,427
1.00	-0,0698	0,0285	0,0158	0,102	0,398
0.95	-0,0745	0,0297	0,0187	0,115	0,412
0.90	-0,0796	0,0307	0,0225	0,130	0,426
0.85	-0,0849	0,0314	0,0267	0,148	0,441
0.80	-0,0902	0,0318	0,0316	0,170	0,455
0.75	-0,0957	0,0320	0,0374	0,198	0,469
0.70	-0,1011	0,0319	0,0442	0,232	0,482
0.65	-0,1063	0,0310	0,0519	0,274	0,495
0.60	-0,1111	0,0292	0,0604	0,326	0,507
0.55	-0,1154	0,0266	0,0697	0,391	0,518
0.50	-0,1191	0,0234	0,0799	0,472	0,528

$$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$$



R_x: Reacción total sobre borde articulado

R_y^e: Reacción total sobre borde empotrado

Momentos

$$M_x^e = m_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$$

Reacciones

$$R_x = r_x q (\ell_{\text{menor}})^2$$

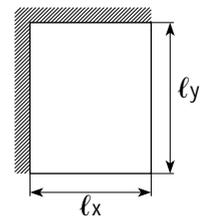
$$R_y^e = r_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$



Tabla T 19.4

$\epsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_y^e	m_x	m_y	r_x^e	r_x	r_y^e	r_y
0.50	-0.1177	-0.0782	0.0560	0.0079	0.350	0.157	0.967	0.526
0.55	-0.1136	-0.0779	0.0529	0.0105	0.350	0.158	0.849	0.458
0.60	-0.1093	-0.0776	0.0496	0.0130	0.350	0.158	0.745	0.403
0.65	-0.1047	-0.0773	0.0462	0.0153	0.350	0.159	0.670	0.356
0.70	-0.0996	-0.0768	0.0426	0.0171	0.350	0.159	0.604	0.315
0.75	-0.0940	-0.0759	0.0390	0.0188	0.349	0.160	0.545	0.279
0.80	-0.0882	-0.0746	0.0355	0.0203	0.348	0.161	0.493	0.248
0.85	-0.0825	-0.0731	0.0322	0.0216	0.346	0.162	0.447	0.222
0.90	-0.0773	-0.0714	0.0291	0.0226	0.344	0.163	0.406	0.200
0.95	-0.0724	-0.0696	0.0262	0.0232	0.341	0.163	0.370	0.180
1.00	-0.0677	-0.0677	0.0234	0.0234	0.338	0.162	0.338	0.162
0.95	-0.0696	-0.0724	0.0232	0.0262	0.370	0.180	0.341	0.163
0.90	-0.0714	-0.0773	0.0226	0.0291	0.406	0.200	0.344	0.163
0.85	-0.0731	-0.0825	0.0216	0.0322	0.447	0.222	0.346	0.162
0.80	-0.0746	-0.0882	0.0203	0.0355	0.493	0.248	0.348	0.161
0.75	-0.0759	-0.0940	0.0188	0.0390	0.545	0.279	0.349	0.160
0.70	-0.0768	-0.0996	0.0171	0.0426	0.604	0.315	0.350	0.159
0.65	-0.0773	-0.1047	0.0153	0.0462	0.670	0.356	0.350	0.159
0.60	-0.0776	-0.1093	0.0130	0.0496	0.756	0.403	0.350	0.158
0.55	-0.0779	-0.1136	0.0105	0.0529	0.849	0.458	0.350	0.158
0.50	-0.0782	-0.1177	0.0079	0.0560	0.967	0.526	0.350	0.157

$\epsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$



R_x, R_y: Reacciones totales sobre los lados articulados

R_x^e, R_y^e: Reacciones totales sobre bordes empotrados

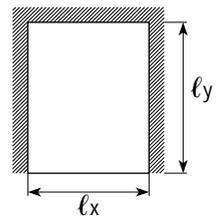
Momentos
$M_x^e = m_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$M_y^e = m_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$
$M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$

Reacciones
$R_x^e = r_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$R_y^e = r_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$R_x = r_x q (\ell_{\text{menor}})^2$
$R_y = r_y q (\ell_{\text{menor}})^2$

Tabla T 19.5

$\epsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_y^e	m_x	m_y	r_x^e	r_x	r_y^e
0.50	-0.0836	-0.0563	0.0409	0.0028	0.254	0.100	0.823
0.55	-0.0826	-0.0564	0.0398	0.0041	0.254	0.100	0.736
0.60	-0.0813	-0.0566	0.0385	0.0059	0.255	0.099	0.657
0.65	-0.0796	-0.0569	0.0370	0.0075	0.257	0.099	0.591
0.70	-0.0774	-0.0572	0.0352	0.0091	0.259	0.100	0.535
0.75	-0.0748	-0.0571	0.0333	0.0107	0.260	0.100	0.487
0.80	-0.0720	-0.0568	0.0313	0.0123	0.261	0.101	0.445
0.85	-0.0691	-0.0564	0.0292	0.0138	0.262	0.101	0.408
0.90	-0.0660	-0.0560	0.0270	0.0151	0.263	0.102	0.374
0.95	-0.0628	-0.0556	0.0249	0.0161	0.265	0.103	0.343
1.00	-0.0596	-0.0551	0.0228	0.0167	0.265	0.105	0.315
0.95	-0.0626	-0.0599	0.0230	0.0193	0.293	0.120	0.320
0.90	-0.0655	-0.0652	0.0231	0.0222	0.325	0.136	0.325
0.85	-0.0682	-0.0710	0.0229	0.0254	0.362	0.154	0.330
0.80	-0.0706	-0.0773	0.0224	0.0289	0.405	0.175	0.334
0.75	-0.0727	-0.0839	0.0214	0.0327	0.456	0.202	0.337
0.70	-0.0743	-0.0907	0.0198	0.0368	0.515	0.235	0.340
0.65	-0.0755	-0.0978	0.0177	0.0411	0.584	0.274	0.342
0.60	-0.0765	-0.1046	0.0153	0.0452	0.662	0.320	0.343
0.55	-0.0774	-0.1101	0.0127	0.0492	0.752	0.375	0.344
0.50	-0.0782	-0.1140	0.0098	0.0535	0.868	0.442	0.345

$\epsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$



R_x^e, R_y^e: Reacciones totales sobre bordes empotrados

R_x: Reacción total sobre borde articulado

Momentos
$M_x^e = m_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$M_y^e = m_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$
$M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$

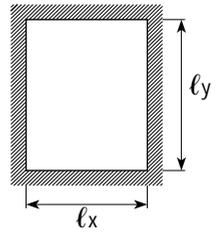
Reacciones
$R_x^e = r_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$R_y^e = r_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$
$R_x = r_x q (\ell_{\text{menor}})^2$



Tabla T 19.6

$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_y^e	m_x	m_y	r_x^e	r_y^e
0.50	-0,0826	-0,0560	0,0401	0,0038	0,241	0,759
0.55	-0,0806	-0,0561	0,0385	0,0055	0,242	0,667
0.60	-0,0784	-0,0562	0,0367	0,0076	0,244	0,589
0.65	-0,0759	-0,0565	0,0346	0,0096	0,247	0,522
0.70	-0,0734	-0,0568	0,0322	0,0114	0,249	0,466
0.75	-0,0698	-0,0564	0,0297	0,0129	0,250	0,417
0.80	-0,0661	-0,0558	0,0271	0,0143	0,251	0,371
0.85	-0,0620	-0,0550	0,046	0,0156	0,251	0,337
0.90	-0,0580	-0,0540	0,0222	0,0167	0,251	0,305
0.95	-0,0543	-0,0527	0,0198	0,0173	0,251	0,276
1,00	-0,0511	-0,0511	0,0176	0,0176	0,250	0,250
0.95	-0,0527	-0,0543	0,0173	0,0198	0,276	0,251
0.90	-0,0540	-0,0580	0,0167	0,0222	0,305	0,251
0.85	-0,0550	-0,0620	0,0156	0,0246	0,337	0,251
0.80	-0,0558	-0,0661	0,0143	0,0271	0,371	0,251
0.75	-0,0564	-0,0698	0,0129	0,0297	0,417	0,250
0.70	-0,0568	-0,0734	0,0114	0,0322	0,466	0,249
0.65	-0,0565	-0,0759	0,0096	0,0346	0,522	0,247
0.60	-0,0562	-0,0784	0,0076	0,0367	0,589	0,244
0.55	-0,0561	-0,0806	0,0055	0,0385	0,667	0,242
0.50	-0,0560	-0,0826	0,0038	0,0401	0,759	0,241

$$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$$



R_x^e, R_y^e : Reacciones totales sobre bordes empotrados

Momentos

$$M_x^e = m_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_y^e = m_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$$

Reacciones

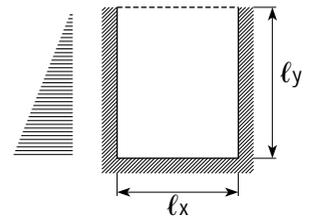
$$R_x^e = r_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$R_y^e = r_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

Tabla T 19.7

$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_y^e	m_x	m_y
0.50	0,0499	0,0451	0,0230	0,0092
0.55	0,0480	0,0441	0,0211	0,0092
0.60	0,0460	0,0431	0,0196	0,0092
0.65	0,0439	0,0421	0,0182	0,0093
0.70	0,0416	0,0410	0,0170	0,0093
0.75	0,0395	0,0399	0,0159	0,0094
0.80	0,0073	0,0387	0,0148	0,0094
0.85	0,0352	0,0376	0,0138	0,0095
0.90	0,0330	0,0356	0,0127	0,0095
0.95	0,0307	0,0355	0,0116	0,0096
1,00	0,0285	0,0345	0,0105	0,0095
0.95	0,0296	0,0370	0,0106	0,0104
0.90	0,0307	0,0395	0,0107	0,0117
0.85	0,0319	0,0422	0,0105	0,0128
0.80	0,0329	0,0450	0,0101	0,0143
0.75	0,0338	0,0482	0,0096	0,0161
0.70	0,0346	0,0516	0,0089	0,0179
0.65	0,0352	0,0548	0,0079	0,0198
0.60	0,0356	0,0578	0,0078	0,0217
0.55	0,0360	0,0603	0,0062	0,0235
0.50	0,0362	0,0621	0,0058	0,0251

$$\varepsilon = \frac{\ell_{\text{menor}}}{\ell_{\text{mayor}}} = \frac{\ell_y}{\ell_x}$$



Momentos

$$M_x^e = m_x^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_y^e = m_y^e q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_x = m_x q (\ell_{\text{menor}})^2$$

$$M_y = m_y q (\ell_{\text{menor}})^2$$

Reacciones

$$R = \ell \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{4} q$$

$$R = \ell \frac{3}{16} q$$

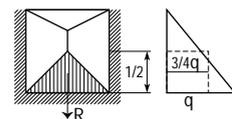
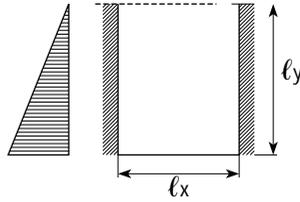


Tabla T 19.8

$\frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_x^e	m_y	m_x
0,30	-0,0132	0,0045	0,0009
0,35	-0,0155	0,0054	0,0015
0,40	-0,0178	0,0062	0,0024
0,45	-0,0200	0,0069	0,0036
0,50	-0,0221	0,0074	0,0048
0,55	-0,0241	0,0076	0,0059
0,60	-0,0260	0,0077	0,0070
0,65	-0,0278	0,0078	0,0080
0,70	-0,0295	0,0078	0,0090
0,75	-0,0310	0,0077	0,0100
0,80	-0,0324	0,0076	0,0109
0,85	-0,0337	0,0073	0,0118
0,90	-0,0349	0,0070	0,0127
0,95	-0,0360	0,0067	0,0136
1,00	-0,0368	0,0063	0,0145
1,10	-0,0384	0,0056	0,0159
1,20	-0,0396	0,0050	0,0171
1,30	-0,0405	0,0043	0,0197
1,40	-0,0410	0,0037	0,0185
1,50	-0,0413	0,0031	0,0190
1,75	-0,0416	0,0019	0,0200
2,00	-0,0417	0,0009	0,0206



Momentos

$$M_x^e = m_x^e q (\ell_x)^2$$

$$M_x = m_x q (\ell_x)^2$$

$$M_y = m_y q (\ell_x)^2$$

Momentos

$$M_y^e = m_y^e q (\ell_x)^2$$

$$M_x^e = m_x^e q (\ell_x)^2$$

$$M_y = m_y q (\ell_x)^2$$

$$M_x = m_x q (\ell_x)^2$$

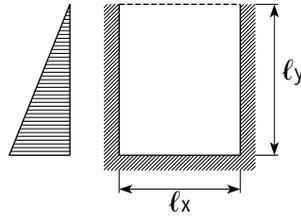


Tabla T 19.9

$\frac{\ell_x}{\ell_y}$	m_y^e	m_x^e	m_y	m_x
0,30	-0,0120	0,0048	0,0002	0,0006
0,35	-0,0148	0,0066	0,0009	0,0012
0,40	-0,0172	0,0084	0,0016	0,0018
0,45	-0,0193	0,0104	0,0024	0,0026
0,50	-0,0212	0,0124	0,0032	0,0034
0,55	-0,0229	0,0145	0,0041	0,0042
0,60	-0,0246	0,0166	0,0050	0,0050
0,65	-0,0262	0,0186	0,0057	0,0058
0,70	-0,0277	0,0205	0,0062	0,0067
0,75	-0,0291	0,0222	0,0065	0,0076
0,80	-0,0304	0,0238	0,0067	0,0085
0,85	-0,0317	0,0254	0,0069	0,0094
0,90	-0,0329	0,0269	0,0071	0,0104
0,95	-0,0340	0,0283	0,0071	0,0110
1,00	-0,0349	0,0297	0,0070	0,0118
1,10	-0,0358	0,0319	0,0068	0,0126
1,20	-0,0375	0,0338	0,0064	0,0134
1,30	-0,0391	0,0354	0,0057	0,0142
1,40	-0,0405	0,0367	0,0049	0,0150
1,50	-0,0418	0,0378	0,0041	0,0158
1,75	-0,0455	0,0399	0,0027	0,0179
2,00	-0,0478	0,0413	0,0016	0,0203



1. Losa cruzada aislada

Las solicitaciones se calculan considerando a la losa sometida a su carga máxima; es decir, a la carga $q = g + p$.

Mediante las tablas de Kalmanok, el tipo de apoyo en sus bordes y la relación de luces l menor / l mayor, obtenemos coeficientes que permiten calcular las solicitaciones.

Para una mejor comprensión presentamos las siguientes actividades.



Actividad 4.7

Una losa aislada cruzada con un borde empotrado y los otros articulados, está sometida a una carga $q = 700 \text{ kg/m}^2$, siendo los valores de las luces:

$l_x = 5,00 \text{ m}$
 $l_y = 6,00 \text{ m}$

El diseño de la losa es:

La consigna es que los estudiantes:

- Encuentren los valores de las solicitaciones.



Para avanzar en una respuesta a este problema, utilizamos la tabla 19.2.

Como la luz l_x es menor que l_y , entramos en la tabla por la parte superior de la columna

izquierda. Buscamos el valor de $l_x / l_y = 0,85$.

Para este valor hallamos los coeficientes:

m_x^e para hallar $M_x^e = m_x^e \cdot q \cdot (l \text{ menor})^2$
 m_x para hallar $M_x = m_x \cdot q \cdot (l \text{ menor})^2$
 m_y para hallar $M_y = m_y \cdot q \cdot (l \text{ menor})^2$
 r_x para hallar $R_x = r_x \cdot q \cdot (l \text{ menor})^2$
 r_y para hallar $R_y = r_y \cdot q \cdot (l \text{ menor})^2$
 r_y^e para hallar $R_y^e = r_y \cdot q \cdot (l \text{ menor})^2$

l_x / l_y	m_x^e	m_x	m_y	r_x	r_y	r_y^e
0,85	-0,0965	0,0400	0,0205	0,165	0,545	0,302

De la tabla 19.2

Para este caso, las solicitaciones son

M_x	700 kgm	Momento flexor máximo en la dirección x.
M_y	358,75 kgm	Momento flexor máximo en la dirección y.
M_x^e	1688,75 kgm	Momento flexor máximo en el empotramiento.
R_x	2887,5 kgm	Reacción sobre el borde articulado x.
R_y	9537,5 kgm	Reacción sobre el borde articulado y.
R_y^e	5285 kgm	Reacción sobre el borde empotrado y.



Actividad 4.8

Consideramos la misma losa del caso anterior, pero con:

$l_y = 5 \text{ m}$
 $l_x = 6 \text{ m}$

La relación de luces es la misma y las condiciones de borde también lo son.





Utilizamos la misma tabla, pero entramos por la parte inferior de la columna de la izquierda:

	mx^e	mx	my	rx	ry	ry^e
lx / ly	0,85	-0,0965	0,0328	0,0369	0,234	0,460
						0,249

De la tabla 19.2

En este caso, se aplican las mismas fórmulas que para el caso anterior.

Nota aclaratoria

El coeficiente de Poisson utilizado en la confección de las tablas es = 0.

Para el hormigón armado se recomienda = 2.

Se pueden corregir los momentos dados por las tablas, mediante las siguientes expresiones matemáticas:

$$M_x = \frac{1}{(1 - \mu)^2} (M_x^t + \mu M_y^t)$$

$$M_y = \frac{1}{(1 - \mu)^2} (M_y^t + \mu M_x^t)$$

M_x^t y M_y^t son los momentos obtenidos mediante las tablas.

2. Losas cruzadas continuas

El reglamento CIRSOC 201, en su artículo 20.1.5. –Solicitaciones–, dispone que, en losas cruzadas continuas cuya relación de luces $l_{mín} / l_{máx} \geq 0,75$, en una dirección de continuidad, se pueden considerar las siguientes hipótesis para el cálculo de los momentos:

- Para calcular los momentos en los apoyos, se supone que las losas se encuentran perfectamente empujadas.
- Para el cálculo de los momentos máximos y mínimos en los tramos, se supone empujamiento perfecto en los apoyos para la

carga $q' = g + p/2$ y libre articulación en los apoyos para la losa cargada en damero con $q'' = \pm p/2$

Este artificio de descomponer la carga q en q' y q'' , reduce el cálculo de losas continuas cruzadas al cálculo de losas aisladas.

La carga q' se aplica uniformemente sobre todo el entrepiso.

Para el **dimensionamiento** de losas cruzadas continuas:

1. Cálculo de todos los momentos flexores máximos:

Se reducen los momentos en los apoyos y se compatibilizan (en el caso de losas continuas).

En cada losa, se comienza el dimensionamiento por la dirección de mayor momento, ya que esto implica mayor h (requiere mayor brazo elástico). En la otra dirección, se calcula con $h_1 = h - \phi$ del acero.

Se verifica h , calculando m_s .

Si $m_s > 0,193$ se redimensiona, encontrándose un nuevo valor de m_s , porque $m_s^* = 0,193$ corresponde a un $\epsilon_b = -3,5 \text{ ‰}$ y $\epsilon_s = 5 \text{ ‰}$ o sea el máximo límite de seguridad.

Se calcula la sección del acero.

Con m_s se calcula $w_M \rightarrow$ **grado mecánico**

Con el grado mecánico, se halla A_s , sección de la armadura.

Conociendo la sección de la armadura y mediante la tabla 17, se encuentra el valor del diámetro y de la separación de las barras.



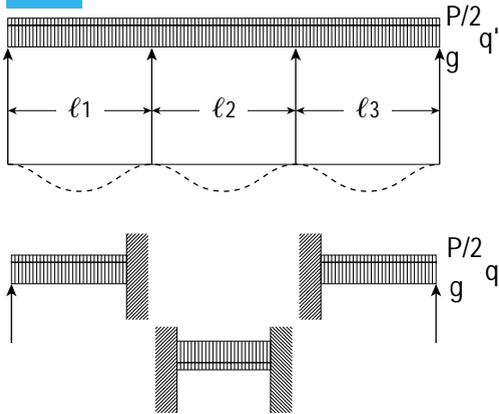
Procedimiento para el cálculo de las solicitaciones

Se dimensionan los apoyos

Diagramas

En forma analítica

2



1. Determinación de las cargas:

$$q' = g + p/2$$

$$q'' = \pm p/2$$

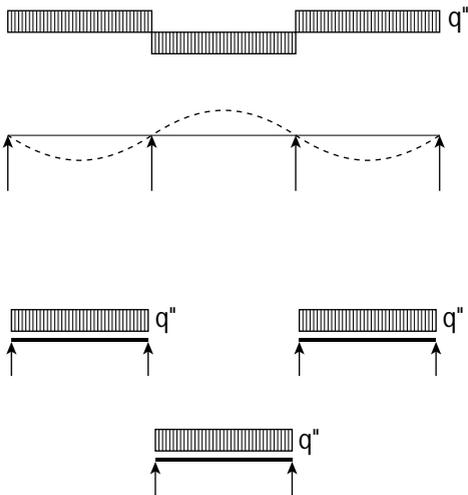
$$q = q' + q''$$

2. Determinación de las solicitaciones como losas aisladas con empotramiento perfecto y actuando una carga:

$$q' = g + p/2$$

Se obtiene M_1 , momento flexor para q' .

3



3. Determinación de las solicitaciones como losas aisladas simplemente apoyadas y actuando una carga

$$q'' = p/2$$

Se obtiene M_2 , momento flexor para q'' .

4. Cálculo definitivo del momento en el tramo:

$$M_t = M_1 + M_2$$

5. Determinación del momento negativo en los apoyos como losas aisladas con empotramiento perfecto para el estado de carga q .

2. Cálculo de las reacciones de losas sobre vigas:

El reglamento CIR-SOC 201, en su artículo 20.1.5.

–Solicitaciones– dispone que: “Las reacciones de las losas cruzadas uniformemente cargadas sobre las vigas de apoyo o sea la carga que transmite la losa a las vigas se pueden calcular mediante diagramas de cargas que se obtienen formando triángulos y trapecios en la losa”.

Consideremos, entonces, la regla para la determinación de los triángulos y de los trapecios:

- Si en una esquina concurren dos bordes de distinto tipo de apoyo, el ángulo de división es de 45° .

Sigue el cálculo en la otra dirección (de momento menor), mediante el mismo procedimiento.

- Si en una esquina concurren dos bordes de distinto tipo de apoyo, el ángulo adyacente al borde empotrado es de 60° .



- Para bordes sujetos a empotramiento parcial, se pueden adoptar valores entre 45° y 60° para el ángulo de repartición.

Para simplificar operaciones, las vigas que reciben de las losas cruzadas cargas trapeciales o triangulares, pueden calcularse con un esquema de carga rectangular que sea equivalente, para lo cual se calcula la ordenada equivalente.



Actividad 4.9

Le proponemos que presente a sus alumnos nueve situaciones diferentes³⁰:

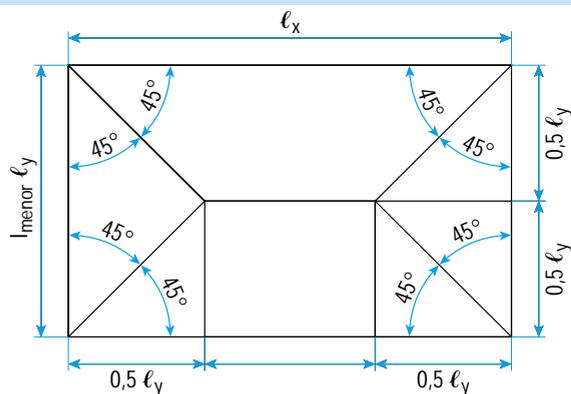
- Cuatro bordes libres.
- Un borde empotrado sobre luz menor.
- Un borde empotrado sobre luz mayor.
- Dos bordes paralelos empotrados sobre una luz menor.
- Dos bordes paralelos empotrados sobre una luz mayor.
- Dos bordes perpendiculares empotrados.
- Tres bordes empotrados; dos sobre luz menor y uno sobre luz mayor.
- Tres bordes empotrados; dos sobre luz mayor y uno sobre luz menor.
- Cuatro bordes empotrados.

A continuación le acercamos las expresiones matemáticas para cada caso.



A

Cuatro bordes libres



$$b = \frac{l_y}{2}$$

$$b = 0,5 l_y$$

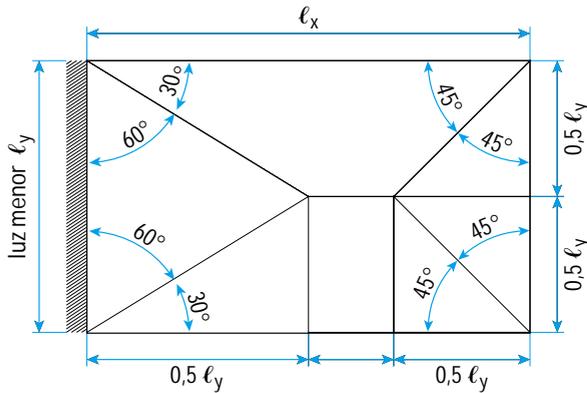
$$q_0 = 0,5 q l_y$$

$$q_r = q_t [1 - 0,33 \epsilon]$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial

³⁰ Fuente: Pozzi Azzaro, Osvaldo. *Manual de Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado*. Instituto del Cemento Portland.



B1Un borde empotrado sobre luz menor ℓ_y Para $\ell_x \geq 1,365 \ell_y$:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{e}{\ell_y / 2}$$

$$e = \frac{\operatorname{tg} 60^\circ \ell_y}{2}$$

$$e = \frac{1,73 \ell_y}{2}$$

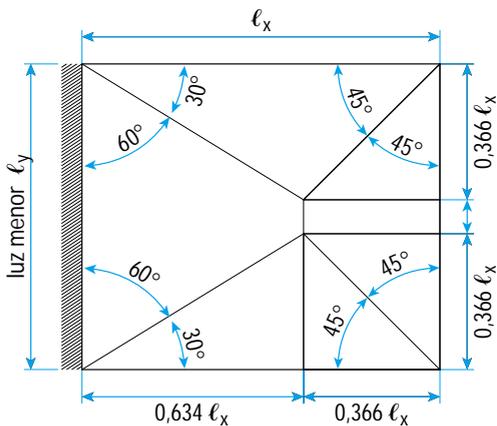
$$e = 0,865 \ell_y$$

$$q_e = 0,865 q \ell_y$$

$$q_b = 0,50 q \ell_y$$

$$q_r = q_t [1 - 0,45 \epsilon]$$

Carga rectangular equivalente a carga trapezoidal

B2Un borde empotrado sobre luz menor ℓ_y Para $1,365 \ell_y > \ell_x \geq \ell_y$:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{b}{e}$$

$$e = \frac{b}{\operatorname{tg} 30^\circ}$$

$$e = \frac{b}{0,577}$$

$$\ell_y = \frac{b}{0,577} + b$$

$$\ell_y = b \left(\frac{1}{0,577} + 1 \right)$$

$$\ell_y = 2,73 b$$

$$b = \frac{\ell_y}{2,73}$$

$$b = 0,366 \ell_y$$

$$e = \ell_y - b$$

$$e = \ell_y - 0,366 \ell_y$$

$$e = 0,634 \ell_y$$

$$q_b = 0,366 q \ell_x$$

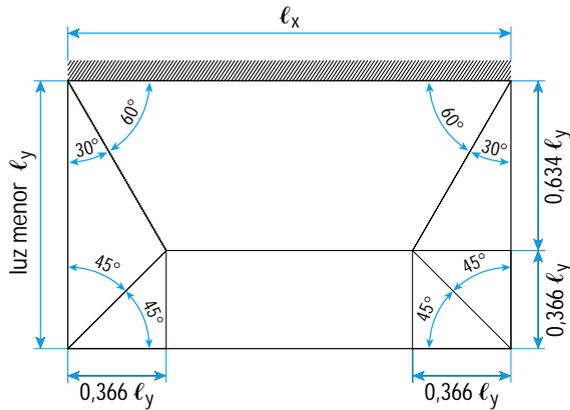
$$q_b = 6,634 q \ell_x$$

$$q_r = q_t \left(1 - 0,24 \frac{1}{\epsilon} \right)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapezoidal



C

Un borde empotrado sobre luz mayor ℓ_x 

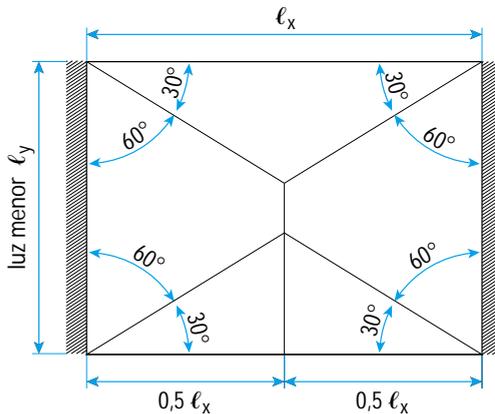
$$q_b = 0,366 q \ell_y$$

$$q_e = 0,634 q \ell_y$$

$$q_r = q_t (1 - 0,24 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial

D1

Dos bordes paralelos empotrados sobre una luz menor ℓ_y 

Para $1,72 \ell_y \geq \ell_x \geq \ell_y$:

$$b = \frac{\ell_x}{2 \operatorname{tg} 60^\circ}$$

$$b = \frac{\ell_y}{2 \cdot 1,73}$$

$$b = \frac{\ell_y}{3,46}$$

$$b = 0,29 \ell_x$$

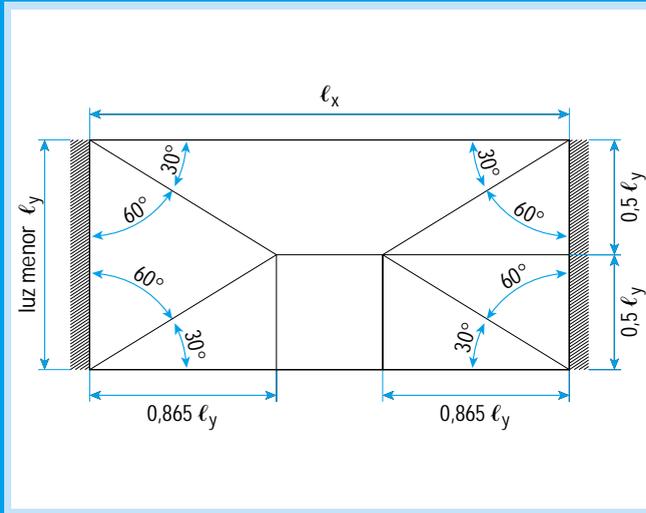
$$q_b = 0,29 q \ell_x$$

$$q_e = 0,50 q \ell_x$$

$$q_r = q_t (1 - 0,19 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial



D2**Dos bordes paralelos empotrados sobre una luz menor ℓ_y** Para $\ell_x > 1,72 \ell_y$:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{e}{\frac{\ell_x}{2}}$$

$$e = \frac{\ell_x}{2} \operatorname{tg} 60^\circ$$

$$e = \ell_x \frac{1,73}{2}$$

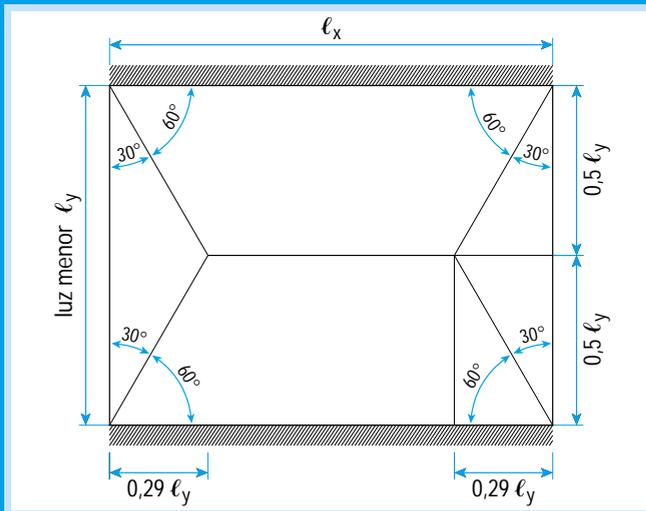
$$e = 0,865 \ell_x$$

$$q_b = 0,50 q \ell_y$$

$$q_e = 0,865 q \ell_y$$

$$q_r = q_t (1 - 0,57 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial

E**Dos bordes paralelos empotrados sobre una luz mayor ℓ_y** 

$$q_b = 0,29 q \ell_y$$

$$q_e = 0,50 q \ell_y$$

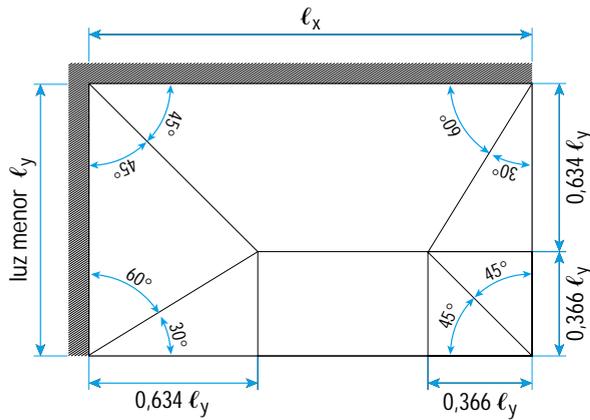
$$q_r = q_t (1 - 0,19 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial



F

Dos bordes perpendiculares empotrados



$$q_b = 0,366 q \ell_y$$

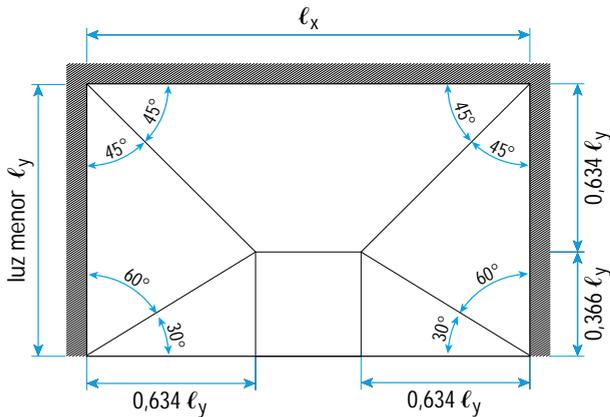
$$q_e = 0,634 q \ell_y$$

$$q_r = q_t (1 - 0,33 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial

G1

Tres bordes empotrados; dos sobre luz menor y uno sobre luz mayor



Para $\ell_x \geq 1,27 \ell_y$:

$$q_b = 0,366 q \ell_y$$

$$q_e = 0,634 q \ell_y$$

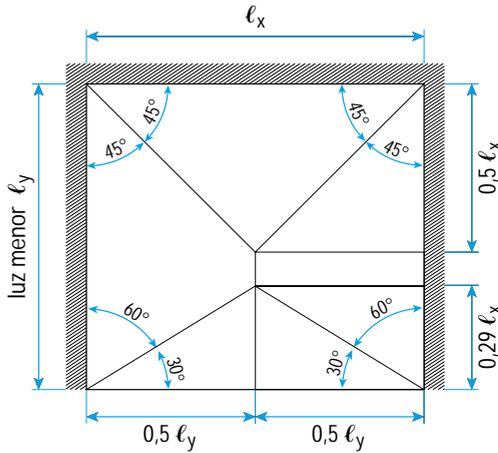
$$q_r = q_t (1 - 0,42 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapecial



G2

Tres bordes empotrados; dos sobre luz menor y uno sobre luz mayor



Para $1,27 l_y > l_x \geq l_y$:

$$q_b = 0,29 q l_x$$

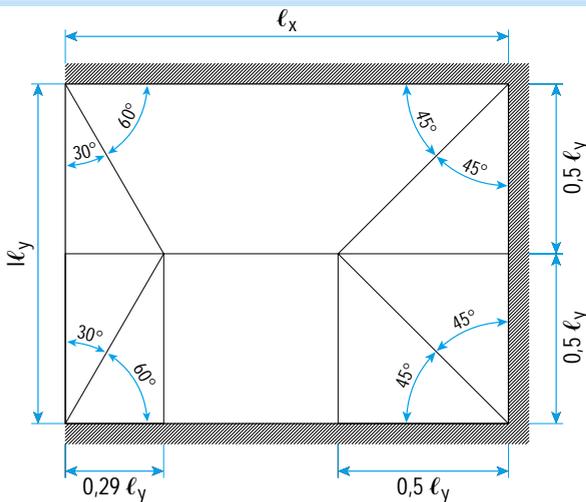
$$q_e = 0,50 q l_x$$

$$q_r = q_t \left(1 - 0,26 \frac{1}{\epsilon} \right)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapezoidal

H

Tres bordes empotrados; dos sobre luz mayor y uno sobre luz menor



$$q_b = 0,29 q l_y$$

$$q_e = 0,50 q l_y$$

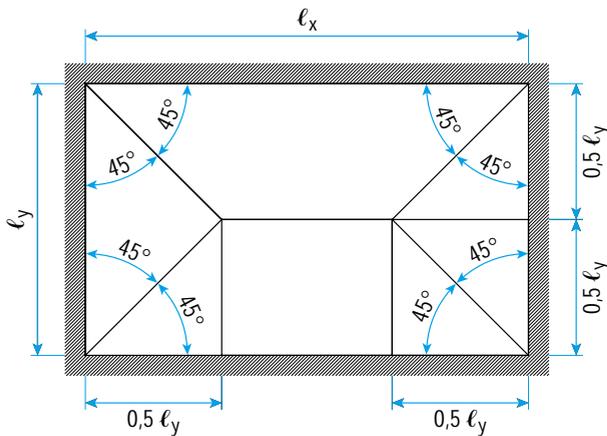
$$q_r = q_t \left(1 - 0,26 \epsilon \right)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapezoidal



I

Cuatro bordes empotrados



$$q_e = 0,50 q \ell_y$$

$$q_r = q_t (1 - 0,33 \epsilon)$$

Carga rectangular equivalente a carga trapezoidal

Las tablas de Kalmanok también nos permiten calcular las reacciones. Con el propósito de unificar criterios y a los efectos de usar una misma tabla para los cálculos, utilizamos los coeficientes de Kalmanok para la determinación de las reacciones.

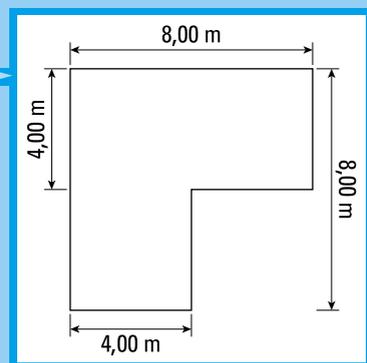
Con el fin de ayudar a los estudiantes a sintetizar y a afianzar los conocimientos que hemos desarrollado, planteamos otra situación problemática:

Actividad 4.10

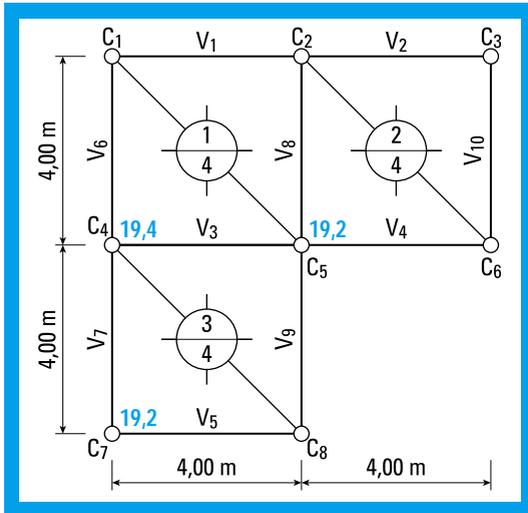
En una vivienda multifamiliar de 4 pisos, una parte de la planta sobre el cuarto piso tiene la siguiente forma, está destinada a dormitorios y estar.

Las consignas de trabajo son:

- Diseñamos la estructura con las características de:
 - Losas cruzadas,
 - Sin vigas ni columnas apeadas.
- Dimensionamos el entrepiso formado por losas cruzadas.



El diseño de la estructura puede ser resuelto de este modo³¹:



El dimensionamiento implica varias tareas:

- Análisis de carga
- Determinación de la calidad del hormigón y del acero
- Predimensionamiento
- Determinación de las solicitaciones
 - Solicitaciones correspondientes a la losa 1
 - Solicitaciones correspondientes a la losa 2
 - Solicitaciones correspondientes a la losa 3
 - Compatibilización de los momentos flexores en los apoyos
- Verificación de la altura –h–
 - Losa 1
 - Losa 2
 - Losa 3
- Cálculo de las reacciones de las losas sobre las vigas

a. Análisis de carga. Qué materiales, ade-

³¹ Incluimos sólo una alternativa de solución a la situación-problema planteada. Ésta no es la única. Sus alumnos, seguramente, encontrarán otras soluciones.

más del hormigón armado, se usarán, es una de las preguntas que debe formularse todo diseñador y calculista de estructuras.

En este caso, nosotros utilizamos:

- cielorraso de yeso,
- solado de parquet,
- contrapiso de hormigón pobre,
- mezcla de asiento,

Y, por supuesto, el hormigón armado como material estructural.

Buscamos el peso de cada uno por m^2 y, mediante su sumatoria, obtenemos la carga g , que es la carga permanente o muerta.

En nuestro caso $g = 450 \text{ kg/m}^2$

Otro valor que interesa es la sobrecarga. Para nuestro problema, la sobrecarga es de 200 kg/m^2 .

b. Determinación de la calidad del hormigón y del acero. Nosotros hemos elegido las siguientes calidades:

Hormigón	H 17	CIRSOC
	$\beta_{cn} = 170 \text{ kg/cm}^2$	DIN
	$\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$	DIN
Acero	F 24	CIRSOC
	$\beta_{st} = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2$ o St – 42	DIN

c. Predimensionamiento. Para el cálculo de la altura mínima, disponemos de esta información:

$$\text{Losa 1} \rightarrow h \text{ mín.} = 0,8 \cdot 400 \text{ cm} / 35$$

$$h \text{ mín.} = 9,14 \text{ cm}$$

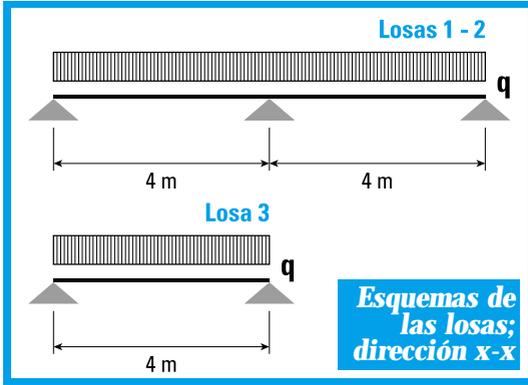
$$\text{Losa 2} \rightarrow h \text{ mín.} = 0,8 \cdot 400 \text{ cm} / 35$$

$$h \text{ mín.} = 9,14 \text{ cm}$$

$$\text{Losa 3} \rightarrow h \text{ mín.} = 400 \text{ cm} / 35$$

$$h \text{ mín.} = 11,42 \text{ cm}$$





Si la diferencia entre las alturas resulte ser muy grande, debe tomarse la altura correspondiente en cada losa. En este caso, como la diferencia es reducida, es conveniente unificar las alturas. Siempre se toma la mayor.

$$h = 11,5 \text{ cm}$$

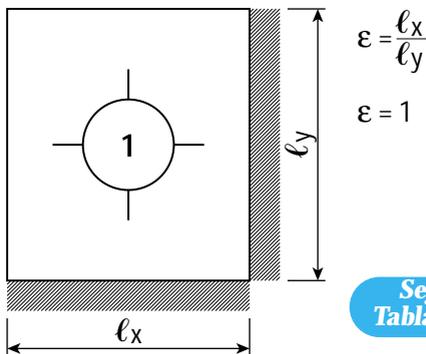
De acuerdo con los valores de la tabla 20, elegimos el valor para el recubrimiento $r = 1,5 \text{ cm}$. Entonces:

$$d = 13 \text{ cm}$$

d. Determinación de las solicitaciones.

Vamos a determinar las solicitaciones correspondientes a las tres losas y a efectuar la compatibilización de los momentos flexores en los apoyos.

Solicitaciones correspondientes a la losa 1:

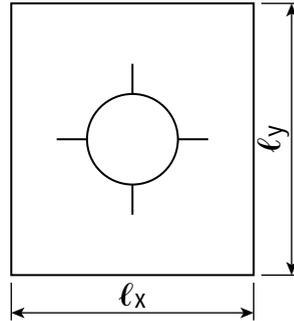


Según
Tabla 19.4

$$q' = g + p/2$$

$$q' = 550 \text{ kg/m}^2$$

- $m_x^e = -0,0677$
- $m_y^e = -0,0677$
- $m_x = 0,0234$
- $m_y = 0,0234$
- $r_x^e = 0,338$
- $r_x = 0,162$
- $r_y^e = 0,338$
- $r_x = 0,162$



- $p/2 = 100 \text{ kg/m}^2$
- $m_x = 0,0368$
- $m_y = 0,0368$
- $r_x = 0,250$
- $r_y = 0,250$

Según
Tabla 19.1

Las solicitaciones en la dirección x son:

$$M_{x\text{máx}} = 0,0234 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 + 0,0368 \cdot 100 \text{ kg/m}^2 \cdot 16 \text{ kg/m}^2$$

$$M_{x\text{máx}} = 205,92 \text{ kgm} + 58,88 \text{ kgm}$$

$$M_{x\text{máx}} = \mathbf{264,8 \text{ kgm}}$$

$$M_{x\text{mín}} = 205,92 \text{ kgm} - 58,88 \text{ kgm}$$

$$M_{x\text{mín}} = \mathbf{147,04 \text{ kgm}}$$

Las solicitaciones en la dirección y son:

$$M_{y\text{máx}} = 0,0234 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 + 58,88 \text{ kgm}$$

$$M_{y\text{máx}} = \mathbf{264,8 \text{ kgm}}$$

$$M_{y\text{mín}} = \mathbf{147,04 \text{ kgm}}$$

Las solicitaciones en los apoyos son:

$$M_{x\text{apoyo}} = -0,0677 \cdot 650 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$M_{x\text{apoyo}} = \mathbf{-704,08 \text{ kgm}}$$

$$M_{y\text{apoyo}} = -0,0677 \cdot 650 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$M_{y\text{apoyo}} = \mathbf{-704,08 \text{ kgm}}$$



Solicitaciones correspondientes a la losa 2:

Las solicitaciones en la dirección x-x son:

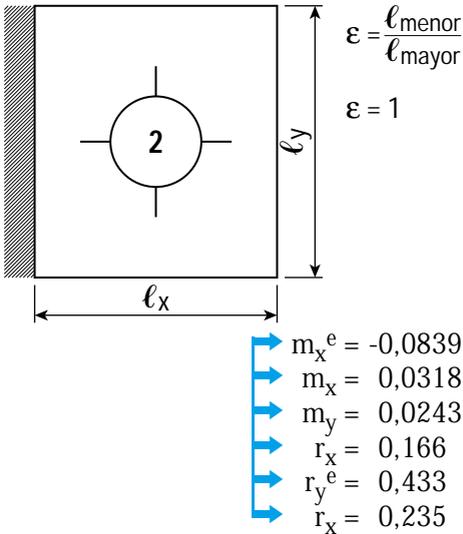
$$M_{x\text{máx}} = 0,0318 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 + 0,0368 \cdot 100 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$M_{x\text{máx}} = 279,84 \text{ kgm} + 58,88 \text{ kgm}$$

$$\mathbf{M_{x\text{máx}} = 338,72 \text{ kgm}}$$

$$M_{x\text{mín}} = 0,0318 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 - 0,0368 \cdot 100 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$\mathbf{M_{x\text{mín}} = 220,96 \text{ kgm}}$$



Las solicitaciones en la dirección y-y son:

$$M_{y\text{máx}} = 0,0243 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 + 0,0368 \cdot 100 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$M_{y\text{máx}} = 272,72 \text{ kgm}$$

$$M_{y\text{mín}} = 213,84 \text{ kgm} - 58,88 \text{ kgm}$$

$$\mathbf{M_{y\text{mín}} = 154,96 \text{ kgm}}$$

Las solicitaciones en los apoyos son:

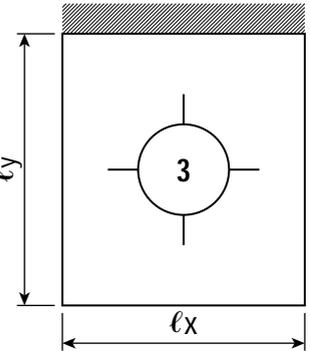
$$M_{x\text{apoyo}} = -0,0839 \cdot 650 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$M_{x\text{apoyo}} = -872,56 \text{ kgm}$$

$$M_{y\text{apoyo}} = 0$$

Solicitaciones correspondientes a la losa 3:

Las solicitaciones en la dirección x (tramo):



$$\epsilon = \frac{l_{\text{menor}}}{l_{\text{mayor}}} \begin{cases} m_y^e = 0,0839 \\ m_x = 0,0243 \\ m_y = 0,0318 \end{cases}$$

$$M_{x\text{máx}} = 0,0243 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 + 58,88 \text{ kgm}$$

$$M_{x\text{máx}} = 213,84 \text{ kgm} + 58,88 \text{ kgm}$$

$$\mathbf{M_{x\text{máx}} = 272,72 \text{ kgm}}$$

$$\mathbf{M_{x\text{mín}} = 154,96 \text{ kgm}}$$

Las solicitaciones en la dirección y son:

$$M_{y\text{máx}} = 0,0318 \cdot 550 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 + 58,88 \text{ kgm}$$

$$M_{y\text{máx}} = 279,84 \text{ kgm} + 58,88 \text{ kgm}$$

$$\mathbf{M_{y\text{máx}} = 338,72 \text{ kgm}}$$

$$\mathbf{M_{y\text{mín}} = 220,96 \text{ kgm}}$$

Las solicitaciones en los apoyos son:

$$\mathbf{M_{x\text{apoyo}} = 0}$$

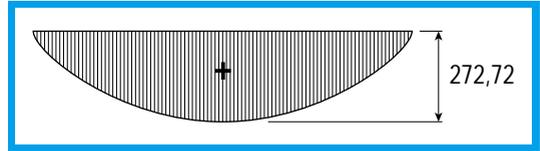
$$M_{y\text{apoyo}} = -0,0839 \cdot 650 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2$$

$$\mathbf{M_{y\text{apoyo}} = -872,56 \text{ kgm}}$$



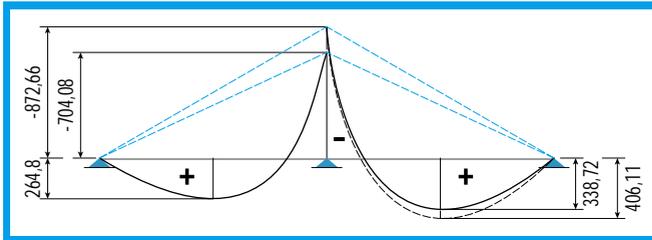
Compatibilización de los momentos flexores en los apoyos:

x-x (Losa 3) es:

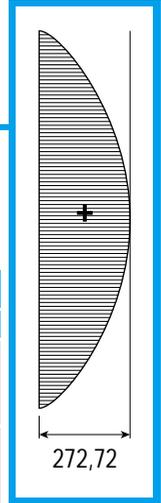


En la dirección x-x

El diagrama de momento flexor (Losas 1 y 2) es:



El diagrama de momentos en la dirección y-y (Losa 2) es:



Se considera el momento negativo menor. En este caso, es igual a 704,08 kgm; entonces, se incrementa el momento en el tramo 2.

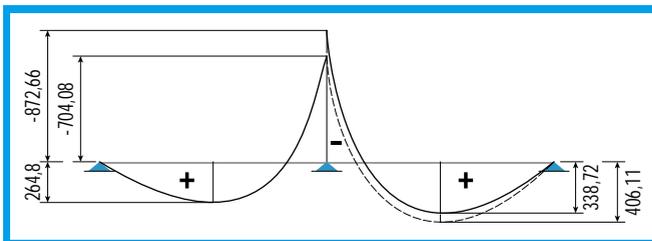
El momento corregido es:

$$M_{x2} = 338,72 \text{ kgm} + 0,4 (872,56 \text{ kgm} - 704,08 \text{ kgm})$$

$$M_{x2} = 406,11 \text{ kgm}$$

En la dirección y-y

El diagrama de momento flexor (Losas 1 y 3) es:



Se toma el momento negativo igual a 704,08 kgm; entonces, se incrementa el momento en el tramo 3.

$$M_{y3} = 338,72 \text{ kgm} + 0,4 (872,56 \text{ kgm} - 704,08 \text{ kgm})$$

$$M_{y3} = 406,11 \text{ kgm}$$

El diagrama de momentos en la dirección

Síntesis			
	L1	L2	L3
Momento en el tramo dirección x-x (kgm)	264,8	406,11	272,72
Momento en el apoyo dirección x-x (kgm)	-704,08	—	0
Momento en el tramo dirección y-y (kgm)	264,8	272,72	406,11
Momento en el apoyo dirección y-y (kgm)	-704,08	0	-704,08

e. Verificación de la altura-h

Losa 1: Comenzamos por la dirección de la losa 1, de mayor momento.

En la dirección x-x

$$ms_x = \frac{M_{x1}}{b \cdot h_x^2 \cdot \beta_r}$$

$$ms_{x1} = \frac{26480 \text{ kg.cm}}{100 \text{ cm} \cdot (11,5 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$$ms_{x1} = 0,014 < 0,193. \text{ Entonces, verifica h.}$$



Dimensionamiento de la armadura en el tramo

$$AS_x = \frac{w_M \cdot b_o \cdot h \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$AS_x = \frac{0,037 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 11,5 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$AS_x = 1,42 \text{ cm}^2. \text{ Adoptamos } \Phi 6 \text{ c/19,5}$$

$$AS_{xreal} = 1,42 \text{ cm}^2 \rightarrow 1,44 \text{ cm}^2. \text{ Según tabla}$$

En la dirección y-y

$$ms_{y1} = \frac{M_{y1}}{b_o \cdot h_y^2 \cdot \beta_r} \quad \begin{array}{l} h_y = h_x - 0,6 \\ h_y = 10,9 \text{ cm} \end{array}$$

$$ms_{y1} = \frac{26480 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (10,9 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$$ms_{y1} = 0,016 < 0,193. \text{ Entonces, verifica h.}$$

Dimensionamiento de la armadura en el tramo

$$AS_y = \frac{w_M \cdot b_o \cdot h \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$AS_y = \frac{0,037 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 10,9 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$AS_y = 1,34 \text{ cm}^2. \text{ Adoptamos } \Phi 6 \text{ c/20,5}$$

$$AS_{yreal} = 1,38 \text{ cm}^2$$

Losa 2:

En la dirección x-x (corresponde a la de mayor momento)

$$ms_{x2} = \frac{M_{x2}}{b_o \cdot h_x^2 \cdot \beta_r}$$

$$ms_{x2} = \frac{40611 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (11,5 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$$ms_{x2} = 0,02 < 0,193. \text{ Entonces, verifica h.}$$

Dimensionamiento de la armadura en el tramo

$$AS_x = \frac{w_M \cdot b_o \cdot h \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$AS_x = \frac{0,037 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 11,5 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$AS_x = 1,42 \text{ cm}^2. \text{ Adoptamos } \Phi 6 \text{ c/19,5}$$

$$AS_{xreal} = 1,44 \text{ cm}^2$$

En la dirección y-y

$$ms_{y2} = \frac{M_{y2}}{b_o \cdot h_y^2 \cdot \beta_r} \quad \begin{array}{l} h_y = h_x - 0,6 \\ \text{(Corresponde al diámetro} \\ \text{de la barra en dirección x)} \\ h_y = 11,5 - 0,6 \text{ cm} \\ h_y = 10,9 \text{ cm} \end{array}$$

$$ms_{y2} = \frac{27272 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (10,9 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$$ms_{y2} = 0,016 < 0,193. \text{ Entonces, verifica h.}$$

Dimensionamiento de la armadura en el tramo

$$AS_y = \frac{0,037 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 10,9 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$AS_y = 1,34 \text{ cm}^2. \text{ Adoptamos } \Phi 6 \text{ c/20,5}$$

$$AS_{yreal} = 1,38 \text{ cm}^2$$

Losa 3:

En la dirección y-y (corresponde a la de



mayor momento)

$$ms_{y3} = \frac{M_{y3}}{B_0 \cdot h_y^2 \cdot \beta_r}$$

$$ms_{y3} = \frac{40611 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (11,5 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$ms_{y3} = 0,02 < 0,193$. Entonces, verifica h.

Dimensionamiento de la armadura en el tramo

$$As_y = \frac{w_m \cdot b_o \cdot h \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$As_y = \frac{0,037 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 11,5 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$As_y = 1,42 \text{ cm}^2$. Adoptamos Φ 6 c/19,5

$As_{yreal} = 1,44 \text{ cm}^2$

En la dirección x-x

$$ms_{x3} = \frac{27272 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (10,9 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$ms_{x3} = 0,016 < 0,193$. Entonces, verifica h.

Dimensionamiento de la armadura en el tramo

$$As_x = \frac{0,037 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 10,9 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$As_x = 1,34 \text{ cm}^2$. Adoptamos Φ 6 c/20,5

$As_{xreal} = 1,38 \text{ cm}^2$

Apoyo L1-L2

En la dirección x-x

$$ms_{xa} = \frac{70408 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (11,5 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$ms_{xa} = 0,038 < 0,193$. Entonces, verifica h.

Dimensionamiento de la armadura en el apoyo

$$As_{xa} = \frac{w_M \cdot b_o \cdot h \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$As_{xa} = \frac{0,075 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 11,5 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$As_{xa} = 2,9 \text{ cm}^2$

Del tramo 1 levantamos en el apoyo:

$1/2 As_x \rightarrow 0,72 \text{ cm}^2$

Del tramo 2 levantamos en el apoyo:

$1/2 As_x \rightarrow 0,72 \text{ cm}^2$

En total, llegan al apoyo L1-L2 $\rightarrow 1,44 \text{ cm}^2$

Como se requiere una armadura de $2,9 \text{ cm}^2$ de sección, debemos colocar armadura adicional (caballetes).

$$As_{adicional} = 2,9 \text{ cm}^2 - 1,44 \text{ cm}^2$$

$$As_{adicional} = 1,46 \text{ cm}^2$$

Adoptamos Φ 6 c/ 19

$$As_{real} = 1,48 \text{ cm}^2$$

En la dirección y-y

$$ms_{ya} = \frac{70408 \text{ kg cm}}{100 \text{ cm} \cdot (11,5 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$ms_{ya} = 0,038 < 0,193$. Entonces, verifica h.



Dimensionamiento de la armadura en el apoyo

$$As_{xa} = 2,9 \text{ cm}^2$$

Del tramo 1 levantamos en el apoyo:

$$1/2 As_y \rightarrow 0,69 \text{ cm}^2$$

Del tramo 3 levantamos en el apoyo:

$$1/2 As_y \rightarrow 0,69 \text{ cm}^2$$

En total, llegan al apoyo L1-L3 $\rightarrow 1,38 \text{ cm}^2$

Como se requiere una armadura de $2,9 \text{ cm}^2$ de sección, debemos colocar armadura adicional (caballetes).

Adoptamos $\Phi 6 \text{ c/ } 18,5$

$$As_{\text{real}} = 1,53 \text{ cm}^2$$

f. Cálculo de las reacciones de las losas sobre las vigas

Losa 1

$$\begin{array}{l} \varepsilon = \frac{\ell_x}{\ell_y} \\ \varepsilon = 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} r_x = 0,162 \\ r_y = 0,162 \\ r_x^e = 0,338 \\ r_y^e = 0,338 \end{array} \right.$$

Reacción L1 sobre V1:

$$q_{v1} = \frac{R_x}{\ell_x}$$

$$q_{v1} = \frac{0,162 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v1} = 421,2 \text{ kg/m}$$

Reacción L1 sobre V6:

$$q_{v6} = \frac{R_y}{\ell_y}$$

$$q_{v6} = \frac{0,162 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v6} = 421,2 \text{ kg/m}$$

Reacción L1 sobre V8:

$$q_{v8} = \frac{R_y^e}{\ell_y}$$

$$q_{v8} = \frac{0,038 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v8} = 98,8 \text{ kg/m}$$

Reacción L1 sobre V3:

$$q_{v3} = \frac{R_x^e}{\ell_x}$$

$$q_{v3} = \frac{0,038 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v3} = 98,8 \text{ kg/m}$$

Losa 2

Reacción L2 sobre V8:

$$q_{v8} = \frac{R_y^e}{\ell_y}$$

$$q_{v8} = \frac{0,433 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v8} = 1125,8 \text{ kg/m}$$

$$\left. \begin{array}{l} r_x = 0,166 \\ r_y = 0,235 \\ r_y^e = 0,433 \end{array} \right|$$



Reacción L2 sobre V2:

$$q_{v2} = \frac{R_x}{\ell_x}$$

$$q_{v2} = \frac{0,166 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v2} = 431,60 \text{ kg/m}$$

$$r_x = 0,166$$

$$r_y = 0,235$$

$$r_y^e = 0,433$$

Reacción L2 sobre V10:

$$q_{v10} = \frac{R_y^e}{\ell_y}$$

$$q_{v10} = \frac{0,235 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v10} = 611 \text{ kg/m}$$

Reacción L2 sobre V4:

$$q_{v4} = \frac{R_x}{\ell_x}$$

$$q_{v4} = 431,60 \text{ kg/m}$$

Losa 3

Reacción sobre V3:

$$q_{v3} = \frac{R_y^e}{\ell_y}$$

$$q_{v3} = \frac{0,433 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v3} = 1125,8 \text{ kg/m}$$

$$r_x = 0,166$$

$$r_y = 0,235$$

$$r_y^e = 0,433$$

Reacción sobre V5:

$$q_{v5} = \frac{R_y}{\ell_y}$$

$$q_{v5} = \frac{0,235 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v5} = 611 \text{ kg/m}$$

Reacción sobre V7:

$$q_{v7} = \frac{R_y}{\ell_y}$$

$$q_{v7} = \frac{0,166 \cdot 650 \text{ kg/cm}^2 \cdot (4 \text{ m})^2}{4 \text{ m}}$$

$$q_{v7} = 431,6 \text{ kg/m}$$

Reacción sobre V9:

$$q_{v9} = 431,6 \text{ kg/m}$$

Actividad 4.11

Proponemos a los estudiantes que vuelquen los resultados de los cálculos en la siguiente planilla. Esta síntesis va a permitirles tomar contacto con la documentación de una obra.



Planilla: Losas macizas

β_r : 0,140 t/cm²

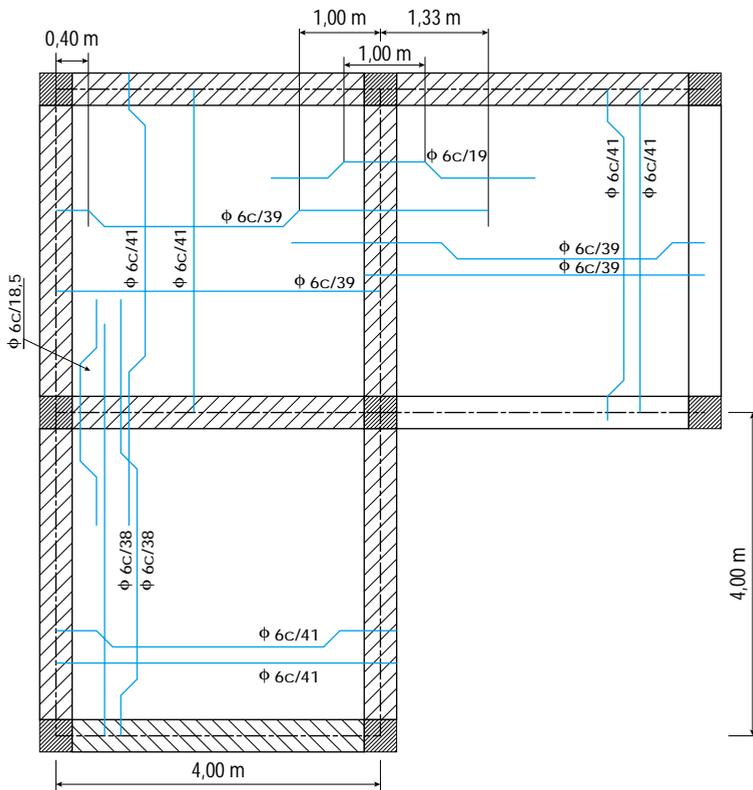
Obra: Propiedad

β_{st} : 4,2 t/cm²

Dirección:

Localidad:

Nivel	Losa	Tipo	Luz	Carga	Momento tramo	h	d	Armadura			Momento apoyos	Armadura		
								As	ϕ	Sep		As	ϕ	Sep
Sobre	n°		x/y cm	t/m ²	x/y tm	x/y cm	cm	cm ²	mm	cm	x/y tm	cm ²	Adicional mm	cm
Piso 4	1	19.4	4,00 4,00	0,65	0,2648 0,2648	11,5 10,9	13	1,44 1,38	6	19,5 20,5	L1 - L2 0,70408	2,9	6	19
Piso 4	2	19.2	4,00 4,00	0,65	0,4611 0,27272	11,5 10,9	13	1,44 1,38	6	19,5 20,5	L1 - L3 0,70408	2,9	6	18,5
Piso 4	3	19.2	4,00 4,00	0,65	0,27272 0,4611	10,9 11,5	13	1,38 1,44	6	20,5 19,5				



Protección de la armadura contra la corrosión y la oxidación

La armadura se protege mediante adecuado recubrimiento y un control de la fisuración.

El espesor del recubrimiento está en función del destino del lugar; o sea, depende de las condiciones ambientales: No es lo mismo un dormitorio que un lugar agresivo como un lavadero.

Recubrimiento es la distancia libre comprendida entre el punto más saliente de cualquier armadura principal o no, y la superficie extrema de hormigón más próximo, excluyendo revoques y todo otro material de terminación.

El hormigón de recubrimiento debe ser compacto y con un espesor tal que proteja al acero contra la corrosión en forma duradera.

El recubrimiento se materializa colocando tacos de hormigón sobre el encofrado de madera; estos tacos están fabricados en la misma obra, en forma de pirámide truncada.

En los separadores no se puede utilizar trozos de ladrillo, trozos de madera, de caños, partículas de áridos.

Durante el hormigonado, los separadores deben asegurarse cuidadosamente, en la ubicación prevista, para que no se desplacen contra el encofrado.

La siguiente tabla da los espesores mínimos del recubrimiento en cm y en función de las condiciones ambientales donde se encuentra la estructura.

Tabla 20. Recubrimiento según DIN 1045 y el CIRSOC 201

Condiciones ambientales	Hormigón normal				
	Hormigón in situ para las clases de resistencia				Elementos premoldeados
	< β_{cn} 250		$\geq \beta_{cn}$ 250		$\geq \beta_{cn}$ 350
	En general	Estructuras de superficie*	En general	Estructuras de superficie*	Hechos en fabrica
	\ddot{u}_1	\ddot{u}_2	\ddot{u}_1	\ddot{u}_2	\ddot{u}_1 \ddot{u}_2
Estructuras en espacios cerrados, por ejemplo viviendas	2,0	1,5	1,5	1,0	1,0
Estructuras exteriores por ejemplo en locales abiertos	2,5	2,0	2,0	1,5	1,5
Estructuras en espacios cerrados de gran humedad ambiente, por ejemplo lavaderos	3,0	2,5	2,5	2,0	2,0
Estructuras expuestas a agentes especialmente agresivos, por ejemplo gases	4,0	3,5	3,5	3,0	3,0

* En esta tabla se entiende por estructuras de superficie a las losas (también las nervuradas), losas mixtas, láminas, cáscaras, láminas plegadas y tabiques.



Diseño y dimensionamiento de escaleras



Actividad 4.12

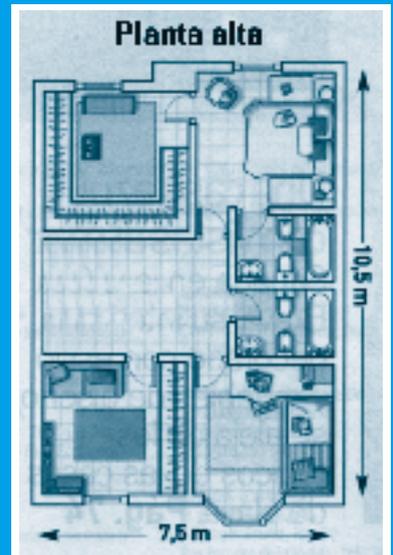
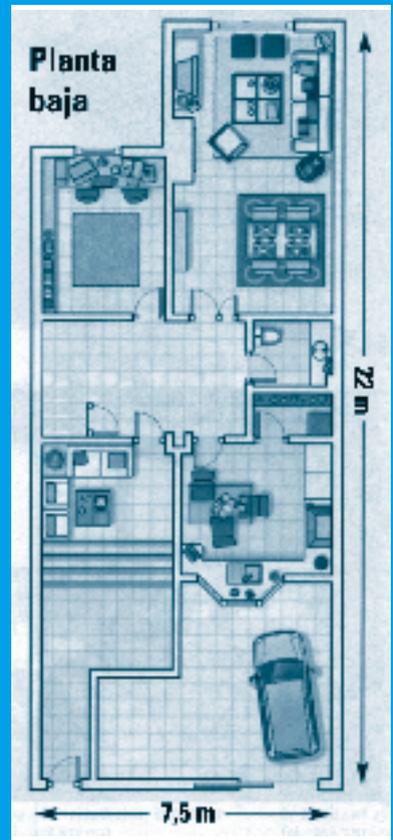
Presentamos tres diseños de arquitectura correspondientes a diferentes viviendas unifamiliares de dos plantas: planta baja y planta alta.

En cada una de ellas, *ex profeso*, hemos eliminado el diseño de la escalera que conduce a la planta alta.

¿Por qué lo hemos hecho? Porque pretendemos que los alumnos, con los conocimientos que tienen del tema, ya sea porque los han adquirido en el espacio curricular y/o asignatura: Arquitectura y/o Proyectos, o bien porque los han vivenciado a través de la vida cotidiana, intenten diseñar la escalera en cada uno de los casos.

Para ello, establecemos las siguientes consignas:

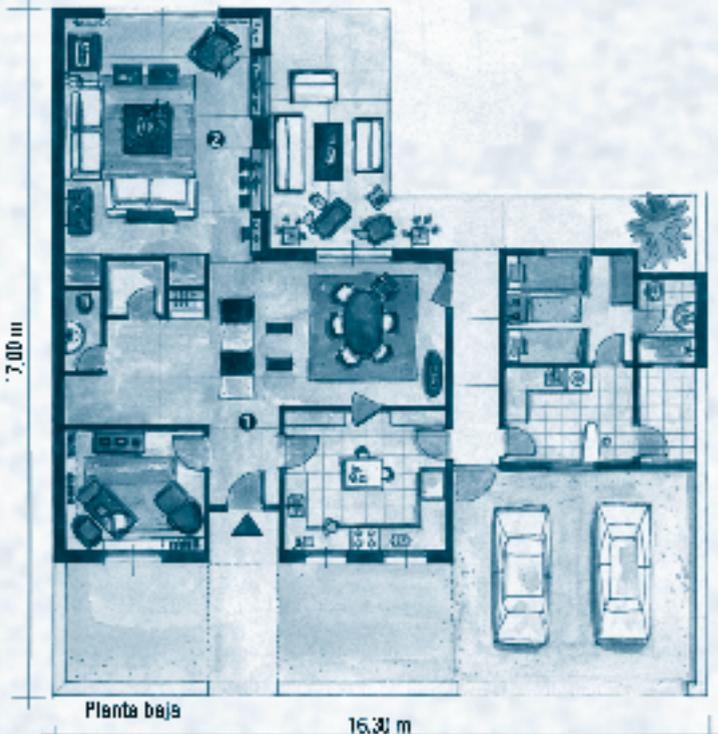
- 1 Ubiquen la escalera en cada una de las plantas de cada vivienda en el espacio que consideren que es el más adecuado.
- 2 Dibujen la escalera con la cantidad de escalones que consideren son los necesarios (pueden recurrir a la observación directa de una escalera de cualquier vivienda de dos plantas, tomando las dimensiones de los escalones). Suponemos que la altura de piso a piso $H = 2,85 \text{ m}$



Fuente:
Revista
Living
Nº 33



Fuente: Revista Living N° 33

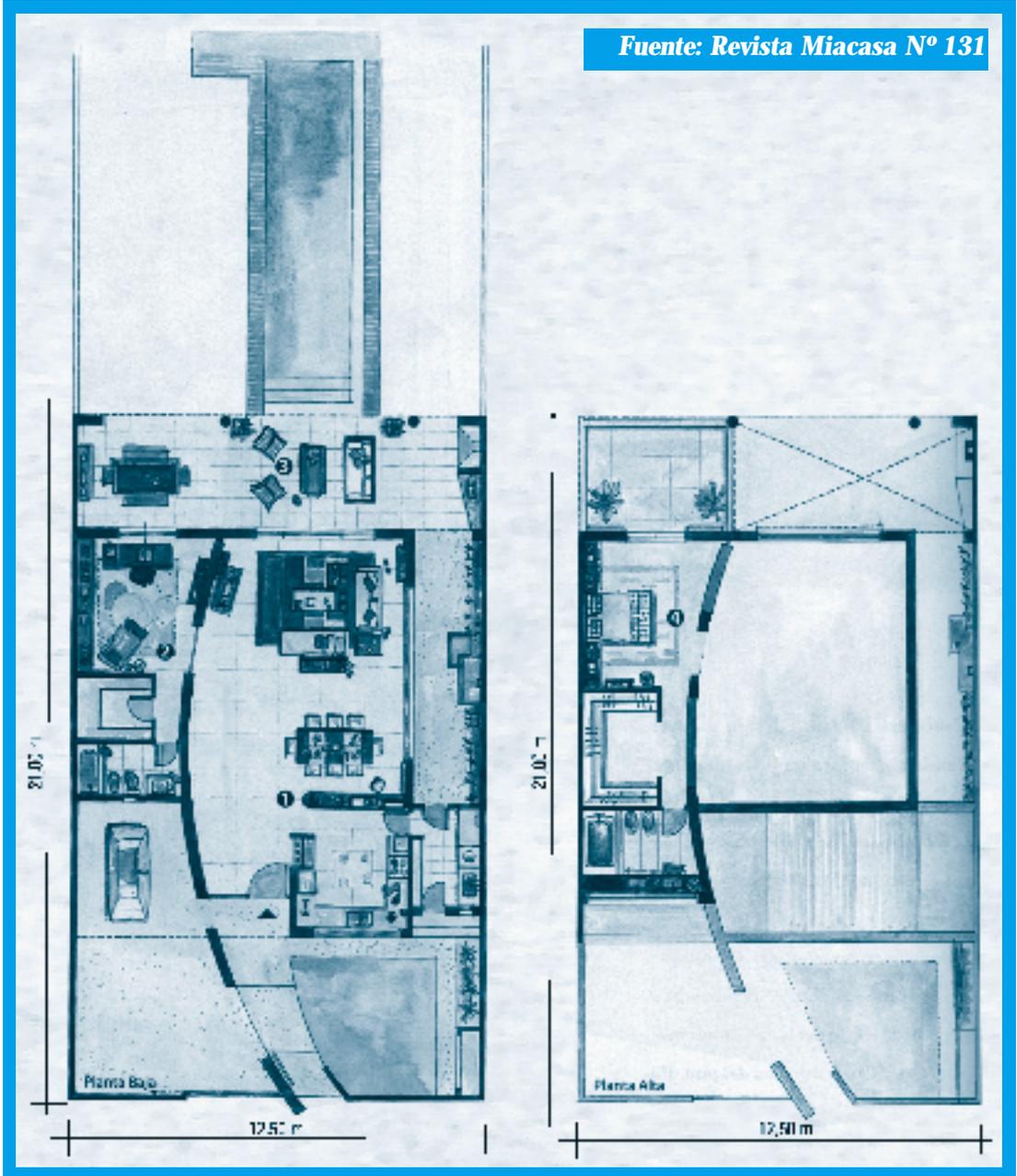


Seguramente en cada caso, los alumnos van a hallar variadas soluciones. Sugerimos que, en plenario los estudiantes expongan las diferentes alternativas, analizando las ventajas y desventajas de cada una, inclusive el material que puede utilizarse en su construcción.

A modo de ejemplo presentamos dos imágenes de la última vivienda con la solución real encontrada por el profesional que la diseñó. La escalera está formada por peldaños independientes de madera emprotrados en voladizo en el muro curvo.

Es una buena oportunidad para analizar criterios de diseño: uso de materiales, espacios, uso de elementos de seguridad personal, etc.





Tal vez usted piense que hemos cambiado nuestro objetivo fundamental: diseño y cálculo de estructuras de hormigón y pasamos al diseño arquitectónico. Sucede que, cuando

nos enfrentamos con la búsqueda de alternativas de solución para el caso de escaleras, siempre estamos en presencia de un problema proyectual. La elección adecuada del tipo



de escalera constituye un verdadero desafío, mayor que el del cálculo.

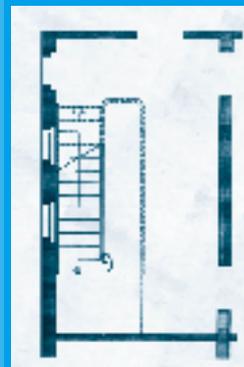
Existen innumerables tipos de escaleras. Presentamos aquí algunos ejemplos de los más utilizados.

Varias son las dimensiones fundamentales que se deben considerar al momento de diseñar una escalera:

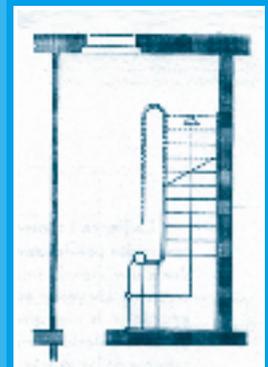
- la pendiente;
- el espacio necesario;
- la cantidad de escalones o peldaños;
- la huella o pedada;
- la contrahuella o alzada;
- el ancho.
- la altura de piso a piso
- la proyección horizontal de la escalera.



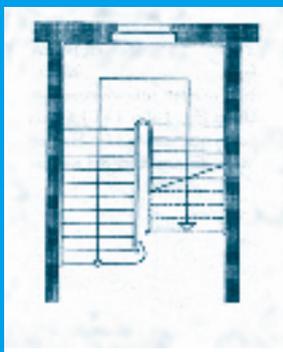
Caja de escalera



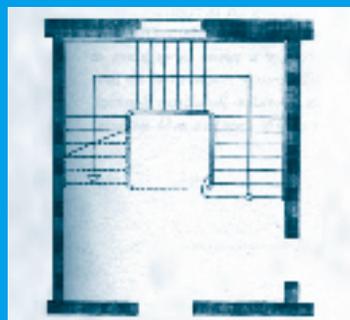
Escalera de un solo tramo



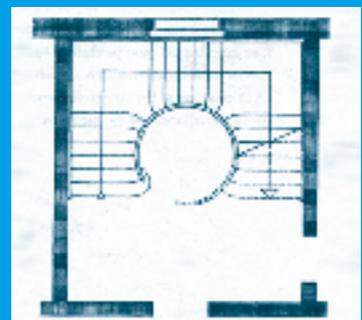
Escalera de un tramo con un rellano



Escalera de dos tramos



Escalera de tres tramos con dos rellanos y ojo cuadrado



Escalera de tres tramos con dos rellanos y ojo circular

Fuente: *Construcción y Forma* . Friedrich Hess Ediciones G. Gill. S.A.



La escalera es considerada una losa con determinada pendiente. Veamos cuál es la pendiente óptima, es decir la más cómoda para el usuario; esto significa que la pendiente está en relación directa con las medidas ergométricas del ser humano.

El paso normal de una persona adulta en un terreno horizontal (pendiente cero) es de 62,5 cm. A medida que aumenta el valor de la pendiente la longitud del paso disminuye. Las pendientes menores o iguales que 1/8 son consideradas como las óptimas.

La siguientes relaciones:

$$2 \text{ contrahuellas} + 1 \text{ huella} = 61 \text{ a } 64 \text{ cm};$$

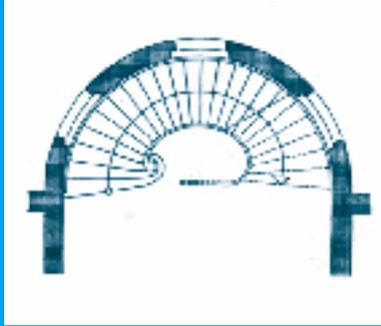
$$\text{promedio } 62,5 \text{ cm}$$

(longitud de paso en horizontal)

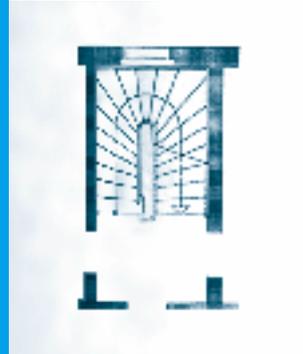
$$1 \text{ huella} - 1 \text{ contrahuella} = 12 \text{ cm}$$

permiten establecer diferentes combinaciones entre huellas y contrahuellas. Estas fórmulas nos indican que el escalón más favorable es el de 17 cm x 29 cm.

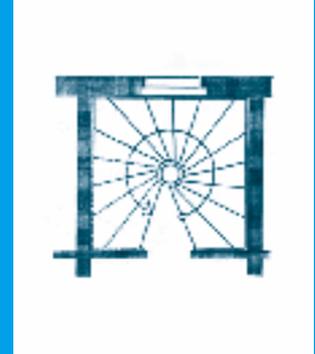
No obstante, no son estos los únicos valores que debemos considerar de huella y contrahuella. Los Códigos de cada municipio establecen medidas recomendadas de acuer-



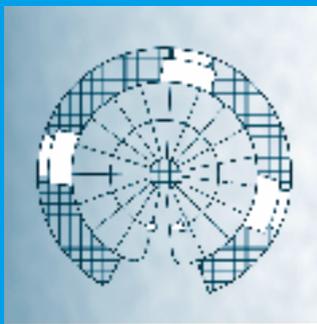
Escalera semicircular sin rellano. La caja de escalera sobresale del resto



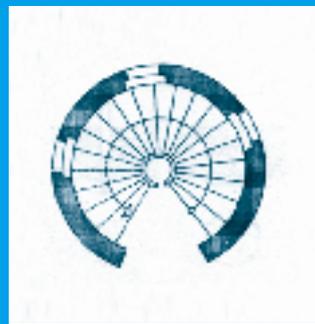
Escalera de ida y vuelta con peldaños radiales



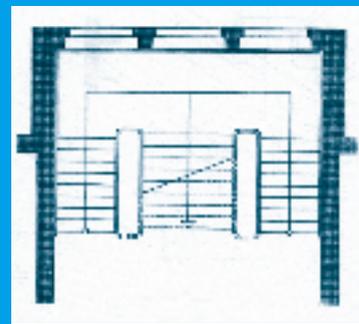
Escalera helicoidal con rellano de entrada



Escalera helicoidal de piedra



Escalera helicoidal de piedra con rellano y ojo con zanca



Escalera de tres tramos a la imperial



do a los distintos destinos de los edificios donde se construye la escalera.

Actividad 4.13

Planteamos a los estudiantes la búsqueda en el Código de Edificación del Municipio de su localidad de las dimensiones recomendadas para las escaleras, según el destino.

Veamos, entonces como resolvemos el trazado de una escalera. Lo hacemos a través de un ejemplo.

Partimos del supuesto que la altura de piso a piso es $H = 2,80$ m; el valor máximo de la contrahuella: "a" es de 18 cm.

A partir de ahora usamos el término escalón como sinónimo de contrahuella.

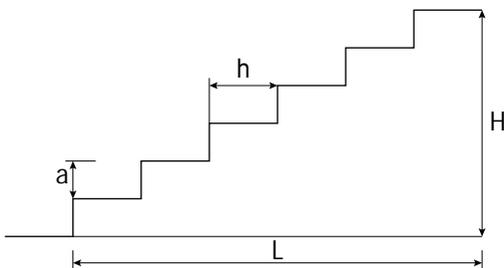
¿Qué hacemos?

1. Calculamos la cantidad de escalones

La relación H/a nos da en una primera aproximación la cantidad de escalones.

$$H/a = 280 \text{ cm} / 18 \text{ cm}$$

$$H/a = 15,5 \text{ escalones. Adoptamos 16 escalones}$$



2. Ajustamos el valor de la contrahuella

$$H/16 = \text{valor de la contrahuella}$$

$$280 \text{ cm} / 16 = 17,5 \text{ cm}$$

3. Proyectamos horizontalmente la escalera

Hallamos el valor de la huella

$$1 \text{ huella} - 1 \text{ contrahuella} = 12 \text{ cm}$$

$$1 \text{ huella} = 12 \text{ cm} + 1 \text{ contrahuella}$$

$$1 \text{ huella} = 12 \text{ cm} + 17,5 \text{ cm}$$

$$1 \text{ huella} = 29,5 \text{ cm}$$

Obtenemos así la longitud de la proyección horizontal:

$$L = 1 \text{ huella} (n - 1), \text{ siendo "n" el } n^{\circ} \text{ de escalones}$$

$$L = 29,5 \text{ cm} (16 - 1)$$

$$L = 29,5 \text{ cm} \cdot 15$$

$$L = 442,5 \text{ cm}$$

$$L = 4,425 \text{ m}$$

Con este nuevo conocimiento volvemos al planteo realizado en nuestra primera actividad.

Actividad 4.14

- Verificamos si la cantidad de escalones propuesta es la correcta.
- Analizamos si el espacio elegido en cada caso permite la construcción de la escalera.
- Dibujamos la escalera en corte indicando las dimensiones de cada uno de sus elementos.



Sabiendo ya diseñar una escalera, ahora sí nos detenemos en el análisis estático y en el dimensionamiento.

Como todo análisis estático partimos de las cargas que actúan sobre el elemento estructural, en este caso sobre la escalera, para luego determinar las correspondientes solicitaciones, que nos permitirán realizar el dimensionamiento de aquella.

Análisis de cargas y las solicitaciones

Consideramos a las escaleras como estructuras inclinadas, más precisamente como losas inclinadas. Éstas pueden ser longitudinales simplemente apoyadas y/o con empotramientos; transversales simplemente apoyadas y/o en voladizo; cruzadas; de ida y vuelta...

En este apartado, nos dedicamos solamente a las escaleras longitudinales simplemente apoyadas.

Suponemos que la escalera que hemos diseñado en el ejemplo anterior va a ser construida de hormigón armado.

Entonces, planteamos a nuestros alumnos los siguientes interrogantes:



Actividad 1.15



- 1 ¿Cuáles son las cargas que actúan sobre la losa de la escalera?
- 2 ¿Cómo determinamos las solicitaciones: reacciones de vínculo y momentos flexores?

Las respuestas que serán dadas por los propios estudiantes son:

1 Determinación de la carga

Las cargas que actúan son como en cualquier losa las siguientes:

- cargas permanentes (peso propio de la losa de hormigón armado de la escalera; peso propio de los escalones; peso propio del piso y revoque inferior);
- cargas accidentales o sobrecargas (están tabuladas)

2 Determinación de las solicitaciones

Existen dos formas de determinar las solicitaciones: considerando a la losa en proyección horizontal o bien inclinada.

Veamos cada caso en particular:

Losa en proyección horizontal

La carga $q = g + p$ es vertical

Consideramos a la luz de cálculo como la proyección horizontal de la luz de la losa:

$$\ell_c = \text{proy}_x \ell'$$

El momento flexor es $M_f = \frac{q \cdot \ell^2}{8}$

Las reacciones son:

$$R_A = R_B$$

$$R_A = \frac{q \cdot \ell}{2}$$

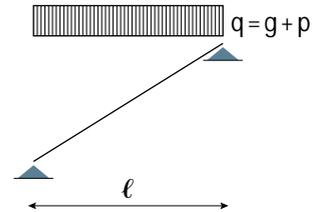


Diagrama de carga en proyección horizontal

Losa inclinada:

Se toma como carga la componente de la carga perpendicular al eje de la losa de la escalera: q_i y la luz de cálculo es la longitud de cálculo de la escalera inclinada: ℓ'

El momento flexor es $M_f = \frac{q_i \cdot \ell'^2}{8}$



Las reacciones son:

$$R_A = R_B$$

$$R_A = \frac{q_i \cdot \ell'}{2}$$

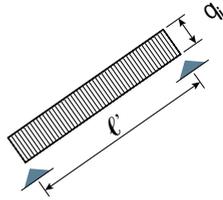


Diagrama de carga oblicua

Para un mejor entendimiento planteamos la siguiente situación problemática

Actividad 4.16

- Buscar en revistas especializadas, en la Internet, en libros o a través de la observación in situ, una vivienda de dos plantas y que posea para la comunicación entre ambas una escalera recta.
- Rediseñar y dimensionar un tramo de la misma. Suponemos que el tramo está simplemente apoyado y construido con hormigón armado.

Nosotros elegimos una vivienda que tiene una escalera externa que une la galería de la casa y el jardín posterior con la terraza de la suite principal, ubicada en la planta alta.



Diseñamos y dimensionamos solamente el primer tramo

a.- Diseño del tramo

1.- Determinación

Vivienda unifamiliar construida en el Barrio Privado: Santa Bárbara. Año 2004

Fuente: Revista Casa Country N° 78

de la altura del primer tramo

El primer tramo posee 13 escalones. Partimos del supuesto que cada escalón tiene las siguientes dimensiones:

Huella: 26 cm

Contrahuella : 17 cm

Entonces la altura H del tramo es:

$$H = \text{cant. escalones} \cdot \text{contrahuella}$$

$$H = 13 \cdot 17 \text{ cm}$$

$$H = 221 \text{ cm}$$

$$H = 2,21 \text{ m}$$

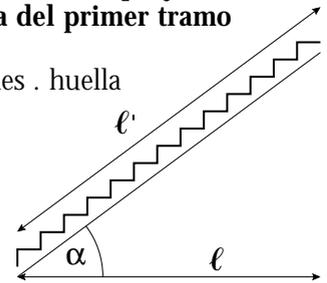
2.- Determinación de la proyección horizontal de la losa del primer tramo

$$\ell = \text{cant escalones} \cdot \text{huella}$$

$$\ell = 13 \cdot 26 \text{ cm}$$

$$\ell = 338 \text{ cm}$$

$$\ell = 3,38 \text{ m}$$



3.- Determinación de la longitud de la losa del primer tramo

$$\ell' = \sqrt{(2,21 \text{ m})^2 + (3,38 \text{ m})^2}$$

$$\ell' = 404 \text{ cm}$$

$$\ell' = 4,04 \text{ m}$$

4.- Determinación del ángulo de inclinación

$$\text{tg } \alpha = \frac{H}{\ell}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{2,21 \text{ m}}{3,38 \text{ m}}$$

$$\alpha = \text{arc.tg } 0,65$$

$$\alpha = 33^\circ$$



b.- Cálculo estático

Análisis de cargas			
Elementos / Materiales	Peso unitario kg/m ³	Dimensiones m	Peso kg/m ²
Losa de escalera de hormigón armado	2 400	0,12 / cos α	347
Escalones de hormigón sin armar	2 200	0,17	374 / 2 = 187
Piso cerámico	-	-	32
Total carga permanente			566
Sobrecarga (en proyección horizontal)	-	-	300
Total carga			866

Adoptamos q = 900 kg/m²

2 Cálculo de las solicitaciones

Momento flexor máximo

$$M_f = \frac{q \cdot \ell^2}{8}$$

$$M_f = \frac{900 \text{ kg/m}^2 \cdot (3,38 \text{ m})^2}{8}$$

$$M_f = 1285 \text{ kgm}$$

3 Cálculo de las Reacciones

Componentes vertical:

$$R_{AV} = \frac{q \cdot \ell}{2}$$

El uso de la Matemática

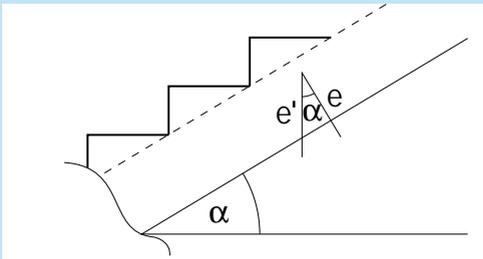
- ¿Por qué en el cálculo de la carga de la losa se divide al espesor por el cos α?

El espesor lo debemos considerar en su proyección vertical.

$$\cos \alpha = \frac{e}{e'} ; e' = \frac{e}{\cos \alpha}$$

$$e' = \frac{0,12 \text{ m}}{\cos 33^\circ}$$

$$e' = 0,14 \text{ m}$$



- ¿Por qué en el cálculo de la carga del escalón a la carga obtenida la dividimos por 2?

Si tomáramos la totalidad estaríamos considerando un escalón con forma de prisma rectangular. En realidad el escalón tiene forma de un prisma triangular.

- ¿Cómo obtuvimos la expresión matemática de la componente horizontal de la reacción?

$$P = q \cdot \ell$$

$$\cos \alpha = \frac{P'}{P} \quad P' = P \cdot \cos \alpha$$

$$\sen \alpha = \frac{R_H}{P'} \quad R_H = P' \cdot \sen \alpha$$

$$R_H = P \cdot \cos \alpha \cdot \sen \alpha$$

$$R_H = q \cdot \ell \cdot \cos \alpha \cdot \sen \alpha$$



$$R_{AV} = R_{BV}$$

$$R_{AB} = \frac{900 \text{ kg/m}^2 \cdot 3,38 \text{ m}}{2}$$

$$R_{AV} = 1521 \text{ kg}$$

$$R_{BV} = 1521 \text{ kg}$$

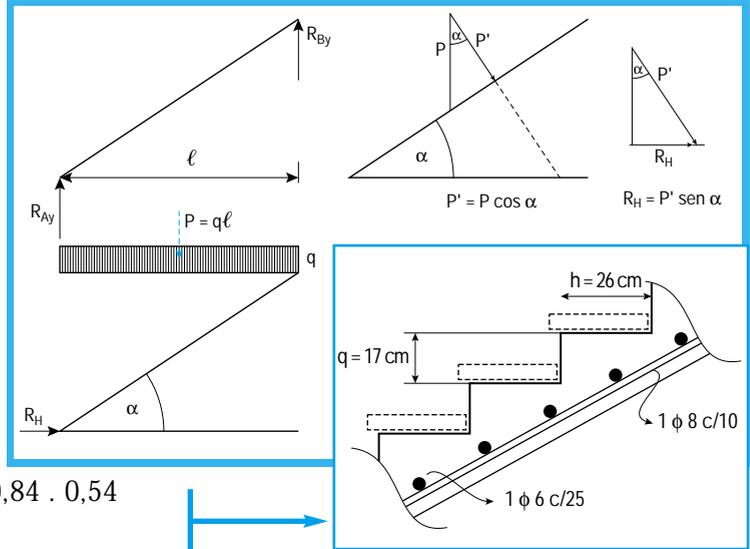
Componente horizontal:

$$R_H = q \cdot \ell \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$R_H = 900 \text{ kg/m}^2 \cdot 3,38 \text{ m} \cdot 0,84 \cdot 0,54$$

$$R_H = 1380 \text{ kg}$$

La componente horizontal puede ser equilibrada en ambos apoyos o en uno de ellos. En el primer caso el valor se obtiene dividiendo por 2



Dejamos planteada otra situación problemática.

c.- Dimensionamiento del tramo

Verificación del espesor

$$m_s = \frac{128\,500 \text{ kgcm}}{100 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm})^2 \cdot 130 \text{ kg/cm}^2}$$

$$m_s = 0,07 < 0,193 \text{ verifica el espesor}$$

Cálculo de la armadura

$$A_s = W_M \frac{100 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 130 \text{ kg/cm}^2}{4\,200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$A_s = 0,134 \frac{100 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 130 \text{ kg/cm}^2}{4\,200 \text{ kg/cm}^2}$$

$A_s = 4,9 \text{ cm}^2$, colocamos en la dirección longitudinal $1 \phi 8 \text{ c}/10$, $A_{sreal} = 5,03 \text{ cm}^2$

En la dirección transversal colocamos $1 \phi 6 \text{ c}/25$



Actividad 4.17

En el hall de acceso al interior de la vivienda de Santa Bárbara se halla la escalera interna que conduce a la planta alta. La podemos ver en la imagen.



Vivienda unifamiliar construida en el Barrio Privado: Santa Bárbara . Año 2004

Fuente: Revista Casa Country N° 78

Podemos plantear a los alumnos el diseño y el dimensionamiento del primer tramo, siempre suponiendo que la escalera esté construida con hormigón armado.



5. DIMENSIONAMIENTO DE VIGAS

Como usted puede apreciar, el recorrido que estamos haciendo a lo largo de todos los capítulos de **Construcciones de hormigón armado...** tiene que ver con el ordenamiento del cálculo y con el tipo de esfuerzos a los que están sometidos los diferentes elementos estructurales.

Recordemos que, la construcción de un edificio se hace de abajo hacia arriba; pero, se dimensiona de arriba hacia abajo.

Y, sobre la base de esta afirmación, podemos plantear a los estudiantes la siguiente actividad:

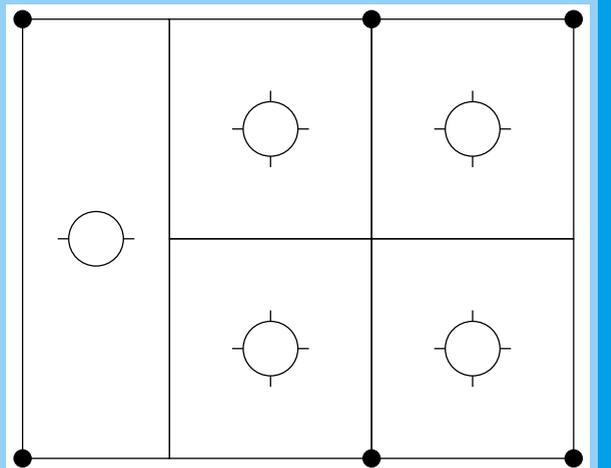
Con esta actividad nos proponemos que los estudiantes comiencen a pensar en la estructura de un edificio como un sistema y no como partes aisladas. Aunque, en el proceso de enseñanza presentamos un elemento por vez –por el grado de complejidad que cada uno conlleva–, siempre es necesario pensarlo como parte integrante de una estructura.

En el capítulo anterior hemos trabajado con los alumnos el funcionamiento de las losas y el dimensionamiento: de las armadas en una sola dirección, de las continuas unidireccionales y de las cruzadas; porque, precisamente el cálculo del dimensionamiento de una estructura comienza por las losas, en cual-



Actividad 5.1

- ¿Por qué el dimensionamiento de un edificio comienza por el último piso?
- Del último piso, ¿por cuál de los elementos estructurales se comienza a dimensionar?. Fundamentamos la respuesta.
- En una vivienda unifamiliar de una planta, el diseño estructural sobre planta baja es el siguiente:



Les solicito que:

- Realicemos el circuito que se debe seguir en el dimensionamiento de los diferentes elementos estructurales. Se puede utilizar diagrama de flujo, secuencia ordenada a través de un listado...



quier nivel que éstas estén. El otro elemento que tuvimos en cuenta es el tipo de esfuerzo al que están sometidas: trabajan a la flexión.

En este capítulo continuamos con los elementos estructurales que trabajan preponderantemente a la flexión y que son los que siguen en el ordenamiento de cálculo: las vigas.

En este momento del proceso de aprendizaje, los alumnos están en condiciones de reconocer una viga en una estructura. Debemos aprovechar este conocimiento para definir en forma precisa el concepto **viga**, su funcionamiento y el tipo de esfuerzo al cual está sometido.

Dice el CIRSOC en su Cuaderno N° 201, que "las vigas son elementos estructurales en forma de barras de cualquier sección transversal y sujetas predominantemente a esfuerzos de flexión". Esto significa que las vigas son estructuras lineales.

En las **estructuras lineales**, una de sus dimensiones prevalece sobre las otras dos.

En este momento del aprendizaje, podemos plantear la realización de diferentes diseños de estructuras:

Seguramente, usted se estará preguntando cómo se puede presentar la estructura sin el plano de arquitectura. Su cuestionamiento es correcto, por supuesto: El diseñador de estructuras siempre debe trabajar, simultáneamente, con el diseño arquitectónico. Pero, con esta actividad pretendemos que los alumnos no se ajusten a un desarrollo ya establecido, sino que empiecen a pensar en términos de diseño estructural, con amplia libertad para hacerlo. Seguramente, cometerán muchos errores; pero, su rol como facilitador les permitirá corregirlos.

De este modo, el conocimiento va siendo construido por el propio alumno, desde consignas amplias hasta un trabajo más acotado.

Al diseñar la estructura, les pedimos que marquen las losas, vigas y columnas. Además, podemos aprovechar este momento para enseñar la forma de denominación de cada elemento estructural, según su ubicación en la planta y por nivel.

Por supuesto, usted puede presentar un plano de arquitectura o bien –si trabaja en forma integrada con el docente del espacio curricular o asignatura “Proyectos”– puede requerir a su colega que los alumnos diseñen

Actividad 5.2

Una vivienda unifamiliar de una planta tiene una superficie cubierta de 140 m² y está constituida por tres dormitorios –uno en suite–, un estar-comedor, dos baños completos, una cocina, un comedor diario y un garaje para un auto.



Mediante un trabajo grupal (el número ideal es de 3 integrantes por grupo), solicitamos a los alumnos realizar el diseño de la estructura.



el proyecto arquitectónico. Entonces, en su asignatura o espacio curricular, los estudiantes van a resolver el diseño de la estructura correspondiente. El único recaudo es que, por ser las primeras actividades, continuamos con diseños de viviendas unifamiliares de una planta.

Constituye éste un buen momento para puntualizar algunas de las reglas del arte del **diseño estructural**.

Al tomar contacto con el diseño estructural, los alumnos pueden apreciar la importancia que tienen las losas, en cuanto al porcentaje de masa de hormigón que ocupan frente a la masa total de la estructura.

Si hacemos un análisis más exhaustivo del volumen de hormigón de las losas de cualquier estructura, éste constituye más del 50 % de la estructura total, lo que se ve reflejado en el costo de la estructura.

¿Qué incidencia tiene esta situación en el diseño?

Dado que la losa, como elemento estructural, es un elemento de gran superficie –ocupa, prácticamente, toda la superficie cubierta–, la dimensión que se puede modificar es el espesor; entonces, el incremento del espesor provoca un incremento de volumen, manteniendo las otras dos dimensiones fijas.

Así, en el marco de las limitaciones dadas por la Norma, en cuanto a flecha y rigidez, resulta importante que, al momento de diseñar las losas, se considere el menor espesor posible.

Ya hemos considerado estas normas en el capítulo 4, al analizar el espesor de las losas.

Cabe realizarnos la pregunta: ¿Qué consideraciones debemos tener en cuenta para lograr reducir el espesor de las losas?

Para dar respuesta a este interrogante, podemos presentar a los alumnos la siguiente situación:



Actividad 5.3

Dos proyectistas estructurales deben cubrir una superficie de 100 m² con losa de hormigón armado.

- Uno decide hacer una sola losa cruzada de 10 m . 10 m.
- El otro, en cambio, proyecta cuatro losas cruzadas de 5 m . 5 m, cada una.

¿En qué caso las losas tendrán menor espesor y, como consecuencia, menor volumen y menor costo?



Si recordamos que las alturas –y, por ende, los espesores– dependen de las luces de cálculo, podemos concluir que:



Entonces, la estructura constituida por las 4 losas de 5 m . 5 m resulta ser la más económica.

Ahora, podemos presentar el siguiente planteo:



Actividad 5.4

Un tercer proyectista decide cubrir la superficie de los 100 m² con dos losas continuas de 5 m . 10 m.

¿En qué caso se reduce el costo? ¿En el de las losas cruzadas o en éste?



Evidentemente, proyectar losas cruzadas disminuye el costo, por cuanto –al distribuirse la carga en dos direcciones– cada una de las vigas recibe menor carga y, por consiguiente, su espesor será menor.

También podemos plantear otra cuestión:



Actividad 5.5

¿Qué convendrá diseñar: losas continuas o simplemente apoyadas?



Ésta es una buena oportunidad para revisar diagramas de momentos flexores de losas continuas y de losas simplemente apoyadas. Para ello, los alumnos pueden traducir el planteo en dos diagramas:

- diagrama de momento flexor de losas continuas y
- diagrama de losas simplemente apoyadas.

Al analizar ambos diagramas, observan que:

- en la continuidad, se reducen los momentos en los tramos, lo que implica menor espesor de losa y menor costo;

- en la falta de continuidad, el momento flexor máximo aumenta, con el consiguiente aumento de espesor y de costo.

Un nuevo planteo puede ser:



Actividad 5.6

Un grupo de estudiantes diseña dos losas continuas:

- una cruzada de 6 m . 6 m,
- otra armada en una sola dirección de 3 m . 6 m.

¿Es una solución aceptable?



En este caso, como la diferencia de luces es muy grande en una de las dos direcciones –6 m y 3 m–, provoca alturas con gran diferencia entre sí.

Para la losa cruzada la altura mínima será:

$$h \text{ mín.} = 0,8 l_{\text{menor}} / 35$$

$$h \text{ mín.} = 13,7 \text{ cm}$$

Para la losa armada en una sola dirección:

$$h \text{ mín.} = 7 \text{ cm}$$

Como en el apoyo se dimensiona con la altura menor, esta situación provoca un incremento de la correspondiente armadura, con el consiguiente incremento de costo.

En este caso, la diferencia de luces en una de las dos direcciones provoca una diferencia de alturas. Y, como se tiene que utilizar la altura menor, esta situación implica un incremento de la correspondiente armadura, con el consiguiente aumento de costo.

Seguramente, en el espacio curricular o asig-



natura “Proyectos”, los alumnos han aprendido a proyectar utilizando el concepto de **módulo**. Usted puede aprovechar este aprendizaje para analizar con ellos la importancia que también tiene el diseño en forma modular, en el diseño estructural.

Algunos conceptos de organización estructural pueden facilitar el logro de una resolución óptima del diseño buscado.

Durante el proceso de enseñanza de la temática que abordamos en este libro, los profesores solemos poner énfasis en el proceso de cálculo y no siempre enseñamos las reglas del arte del diseño de estructuras. Sin embargo, descuidar el estudio de las condiciones fundamentales que se deben tener en consideración al llevar a cabo un proyecto estructural, puede conducir al fracaso a un diseñador.

Es evidente que toda construcción debe cumplir con una función esencial: tiene que ser resistente a la rotura, estable e inmóvil. La función estática debe ser considerada como esencial, por supuesto; pero no como la única. Claro está que la estructura debe garantizar la función estática; por eso debe ser objeto de un análisis con profundidad, pero no se debe dejar de lado la existencia de otras condiciones que entran en juego al momento de pensar en una estructura.

¿Cuáles son, entonces, las premisas que debe tener en cuenta un proyectista de estructuras?



Pero, ¿de qué depende cada una de estas condiciones de análisis?

Es indudable que la finalidad utilitaria tiene que ver con el material que se elija y con las técnicas que cada material requiere para su uso. El conocimiento profundo de estas cuestiones permite una elección adecuada del tipo estructural, sus formas y dimensiones, por cuanto según el tipo de material que se seleccione para la construcción de la estructura, dependerá el tipo de estructura, el proceso de ejecución, las dimensiones, los medios a utilizar y el proceso de cálculo.

Sabemos que, por ejemplo, el acero es apto para resistir tanto esfuerzos de tracción como de compresión, lo mismo que el hormigón armado; pero que la piedra, por ejemplo, sólo funciona muy bien como material resistente a la compresión.

Por otra parte, el proceso constructivo también está estrechamente ligado al material que seleccionemos; porque, cada material tiene un proceso diferente de construcción. No es lo mismo realizar una construcción totalmente de acero que una de hormigón armado o una mixta –hormigón armado y acero–. En cada uno de estos casos, los procesos son totalmente distintos.

El tipo estructural es el “conjunto de elementos resistentes, capaz de mantener sus formas y cualidades a lo largo del tiempo, bajo la acción de las cargas y agentes exteriores a que ha de estar sometido”³²; constituye la parte de la construcción que debe garantizar la función estática.

³² Torroja, Eduardo. *Razón y ser de los tipos estructurales*. Instituto Torroja de la Construcción. Madrid.



La elección del tipo de estructura tiene su correlato no sólo con la cuestión estática –o sea con el fin esencial de esa estructura– sino con otras dos cuestiones importantes: las condiciones económicas y las exigencias estéticas.

Las **condiciones económicas** marcan un límite; porque, de nada vale proyectar una estructura que, luego, por razones económicas resulta irrealizable. Por ello se hace necesario llevar a cabo un presupuesto estimado previo. Éste depende de muchas variables; entre otras, del precio de los materiales, del valor de la mano de obra, de los gastos generales, etc. Es indudable que, si en una región, un determinado material resulta más costoso que otro –no sólo como material en sí mismo, sino también por el proceso constructivo que requiere–, se tomará la decisión de elegir el más económico, en tanto éste cumpla con la misma función utilitaria y estática.

La cuestión económica de una construcción no es simple; depende tanto de variables controlables como de aquellas que no lo son: razones climáticas, razones humanas (grado de capacitación del personal, licencia, ausentismo, accidentes,...), razones financieras (inflación no prevista), créditos que se atrasan...

Pero, la complejidad de la cuestión no tiene que ser un obstáculo para su análisis; todo lo contrario: la previsión lo más exhaustiva posible conducirá al éxito esperado.

Además de estas dimensiones utilitarias y económicas, existe otro aspecto de análisis; es el de las **exigencias estéticas**. La cualidad estética puede tener mayor o menor peso en el diseño de una es-

tructura; todo depende de la importancia que se le quiera dar. No obstante siempre debe ser considerada.

Otra condición importante de análisis tiene que ver con los aspectos legales dados por las normativas vigentes, tanto a escala local, como provincial y/o nacional, además de las normas que rigen el dimensionamiento y las formas constructivas (CIRSOC, NORMAS DIN, IRAM, IRAM-IASE, etc.).

Los factores morfológicos –formas de los elementos estructurales, vigas a la vista o no, columnas de determinadas formas (circulares, cuadradas, rectangulares...) también deben ser objeto de análisis. Porque, la estructura de un edificio puede cumplir su función en forma oculta –no se la ve una vez terminada la obra– o bien tener un rol preponderante al punto de marcar o delimitar espacios bien definidos y ser el centro de atención.

Como ejemplo de un edificio en el que la estructura tiene un papel protagónico podemos mencionar al Centro Nacional

Va a interesarle visitar la página web www.centrepompidou.fr

de las Artes y Cultura Georges Pompidou, construido en pleno centro de París –más precisamente, en la zona Les Halles– por los arquitectos Renzo Piano y Richard Rogers. En este centro, conocido en forma vulgar como el “Monumento al caño”, por su estructura de vigas reticulares y columnas cilíndricas, cobra tanta fuerza la estructura que podríamos analizar las solicitaciones de cada uno de sus elementos estructurales con una simple observación y sin planos a la vista; incluso, para que no haya duda respecto de la primacía que se le quiere dar a la estructura, todos sus elementos han sido pintados con diferentes colores.

Por lo general, la condición estética no está relacionada solamente con la estructura sino con el conjunto de la construcción.





Sin embargo, es interesante considerar que, con la construcción de este edificio se dejó de lado una de las reglas del proyecto arquitectónico: tomar en consideración el entorno urbanístico. Esta omisión trajo muchísimas discusiones, no sólo entre los profesionales de la construcción, sino también fuertes controversias entre los habitantes de París.

No obstante, en la actualidad, el Centro Pompidou constituye una fuerte atracción turística que el visitante de París no puede dejar de apreciar³³.

Con todo lo hasta aquí expuesto, queremos significar que:

³³ Usted va a poder leer un análisis somero de la estructura del Centro Pompidou en el capítulo 9 de este libro.

Pensar en una estructura no puede asociarse exclusivamente al cálculo.

El cálculo constituye una herramienta necesaria, una técnica operatoria imprescindible cuyos resultados nos permiten saber si las formas y las dimensiones previstas en los elementos estructurales tienen capacidad para soportar las cargas a los que estarán o están sometidos. Ningún diseñador puede desconocer el proceso de dimensionamiento, ya que es esencial.

Pero no es el único.

Si bien el cálculo puede considerarse como un trabajo rutinario, superado en gran parte por el uso de la computadora, la creatividad del diseñador estructural tiene una enorme incidencia en el diseño, ya que éste, si bien es ciencia y técnica, también tiene mucho de arte y de imaginación.



Actividad 5.7

Proponemos el análisis de un proyecto estructural de una obra ya construida.

Consignas de trabajo:

- Seleccionamos una obra simple ya construida (vivienda unifamiliar de planta baja).
- Conseguimos el proyecto de arquitectura y el diseño de la estructura.
- Analizamos la estructura desde los siguientes aspectos:
 - función utilitaria (materiales utilizados),
 - función estática (tipo estructural),
 - función estética y morfológica (formas y dimensiones geométricas),
 - condiciones económicas (proceso de construcción),
 - condiciones legales (normas),
 - grado de protagonismo frente a la totalidad de la construcción.

Metodología de trabajo:

- Sugerimos que la actividad sea desarrollada en grupo de 3 alumnos. De ser posible, conviene que visiten el edificio. Seguramente, sólo lo podrán ver desde el exterior; pero, aún así, es importante que lo hagan.
- Cada grupo va a presentar su análisis al resto de nuestra clase³⁴.



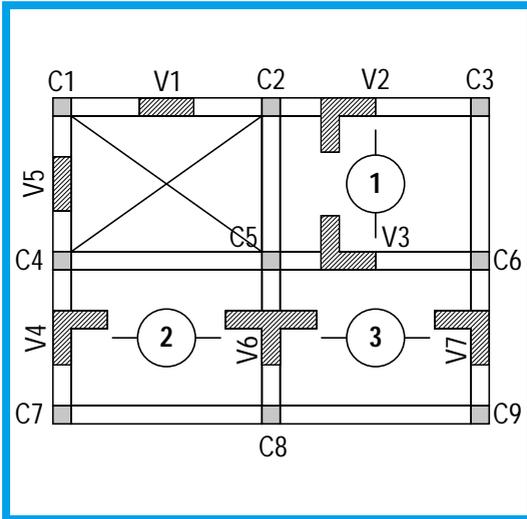
³⁴ Durante las presentaciones, usted puede hacer un cuadro-síntesis con cuestiones comunes y no comunes.



Clasificación de las vigas

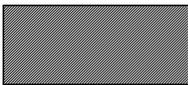
Retomemos los diseños de las estructuras que ya realizaron los alumnos; como, seguramente, en ellos han marcado las vigas, podemos utilizar dichos diseños para presentar la clasificación de las vigas de acuerdo con su sección.

Supongamos el siguiente diseño:



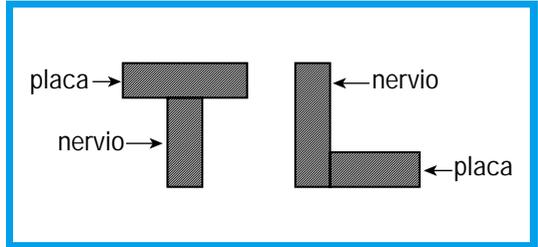
A partir de este diseño o de otro similar, podemos hacer una clasificación general de las vigas.

Vigas de sección rectangular. Son vigas que no reciben carga de las losas. En nuestro diseño, las vigas 1 y 5 son rectangulares.



Vigas placa. Las vigas placa son elementos estructurales que están constituidos por

la placa y el nervio, formando un todo monolítico que colabora para resistir los esfuerzos. Pueden ser vigas aisladas o bien vigas donde la placa forma parte de la losa.



La viga 6 es un ejemplo de viga placa en T. La viga 7 es una viga placa en L.

Análisis de cargas sobre las vigas

En el capítulo 4 realizamos el análisis de carga sobre una losa y su dimensionamiento. En este apartado, analizamos los tipos de cargas que pueden solicitar a una viga, cómo ésta las recibe y cómo las transmite.

Para ello, planteamos la siguiente situación problemática:

Actividad 5.8

El diseño arquitectónico que se presenta corresponde a una vivienda unifamiliar de una planta, ubicada en una ciudad pequeña del interior de nuestro país. La estructura es de hormigón armado.

A partir de este proyecto:

Diseño arquitectónico

- 1 Realizamos el diseño de la estructura.
- 2 Suponiendo que la carga actuante sobre las losas es de 550 kg/m², encontramos el valor de las cargas que soporta cada una de las vigas (No se considera el peso propio de las paredes de mampostería).

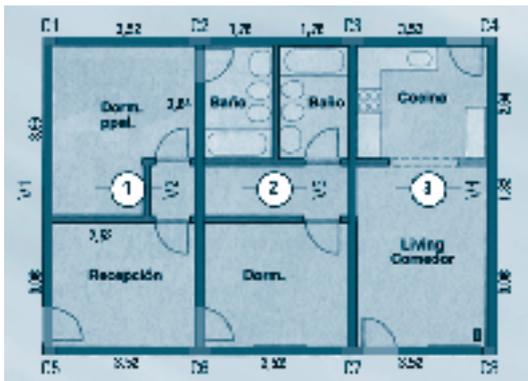


Como el propósito de este planteo es analizar la distribución de cargas losa-viga; viga-columna, no realizamos el análisis de carga sobre la losa. Por este motivo damos a los alumnos el valor y no solicitamos que ellos la calculen.

Cuando planteamos una actividad, es importante que tengamos presente su propósito. Según sea éste, no siempre resulta necesario buscar todos los datos.

Esta consideración permite despejar el camino que debemos realizar en los cálculos –que, a veces se transforma en complejo y engorroso, no por el cálculo en sí mismo sino por la cantidad de información que los estudiantes deben encontrar y que, para el caso, puede ser considerada como un dato dado– sin que, por ello, se afecte el propósito del aprendizaje.

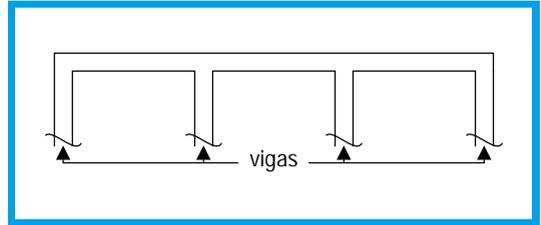
Suponemos que los alumnos plantean el siguiente diseño estructural:



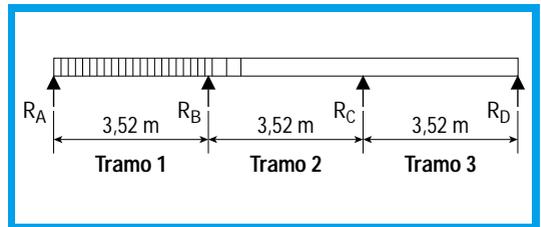
La estructura planteada está constituida por losas continuas de tres tramos, armadas en una sola dirección. La losa armada en una sola dirección distribuye la carga en la dirección de la luz menor³⁵.

³⁵ Usted puede aprovechar la oportunidad para presentar un problema referido a las losas bajas en cocina y baños: En un baño o en una cocina, ¿siempre es necesario bajar la losa o existe otra alternativa?

Como siempre, recurrimos a los diagramas de la Estática; en este caso, apelamos al diagrama de carga de las losas:



Realizamos el diagrama de carga, poniendo en evidencia a los vínculos:



Donde:

- R_A , R_B , R_C , R_D son las reacciones de las losas sobre las vigas; éstas, a su vez, son las acciones actuantes sobre las vigas.

Esto significa que calcular las cargas que soportan las vigas, implica encontrar los valores de las reacciones de las losas.

En este caso, como las losas son continuas y en una sola dirección, recurrimos a la tabla 18.

Cálculo de las reacciones de las losas y de las acciones que soportan las vigas

La sobrecarga actuante sobre las losas, de acuerdo al uso, es $p = 200 \text{ kg/m}^2$. Entonces, el peso propio es:

$$g = q - p$$

$$g = 350 \text{ kg/m}^2$$

Recordemos que para ingresar a la tabla 18



–en este caso, a la de 3 tramos–, se entra con el valor de $g/q = 0,64$, por lo que consideramos 0,7.

Para 0,7, los coeficientes son:

$$\begin{aligned} q_{1A} &= 2,43 \\ q_{1B} &= -1,70 \\ q_{2B} &= 2,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_A &= q \cdot \ell_c / q_{1A} \\ R_A &= 550 \text{ kg/m}^2 \cdot 3,70 \text{ m} / 2,43 \\ R_A &= R_D \\ \mathbf{R_A} &= \mathbf{837 \text{ kg/m}} \\ \mathbf{R_D} &= \mathbf{837 \text{ kg/m}} \end{aligned}$$

$$R_B = R_C$$

$$\begin{aligned} R_{B1} &= 550 \text{ kg/m}^2 \cdot 3,70 \text{ m} / 1,70 \\ \mathbf{R_{B1}} &= \mathbf{1197 \text{ kg/m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{B2} &= 550 \text{ kg/m}^2 \cdot 3,70 \text{ m} / 2,00 \\ \mathbf{R_{B2}} &= \mathbf{1017,5 \text{ kg/m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_B &= R_{B1} + R_{B2} \\ \mathbf{R_B} &= \mathbf{2215 \text{ kg/m}} \end{aligned}$$

En este caso, las cargas sobre las vigas son uniformemente repartidas.

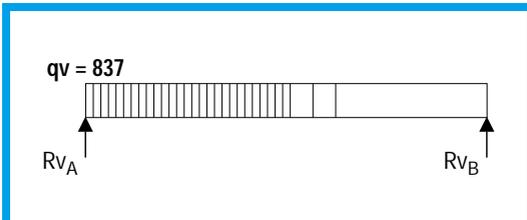


Diagrama de carga de la viga 1

Las reacciones Rv_A y Rv_B son acciones para las columnas 1 y 5.

Realizamos el cálculo de estas reacciones, considerando a la viga simplemente apoyada.

$$\begin{aligned} Rv_A &= Rv_B \\ Rv_A &= qv \cdot lcv / 2 \\ Rv_A &= 837 \text{ kg/m} \cdot 7,40 \text{ m} / 2 \\ Rv_A &= 3097 \text{ kg} \end{aligned}$$

Determinación de la luz de cálculo de la viga 1

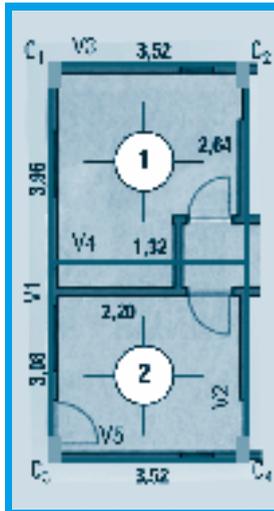
$$\begin{aligned} l &= 7,04 \text{ m} \\ lcv &= 7,04 \cdot 1,05 \text{ m} \\ lcv &= 7,40 \text{ m} \end{aligned}$$

Actividad 5.10

Planteamos a los alumnos la transformación del diseño estructural dado, solicitando que utilicen losas cruzadas; pero, con la consigna de no agregar ni modificar la ubicación de las columnas existentes.

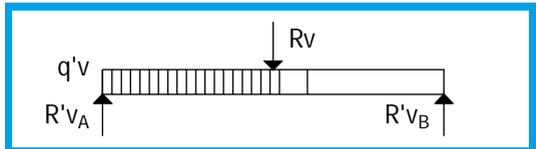
De este modo, aparece el concepto de **vigas apeadas**³⁶.

Tomamos la losa 1 y cambiamos la estructura por losas cruzadas:



Entonces, en este nuevo esquema, la viga 1 está solicitada por las cargas que le transmiten las losas 1 y 2, y la carga concentrada debido a la viga 4.

El diagrama de carga de la viga 1 es, entonces:



³⁶Una viga apeada es aquella que apoya sobre otra viga; es el caso de viga sobre viga. También puede darse la situación de columna apeada sobre viga.



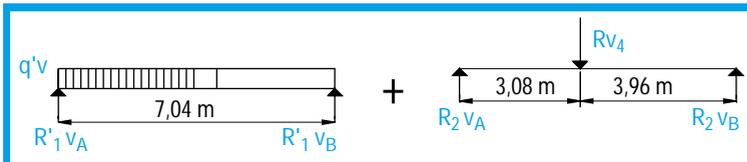
Donde:

- q_v es la carga específica que transmiten las losas 1 y 2 a la viga 1.
- R_{V3} es la carga puntual que transmite la viga 4, siendo ésta una viga apeada en la viga 1.

Resulta muy importante detenerse en este análisis de la distribución de cargas y en el cálculo de las reacciones. Porque, a través de él, los alumnos pueden valorar el papel fundamental que cumple la Estática en todo proceso de dimensionamiento de una estructura.

Para el caso de V1, el cálculo de las reacciones se hace utilizando el principio de **superposición de esfuerzos**. Éste establece que las reacciones de la viga debido a las cargas es igual a la sumatoria de las reacciones debido a cada una de dichas cargas.

En este caso, la reacción total en cada apoyo de la viga 1 se obtiene como las reacciones de las losas más la reacción de la viga 4.



$$R_{VA} = R'_{1VA} + R_{2VA}$$

$$R_{VB} = R'_{1VB} + R_{2VB}$$

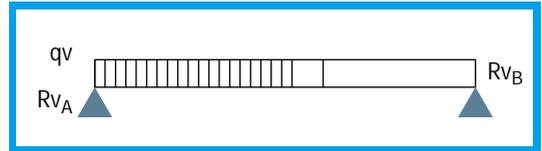
Luces de cálculo

Las vigas se calculan con las luces de cálculo, siguiendo el mismo tratamiento que indicamos para las losas.

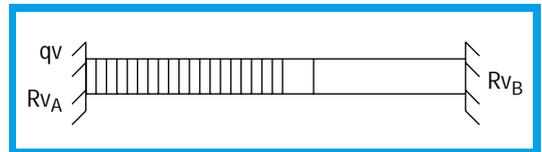
Condiciones de apoyo

Las vigas pueden tener las siguientes formas de sustentación:

Simplemente apoyadas. En este caso, las vigas descansan en muros de mampostería, o bien en otras vigas o columnas de poca rigidez frente a la rigidez a la flexión de la viga.

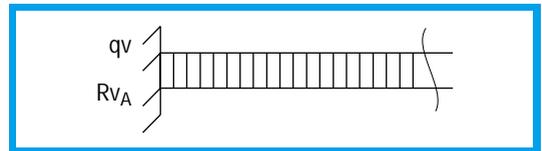


Empotradas. Los extremos se encuentran rigidamente vinculados a otros elementos estructurales cuya rigidez a la flexión es muy superior a la rigidez de la viga: tabiques o columnas.



Parcialmente empotradas. Es el caso intermedio entre la simplemente apoyada y la empotrada. El cálculo se hace considerando a la viga y al apoyo (por ejemplo, viga-columna), como si fuera una única estructura monolítica, formando un pórtico.

Voladizo. La viga tiene un extremo libre y el otro rigidamente vinculado (por ejemplo, la viga de un balcón).



Continuas. Son las vigas que se extienden sobre varios apoyos simples. Desde el punto de vista estructural, se consideran trabajando en forma solidaria.



Altura útil

De la misma manera que para las losas, es necesario establecer una altura mínima para las vigas, con el fin de evitar posibles deformaciones.

En este caso, la altura mínima se determina mediante coeficientes que se aplican a las luces de cálculo:

$$h = lc/m$$

Para el caso de los edificios de vivienda o con sobrecargas similares, el valor de m depende de las condiciones de apoyo:

Tabla 21. Valores de m -para edificios de vivienda-	
Condiciones de borde	m
Simply supported	16
Empotrada-libre	8
Empotrada-empotrada o tramo interior de una continuidad	25
Apoyo fijo-empotrado o tramo extremo de una continuidad	22

Determinación de los esfuerzos característicos

Las vigas tienen la posibilidad de estar sometidas a los esfuerzos:

- flexión,
- corte,
- torsión y
- flexión compuesta (en el caso de travesaños de pórticos).

En este capítulo sólo abordamos vigas sometidas a esfuerzos de flexión y de corte.

Veamos, entonces, cómo determinamos dichos esfuerzos a partir de los siguientes casos:

Viga simplemente apoyada y de un solo tramo. El cálculo del momento flexor máximo y de los esfuerzos de corte se hace siguiendo las reglas de la Estática, ya conocidas por los alumnos.

Viga empotrada-libre de un solo tramo. En este caso, el cálculo de las solicitaciones también se resuelve usando los conocimientos que los alumnos poseen de la Estática.

Vigas continuas de varios tramos, cuyas luces y cargas uniformemente distribuidas no difieran en más de un 15 %. En este caso, de la misma manera que hicimos para las losas, se utiliza la tabla 18.

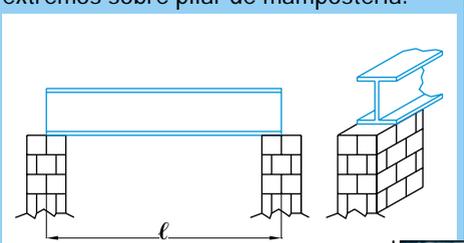
Vigas continuas de varios tramos, cuyas luces y cargas uniformemente distribuidas difieren en más de un 15 %. Una forma de resolver esta situación es aplicar el denominado método Cross, o bien utilizar coeficientes o cualquier método de resolución de estructuras hiperestáticas.

Método de Cross

Consideremos los siguientes casos de vigas con diferentes formas de sustentación:

Actividad 5.11

Resolvamos la estructura de una viga de acero (perfil doble T) que apoya en ambos extremos sobre pilar de mampostería.





Para resolver la estructura –o sea, para el cálculo de las solicitaciones: reacciones de vínculo, esfuerzos de corte, momento flexor y esfuerzos axiales–, utilizamos las ecuaciones de equilibrio de la Estática como un problema estáticamente determinado.

En esta situación el esquema estático corresponde a una estructura isostática (igual cantidad de vínculos que grados de libertad).

La resolución del problema se centra en estos cálculos:

Este caso también constituye un problema estáticamente determinado.

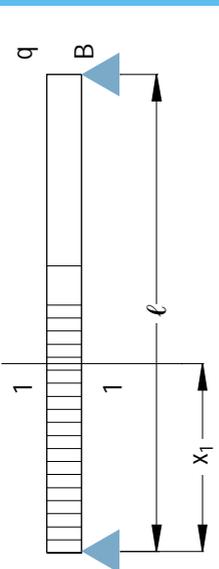
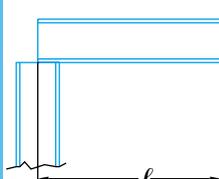
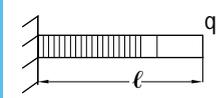
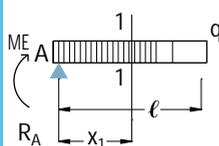
Diagrama de carga	Determinación de las reacciones de vínculo y de los esfuerzos de características
	<p>1 Cálculo de las reacciones de vínculo:</p> $\sum M^A = 0$ $\sum M^B = 0$ <p style="text-align: right;">R_A y R_B</p>
	<p>2 Cálculo del momento flexor máximo:</p> $M_{\text{máx.}} = q \cdot l^2 / 8$
	<p>3 Cálculo del momento flexor en una sección 1-1:</p> $M_{1-1} = R_A \cdot x_1 - q \cdot x_1^2 / 2$
	<p>4 Cálculo del esfuerzo de corte en la sección 1-1:</p> $Q_{1-1} = R_A - q \cdot x_1$

Diagrama de carga	Determinación de las reacciones de vínculo y de los esfuerzos de características
	<p>1 Cálculo de las reacciones de vínculo:</p> $\sum M^A = 0$ $\sum F_y = 0$ <p style="text-align: right;">M_E y R_A</p>
	<p>2 Cálculo del momento flexor máximo:</p> $M_{\text{máx.}} = q \cdot l^2 / 2$
<p>Diagrama del sólido libre</p> 	<p>3 Cálculo del momento flexor en una sección 1-1:</p> $M_{1-1} = R_A \cdot x_1 - q \cdot x_1^2 / 2 + M_E$
	<p>4 Cálculo del esfuerzo de corte en la sección 1-1:</p> $Q_{1-1} = R_A - q \cdot x_1$

Actividad 5.12

Ahora, calculamos las solicitaciones de una viga de acero (perfil doble T) en voladizo, apoyada en una losa compuesta por dos perfiles doble T.

Actividad 5.13

Y, ¿qué sucede con una viga de acero (perfil doble T) con un extremo apoyado en mampostería y el otro soldado a una columna compuesta por perfiles doble T?

En este caso, las incógnitas son:

- dos reacciones verticales,
- el momento de empotramiento.

Dado que el número de incógnitas supera la cantidad de condiciones necesarias para asegurar el equilibrio, se trata de una situación estáticamente indeterminada. Se dice que la



indeterminación es de primer grado.

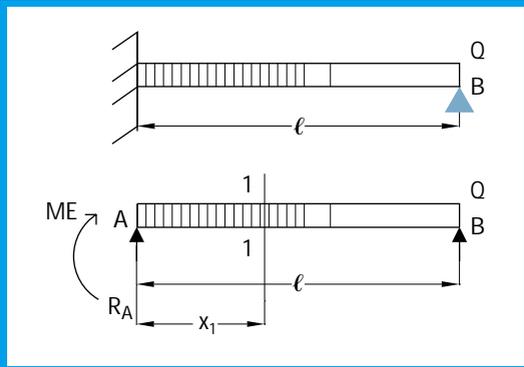


Diagrama de carga - Diagrama de sólido libre

Actividad 5.14

¿Cuáles son las solicitaciones de una viga de acero (perfil doble T) con dos extremos soldados a sendas columnas?

En este caso, las incógnitas son:

- dos reacciones verticales,
- dos momentos de empotramiento.

Dado que el número de incógnitas supera la cantidad de condiciones necesarias para asegurar el equilibrio, se trata de un problema estáticamente indeterminado. En él, la indeterminación es de segundo grado.

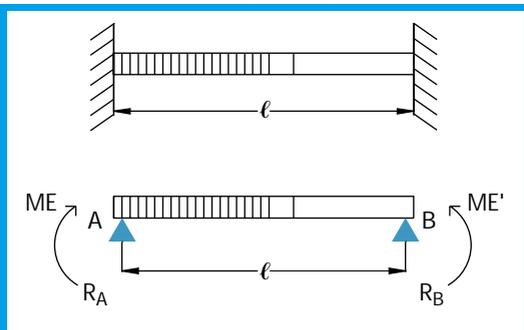


Diagrama de carga - Diagrama de sólido libre

Actividad 5.15

¿Qué sucede con una viga continua con carga uniformemente distribuida y dos cargas concentradas (vigas apeadas)?

En este caso, las incógnitas son fuerzas verticales en cada uno de los apoyos. Se trata también de un sistema estáticamente indeterminado.

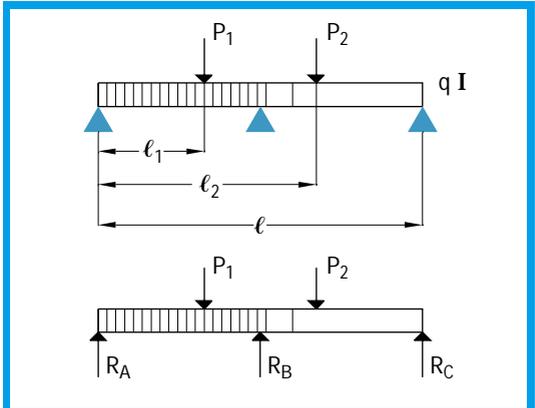


Diagrama de carga - Diagrama de sólido libre

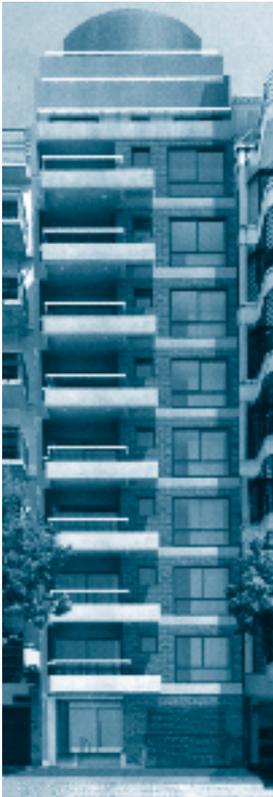
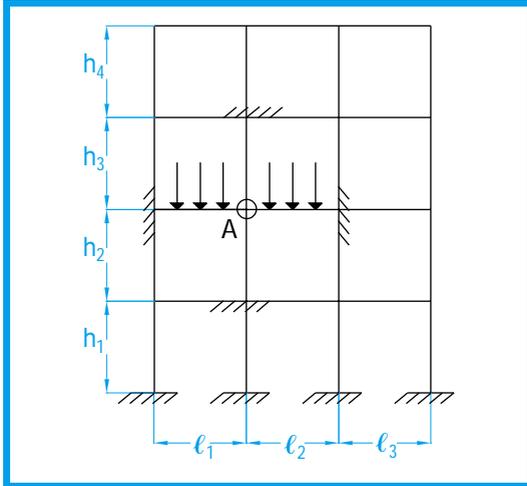
Todos los casos de sistemas estáticos indeterminados, requieren establecer una o más ecuaciones de deformación (existen más incógnitas que ecuaciones) para ser resueltos.

Hay varios métodos para la resolución de este problema, además de la resolución mediante tablas. Nosotros optamos por el denominado **Método de Cross**, ya que consideramos que resulta simple y efectivo.

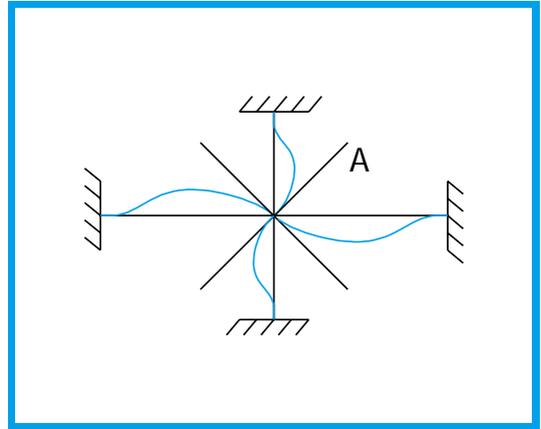
El método de Cross es un procedimiento de aproximaciones sucesivas. Consiste en determinar los momentos, en una primera aproximación, considerando que los nudos de la estructura constituyen empotramientos perfectos.



Analicemos un nudo de la siguiente estructura de un edificio; no es desplazable –ni en forma horizontal ni vertical–. Por ejemplo, el nudo A.



La hipótesis inicial expresa que, en las dos vigas que concurren en el nudo A, existen momentos de empotramiento perfecto. Estos momentos no son necesariamente iguales. Esto significa que si, ahora, consideramos al nudo en sus reales condiciones, la desigualdad de los momentos origina un giro y, por lo tanto, se produce una deformación en los elementos que concurren en este nudo (vigas y columnas).

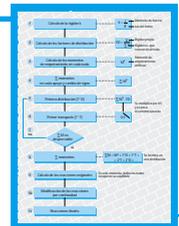


¿Cuándo se estabiliza este giro? Es evidente que el giro se estabilizará cuando, por la reacción de dichos elementos, se llegue al equilibrio con los momentos superfluos.

¿Qué se considera para calcular esta reacción? Se toma en cuenta que, durante el giro, las tangentes a las elásticas de deformación son iguales. La liberación del nudo produce, en las vigas y columnas que concurren a él, momentos adicionales proporcionales a sus rigideces. Al mismo tiempo, esta deformación induce momentos en los extremos alejados del nudo. La suma de estos nuevos momentos y de los originales nos da una nueva aproximación.

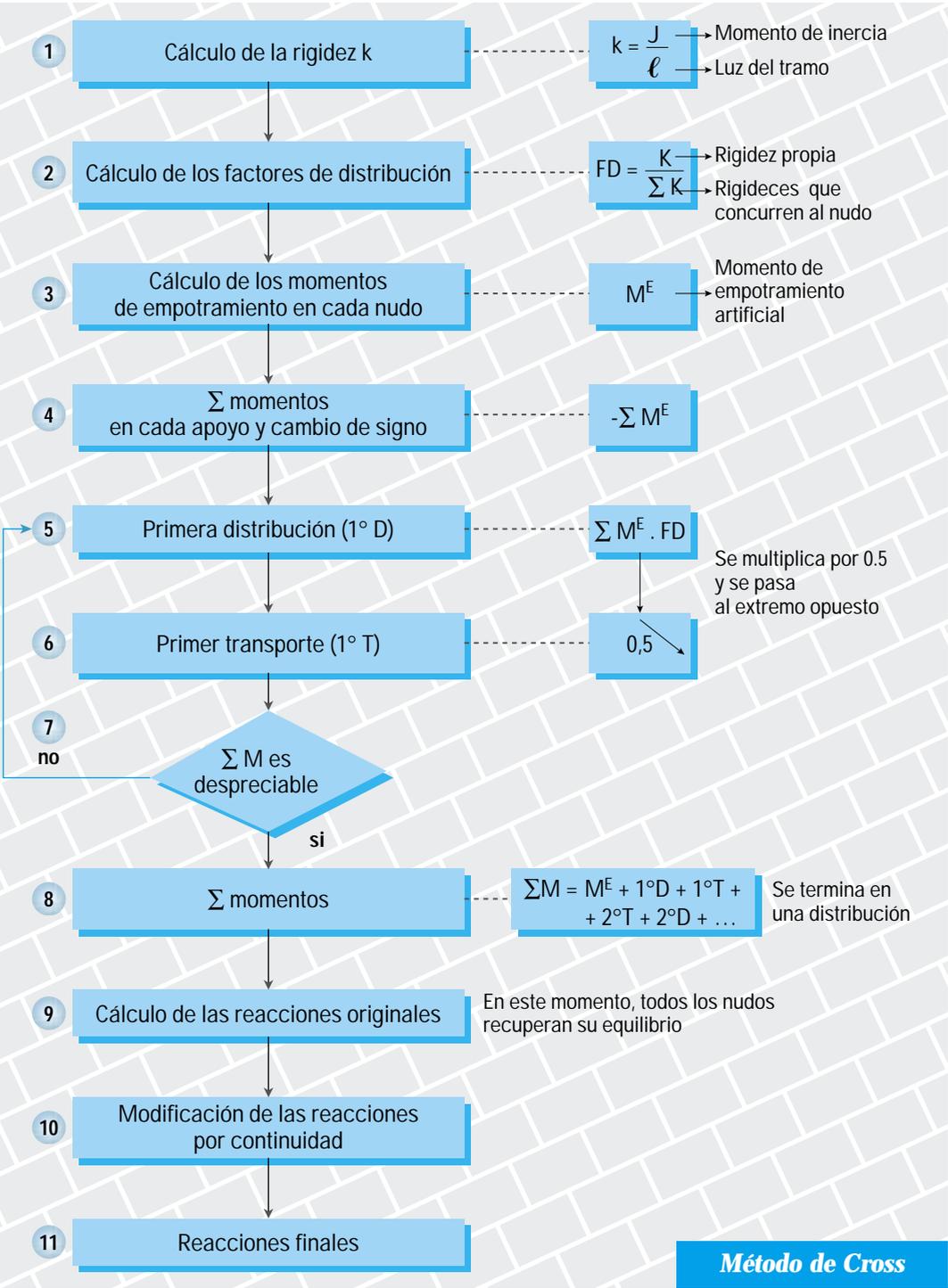
Este procedimiento se repite en todos los nudos, en forma sucesiva, hasta alcanzar el equilibrio en todos los nudos.

Con el fin de facilitar la comprensión de este método presentamos el procedimiento en forma de diagrama de flujo



en página siguiente





Método de Cross



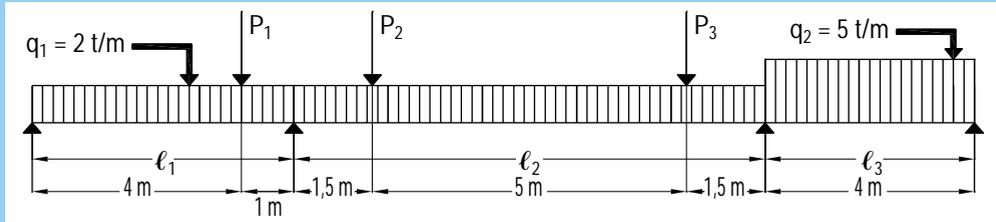
Actividad 5.16

Ésta es una viga continua con apoyos fijos, en la que actúan cargas uniformemente distribuidas, provenientes de las reacciones de las losas, y cargas concentradas, reacciones de vigas apeadas.

Vamos a:

- Determinar las reacciones.
- Realizar los diagramas de esfuerzo de corte y de momento flexor.

Diagrama de sólido libre de la viga continua



$$\begin{array}{ll}
 P_1 = \text{Viga apeada de } 6 \text{ t} & \ell_1 = 5,00 \text{ m} \\
 P_2 = \text{Viga apeada de } 4 \text{ t} & \ell_2 = 8,00 \text{ m} \\
 P_3 = \text{Viga apeada de } 5 \text{ t} & \ell_3 = 4,00 \text{ m}
 \end{array}$$

Volcamos en una planilla los valores que vamos obteniendo.

Siguiendo el procedimiento indicado en el diagrama de flujo, comenzamos con:

1. Cálculo de la rigidez k

Partimos del supuesto de que el momento de inercia J de cada tramo es 1 m^4 .

Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3
$K_1 = \frac{1}{5}$	$K_2 = \frac{1}{8}$	$K_3 = \frac{1}{4}$
$K_1 = 0,2$	$K_2 = 0,125$	$K_3 = 0,25$

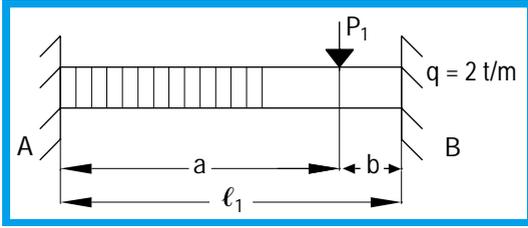
2. Cálculo de los factores de distribución

Nudo A	Nudo B		Nudo C		Nudo D
$FD = \frac{0,2}{0,2}$	$FD = \frac{0,2}{0,325}$	$FD = \frac{0,125}{0,325}$	$FD = \frac{0,125}{0,375}$	$FD = \frac{0,25}{0,375}$	$FD = \frac{0,25}{0,25}$
$FD = 1$	$FD = 0,62$	$FD = 0,38$	$FD = 0,33$	$FD = 0,66$	$FD = 1$



Cálculo de los momentos de empotramiento en cada nudo

Primer tramo:



$$M_A^E = \frac{q_1 l_1^2}{12} + \frac{P_1 \cdot a \cdot b^2}{l_1^2}$$

$$M_B^E = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (5 \text{ m})^2}{12} + \frac{6 \text{ t} \cdot 4 \text{ m} \cdot (1 \text{ m})^2}{(5 \text{ m})^2}$$

$$M_A^E = 4,17 \text{ tm} + 0,96 \text{ tm}$$

$$M_A^E = \mathbf{5,13 \text{ tm}}$$

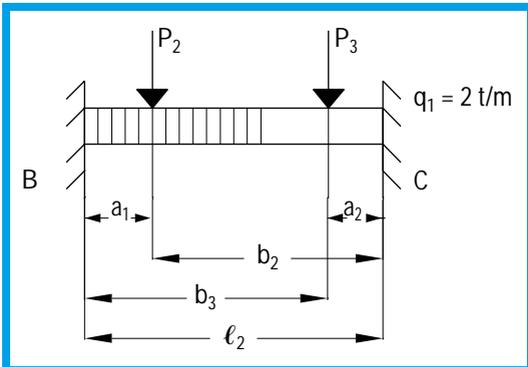
$$M_B^E = \frac{q_1 l_1^2}{12} + \frac{P_1 a^2 b}{l_1^2}$$

$$M_B^E = 4,17 \text{ tm} + \frac{6 \text{ t} \cdot (4 \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ m}}{(5 \text{ m})^2}$$

$$M_B^E = 4,17 \text{ tm} + 3,84 \text{ tm}$$

$$M_B^E = \mathbf{8,01 \text{ tm}}$$

Segundo tramo:



$$M_B^E = \frac{q_1 l_2^2}{12} + \frac{P_2 \cdot a_1 \cdot b_2^2}{l_2^2} + \frac{P_3 \cdot a_2^2 \cdot b_3}{l_2^2}$$

$$M_B^E = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (8 \text{ m})^2}{12} + \frac{4 \text{ t} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot (6,5 \text{ m})^2}{(8 \text{ m})^2} + \frac{5 \text{ t} \cdot (1,5 \text{ m})^2 \cdot 6,5 \text{ m}}{(8 \text{ m})^2}$$

$$M_B^E = 10,67 \text{ tm} + 3,97 \text{ tm} + 1,14 \text{ tm}$$

$$M_B^E = \mathbf{15,78 \text{ tm}}$$

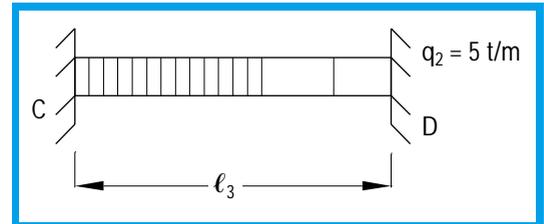
$$M_C^E = \frac{q_1 l_2^2}{12} + \frac{P_2 \cdot b_2^2 \cdot a_1^2}{l_2^2} + \frac{P_3 \cdot a_2^2 \cdot b_3^2}{l_2^2}$$

$$M_C^E = 10,67 \text{ tm} + \frac{4 \text{ t} \cdot 6,5 \text{ m} \cdot (1,5 \text{ m})^2}{(8 \text{ m})^2} + \frac{5 \text{ t} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot (6,5 \text{ m})^2}{(8 \text{ m})^2}$$

$$M_C^E = 10,67 \text{ tm} + 0,91 \text{ tm} + 4,95 \text{ tm}$$

$$M_C^E = \mathbf{16,53 \text{ tm}}$$

Tercer tramo:



$$M_C^E = \frac{q_2 l_3^2}{12}$$

$$M_D^E = \frac{q_2 l_3^2}{12}$$

$$M_C^E = \frac{5 \text{ t/m} \cdot (4,00 \text{ m})^2}{12}$$

$$M_C^E = \mathbf{6,66 \text{ tm}}$$

$$M_D^E = \mathbf{6,66 \text{ tm}}$$

4. Sumatoria de los momentos en cada apoyo y cambio de signo

Apoyo A:

$$\Sigma M_A^E = 5,13 \text{ tm}$$

$$\text{Cambio de signo} = -5,13 \text{ tm}$$



Apoyo B:

$$\Sigma M_B^E = -8,01 \text{ tm} + 15,78 \text{ tm}$$

$$\Sigma M_B^E = 7,77 \text{ tm}$$

$$\text{Cambio de signo} = -7,77 \text{ tm}$$

Apoyo C:

$$\Sigma M_C^E = -16,53 \text{ tm} + 6,66 \text{ tm}$$

$$\Sigma M_C^E = -9,87 \text{ tm}$$

$$\text{Cambio de signo} = +9,87 \text{ tm}$$

Apoyo D:

$$\Sigma M_D^E = +6,66 \text{ tm}$$

5. Primera distribución**Apoyo A:**

$$\Sigma M_A^E \cdot FD = -5,13 \text{ tm} \cdot 1$$

$$\Sigma M_A^E \cdot FD = -5,13 \text{ tm}$$

Apoyo B (tramo 1):

$$\Sigma M_B^E \cdot FD = -7,77 \text{ tm} \cdot 0,62$$

$$\Sigma M_B^E \cdot FD = -4,82 \text{ tm}$$

Apoyo B (tramo 2):

$$\Sigma M_B^E \cdot FD = -7,77 \text{ tm} \cdot 0,38$$

$$\Sigma M_B^E \cdot FD = -2,95 \text{ tm}$$

Apoyo C (tramo 2):

$$\Sigma M_C^E \cdot FD = 9,87 \text{ tm} \cdot 0,33$$

$$\Sigma M_C^E \cdot FD = 3,26 \text{ tm}$$

Apoyo C (tramo 3):

$$\Sigma M_C^E \cdot FD = 9,87 \text{ tm} \cdot 0,66$$

$$\Sigma M_C^E \cdot FD = 6,51 \text{ tm}$$

Apoyo D:

$$\Sigma M_D^E \cdot FD = 6,66 \text{ tm} \cdot 1$$

$$\Sigma M_D^E \cdot FD = 6,66 \text{ tm}$$

6. Primer transporte**Apoyo A:**

$$-4,82 \text{ tm} \cdot 0,5 = -2,41 \text{ tm}$$

Apoyo B (tramo 1):

$$-5,13 \text{ tm} \cdot 0,5 = -2,57 \text{ tm}$$

Apoyo B (tramo 2):

$$3,26 \text{ tm} \cdot 0,5 = 1,63 \text{ tm}$$

Apoyo C (tramo 2):

$$-2,95 \text{ tm} \cdot 0,5 = -1,48 \text{ tm}$$

Apoyo C (tramo 3):

$$6,66 \text{ tm} \cdot 0,5 = 3,33 \text{ tm}$$

Apoyo D:

$$6,51 \text{ tm} \cdot 0,5 = 3,26 \text{ tm}$$

A partir de aquí, podemos continuar el proceso directamente en la planilla.

Una vez conocido el mecanismo de cálculo, conviene trabajar directamente en la planilla. Es una forma de visualizar mejor el procedimiento y los cálculos.

Como podemos observar, el método utiliza el concepto de rigidez propia del tramo y de la suma de rigideces de las barras que concurren a un nudo para provocar una distribución de los momentos, desequilibrando los nudos y buscando las fuerzas que se necesiten para equilibrarlo.

7. 8. Sumatoria de los momentos

En nuestro caso, llegamos hasta la cuarta distribución. Obtenemos la sumatoria de los momentos:

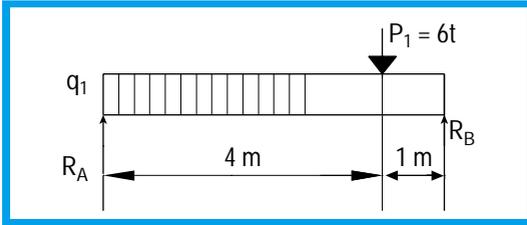
$$\Sigma M = M_e + 1^\circ D + 1^\circ T + 2^\circ D + 2^\circ T + 3^\circ D + 3^\circ T + 4^\circ D$$



9. Cálculo de las reacciones originales

Las reacciones originales son las que resultan de cada tramo, como simplemente apoyadas.

Primer tramo:



$$R_A = \frac{q_1 \cdot l_1}{2} + \frac{P_1 \cdot b}{l_1}$$

$$R_A = \frac{2 \text{ t/m} \cdot 5 \text{ m}}{2} + \frac{6 \text{ t} \cdot 1 \text{ m}}{5 \text{ m}}$$

$$R_A = 5 \text{ t} + 1,2 \text{ t}$$

$$\mathbf{R_A = 6,2 \text{ t}}$$

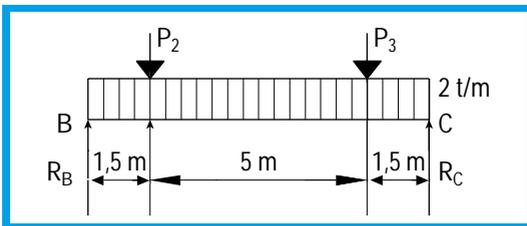
$$R_B = \frac{q_1 \cdot l_1}{2} + \frac{P_1 \cdot a}{l_1}$$

$$R_B = \frac{2 \text{ t/m} \cdot 5 \text{ m}}{2} + \frac{6 \text{ t} \cdot 4 \text{ m}}{5 \text{ m}}$$

$$R_B = 5 \text{ t} + 4,8 \text{ t}$$

$$\mathbf{R_B = 9,8 \text{ t}}$$

Segundo tramo:



$$R_C \cdot 8 \text{ m} + 5 \text{ t} \cdot 6,5 \text{ m} + 4 \text{ t} \cdot 1,5 + 2 \text{ t/m} \cdot 8 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 0$$

$$R_C = \frac{-32,5 \text{ tm} - 6 \text{ tm} - 64 \text{ tm}}{-8 \text{ m}}$$

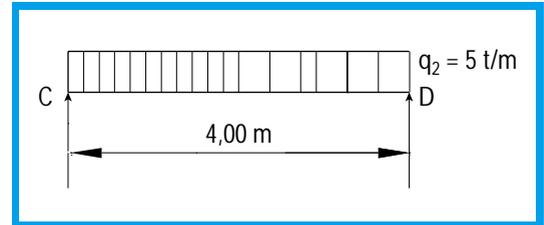
$$\mathbf{R_C = 12,81 \text{ t}}$$

$$R_B \cdot 8 \text{ m} - 2 \text{ t/m} \cdot 8 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} - 4 \text{ t} \cdot 6,5 \text{ m} - 5 \text{ t} \cdot 1,5 \text{ m} = 0$$

$$R_B = \frac{64 \text{ tm} + 26 \text{ tm} + 7,5 \text{ tm}}{8 \text{ m}}$$

$$\mathbf{R_B = 12,18 \text{ t}}$$

Tercer tramo:



$$R_C = \frac{q \cdot l_1}{2}$$

$$R_C = \frac{5 \text{ t/m} \cdot 4 \text{ m}}{2}$$

$$\mathbf{R_C = 10 \text{ t}}$$

$$\mathbf{R_D = 10 \text{ t}}$$

10. Modificación de las reacciones por continuidad

Debido a los momentos, se produce un giro que se debe equilibrar:

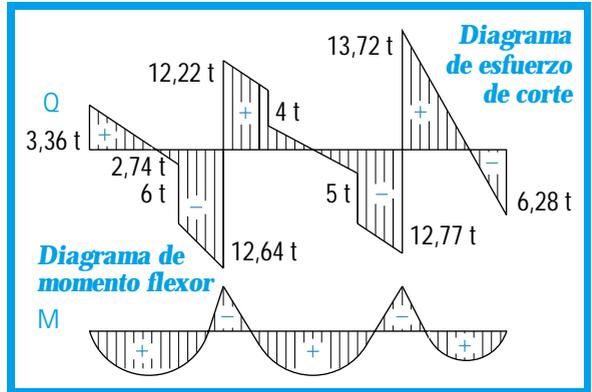
$$\frac{\sum M \text{ tramo}}{\ell}$$

Con el signo del mayor, da el factor de modificación.



11. Reacciones finales

Reacción final = Reacción original + Modificación de reacciones por continuidad



Esfuerzo de corte

De las solicitaciones a las que están sometidas las vigas, merece un tratamiento especial el **esfuerzo de corte**.

Los alumnos conocen este tema, pues corresponde a la Estática; no obstante, siempre conviene hacer una revisión tendiente a su aplicación. En este caso, transferimos los contenidos al dimensionamiento de una viga de hormigón armado.

Hacemos un ejercicio de imaginación.

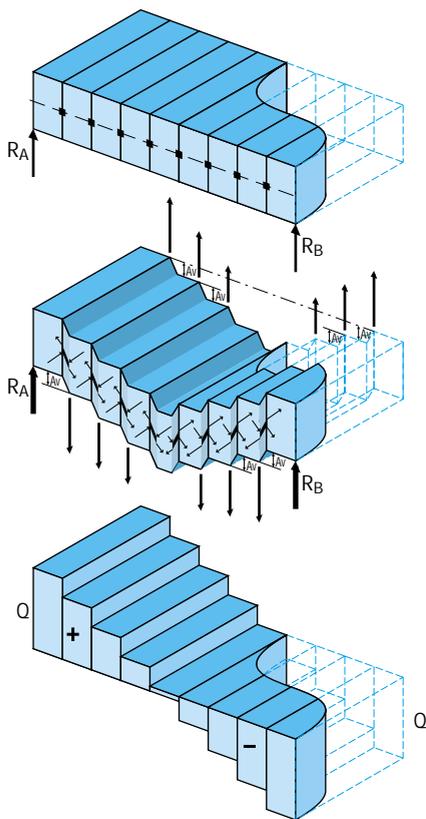


	Apoyo A		Apoyo B		Apoyo C		Apoyo D		
FD	1		0,62	0,38		0,33	0,66		
K								1	
ME	5,13		-8,01	15,78		-16,53	6,66	-6,66	
	-5,13		-7,77			+9,87		+6,66	
1ª D	-5,13	↔	-4,82	-2,95	↔	3,26	6,51	↔	6,66
1º T	-2,41	↔	-2,57	1,63	↔	-1,48	3,33	↔	3,26
	+2,41		+0,94			-1,35		-3,26	
2ª D	-2,41	↔	+0,58	+0,36	↔	-0,44	-0,89	↔	-3,26
2º T	+0,29	↔	+1,21	-0,22	↔	+0,18	-1,63	↔	-0,45
	+0,29		-1,07			+1,81		-0,45	
3ª D	-0,29	↔	-0,66	-0,41	↔	0,60	1,19	↔	0,45
3º T	-0,33	↔	-0,15	0,30	↔	-2,20	0,23	↔	0,6
	+0,33		-0,15			0,03		-0,6	
4ª D	0,33	↔	-0,093	-0,057	↔	-0,0099	-0,0198	↔	-0,6
4º T	-0,0465	↔	0,165	-0,00495	↔	-0,0285	-0,3	↔	-0,0099
	+0,0467		+0,16			-0,33		0,0099	
5ª D	0,0465	↔	0,0992	0,0608	↔	-0,1089	-0,2178	↔	0,0099
5º T	0,0496	↔	0,02325	-0,0544	↔	0,0304	+0,0495	↔	-0,1089
	-0,0496		+0,0311			+0,0799		+0,1089	
6ª D	-0,0496	↔	0,019	-0,0118	↔	0,036	0,053	↔	0,1089
6º T	-0,0095	↔	-0,0243	-0,013	↔	0,006	0,054	↔	0,0265
	-0,0095		-0,013			-0,06		-0,0265	
7ª D	-0,0095		0,0070	0,008		+0,0198	-0,0396		-0,0265
7º T	0,0035		0,00475	-0,0099		0,002	0,01325		-0,0198
	-0,0035		+0,00515			+0,0125		+0,0198	
8ª D	-0,0035		0,003193	0,001957		0,0037	0,0074		0,0198
	0		-14,22	+14,55		-14,798	14,96		0
Reacciones originales	6,2		-9,8	+12,18		-12,81	10		-10
Modific por continuidad	-2,84		-2,84	+0,038		0,038	3,72		3,72
Reacciones finales	3,36		-12,64	+12,22		-12,77	13,72		-6,28



Actividad 5.17

Consideramos una viga de sección rectangular y la pensamos dividida en partes por planos perpendiculares a su eje. Sabemos que tanto la carga externa activa como la externa reactiva actúan en el plano de la sección y, ambas, en sentido contrario.



Si nos imaginamos cómo actúa una parte respecto de la otra, podemos decir que cada una reacciona respecto de la siguiente –que está a su derecha–, provocando un descenso. Este efecto es similar al que se produce si colocamos nuestras dos manos juntas (en forma de rezo) y tratamos de resbalar una sobre la otra.

Los descensos se producen desde el extremo hacia el centro, donde se anulan. Si observamos el diagrama de corte vemos que, en los apoyos, el corte es máximo y en el centro se anula.

¿Qué relación existe entre el esfuerzo de corte y la tensión de corte?

Recordando que la tensión es la fuerza por unidad de superficie, entonces el diagrama de tensión debida al corte será proporcional al de corte. Esto equivale a decir que: la tensión de corte es máxima en los extremos y nula en el centro.

Ahora, pensemos en pequeños cubos sobre el eje neutro.

Los cubitos se deformarán por efecto del corte; es decir, por el resbalamiento de cada una de las caras sobre la otra.

Las caras del cubo –que son cuadrados– se transformarán en paralelogramos, ya que una de las diagonales se estirará y la otra se acortará.

¿ Por qué sucede este fenómeno?



Consideremos una de las caras del cubo. Las tensiones de corte (τ_v) actúan sobre los lados opuestos de la cara. Como son de igual intensidad y de sentido contrario, forman un par de fuerzas o cupla.

Todo par de fuerzas o cupla provoca un giro. El giro debe ser impedido, ya que la estruc-

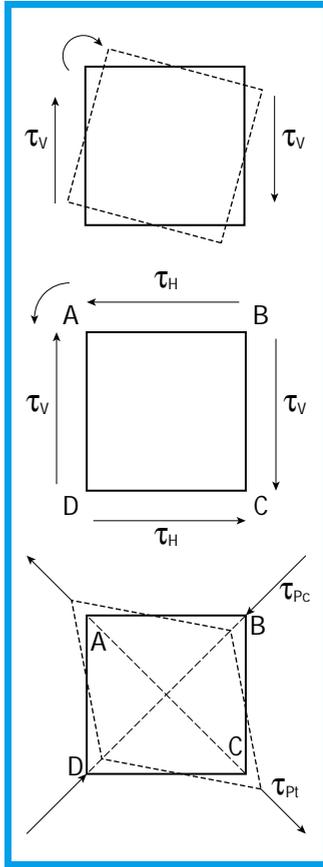
tura siempre debe estar en equilibrio. Entonces, se origina otra cupla reactiva. Este par de fuerzas está dado por tensiones horizontales de corte (τ_H). Estas tensiones son de igual intensidad que las verticales y se conocen como tensiones de resbalamiento o tensiones rasantes.



$$\tau_V = \tau_H$$

Expresión de Cauchy

Componiendo ambas tensiones, es decir hallando su resultante, observamos que su dirección coincide con las diagonales, provocando tracción y compresión en cada una de ellas. De allí, el estiramiento y el acortamiento, y la deformación de la sección, que transforman la sección cuadrada en un paralelogramo.



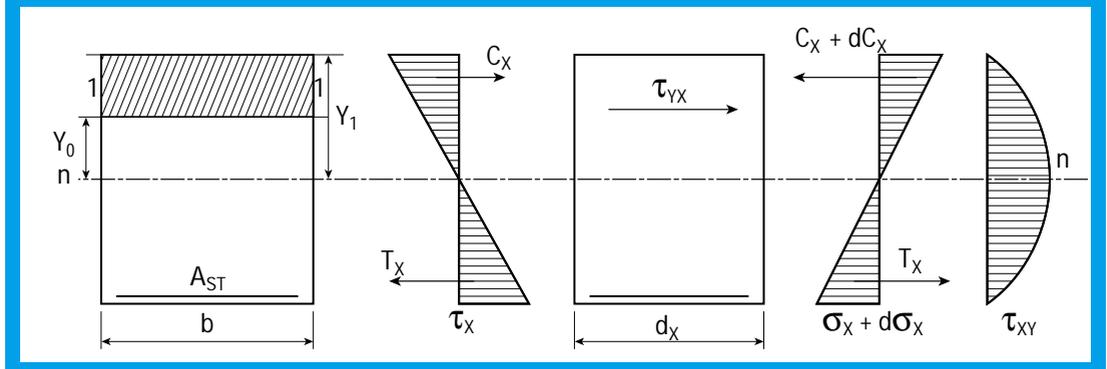
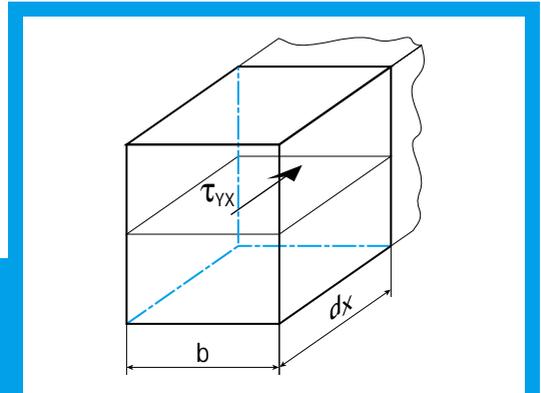
Estas tensiones resultantes son las denominadas **tensiones principales de tracción** (τ_{pt}) **y compresión**, (τ_{pc}) en correspondencia con el eje neutro y a 45° respecto de éste.

Veamos cómo obtenemos el valor de las tensiones τ_V y τ_H .

Supongamos que la viga sea simplemente apoyada de sección rectangular y, en ella, el hormigón colabora a la tracción. Si recordamos los diferentes estados vistos en el capítulo 3, advertiremos que corresponde al Estado I.

Tomamos una sección y , de todas las fibras, consideramos una que esté a una distancia y_0 del eje neutro.

Consideramos un d_x .



Por razones de equilibrio:

$$\tau_{yx} \cdot b \cdot dx + C_x = C_x + dC_x$$

$$\tau_{yx} = \frac{C_x + dC_x - C_x}{b \cdot dx}$$

$$\tau_{yx} = \frac{dC_x}{b \cdot dx} \quad (1)$$

Por otra parte:

$$dC_x = \int_{y_0}^{y_1} d\sigma_x \cdot b \cdot dy \quad (2)$$

y

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_{n-n}}$$

Donde:

- M = Momento flexor.
- J_{n-n} = Momento de inercia de la sección respecto del eje neutro.

$$d\sigma_x = \frac{dM}{J_{n-n}} \cdot y$$

Reemplazando a $d\sigma_x$ en (2):

$$dC_x = \int_{y_0}^{y_1} \frac{dM}{J_{n-n}} \cdot y \cdot b \cdot dy \quad (3)$$

Por la propiedad de Cauchy: $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, podemos plantear la expresión (1) como:

$$\tau_{xy} = \frac{dC_x}{dx \cdot b}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\int_{y_0}^{y_1} \frac{dM}{J_{n-n}} \cdot y \cdot b \cdot dy}{dx \cdot b}$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{J_{n-n} \cdot b} \int_{y_0}^{y_1} \frac{dM}{dx} \cdot y \cdot b \cdot dy$$

Donde:

- $\frac{dM}{dx} = Q$, constante respecto de y.

Entonces:

$$\tau_{xy} = \frac{1 \cdot Q}{J_{n-n} \cdot b} \int_{y_0}^{y_1} y \cdot b \cdot dy$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{J_{n-n} \cdot b} \int_{y_0}^{y_1} y \cdot b \cdot dy$$

Donde:

- $\int_{y_0}^{y_1} y \cdot b \cdot dy$ = Momento estático de la sección rayada sobre el eje 1-1 respecto del eje neutro n-n.

Por lo que:

$$\tau_{xy} = \frac{Q}{J_{n-n} \cdot b} \int_{n-n}^{1-1}$$

Expresión matemática de Colignon-Jouravsky

Para una viga de sección constante b_0 . z la tensión τ es directamente proporcional al esfuerzo de corte Q.

Esto significa que el diagrama de tensión τ tiene la misma forma que el diagrama de esfuerzo de corte Q; sólo cambia la escala.

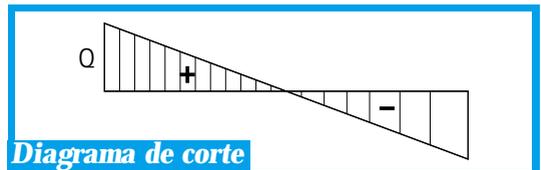


Diagrama de corte





Diagrama de tensión tangencial

La expresión matemática de Colignon–Jouravsky permite calcular la tensión de corte. Ahora bien, si el hormigón armado es un material compuesto por dos materiales: hormigón y acero, ¿es posible aplicar esta fórmula?

En el hormigón armado:

$$\frac{J_{n-n}}{I - j} = z$$

Donde:

- z = brazo elástico de la sección.

Entonces, la expresión (4) queda así:

$$\tau_{yx} = \frac{Q}{b \cdot z}$$

$$\tau = \frac{Q}{b \cdot z}$$

En el Estado III, para secciones rectangulares, resulta, aproximadamente:

$$z = 0,85 \cdot h$$

$$z = kz \cdot h$$

En la tabla 12 podemos encontrar el valor de kz .

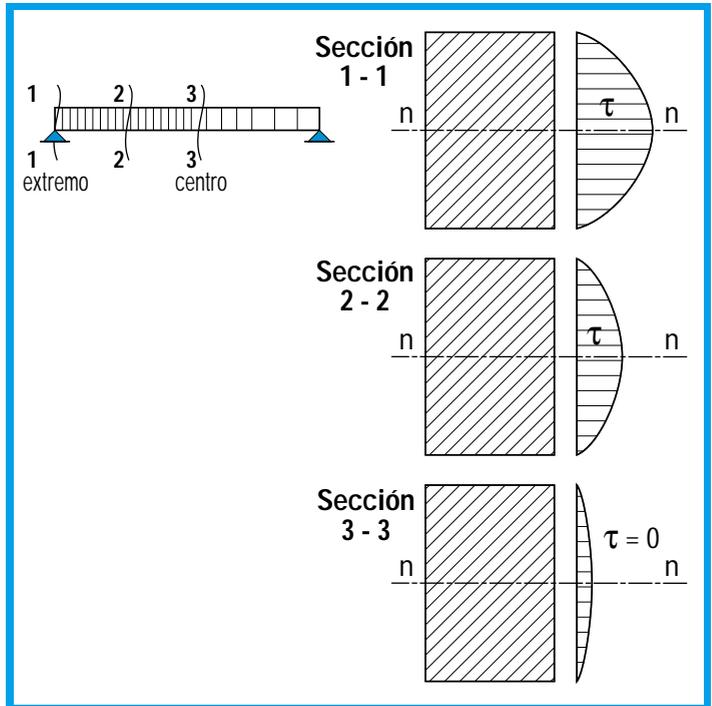
Para secciones T o L:

$$z = h - \frac{d}{2}$$

En el caso que el hormigón no colabore a la tracción (Estado III), se llega a fórmulas similares para la tensión de corte.

Relación entre las tensiones de corte y las de flexión

La fórmula de Colignon–Jouravsky, aplicada a una viga de sección rectangular, da un diagrama de corte de forma parabólica. Este diagrama va variando, según la posición de la sección: es máximo en los extremos y nulo en el centro.



En el caso de las tensiones por flexión σ responden a la hipótesis de Navier-Bernoulli.

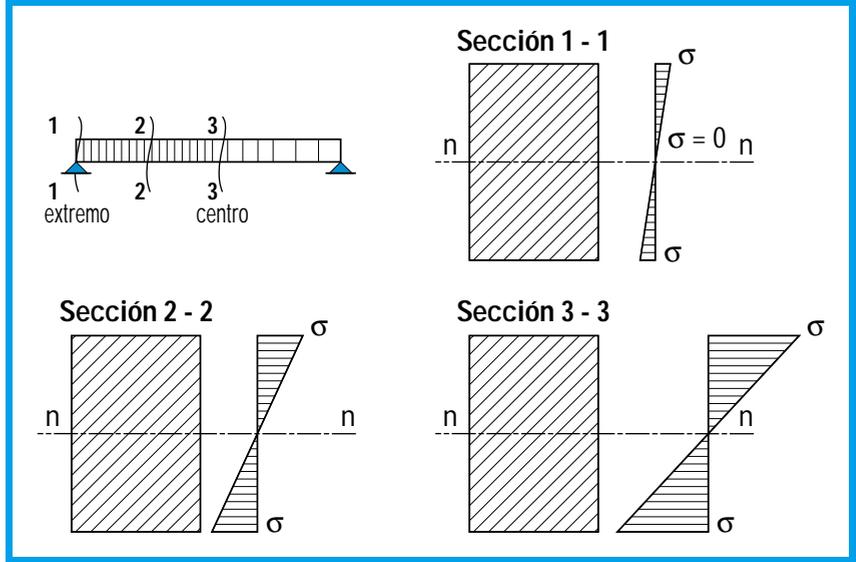
Recuerde que las tratamos en el capítulo 2.

Para el caso que estamos analizando –viga simplemente apoyada–, el diagrama de tensiones



por flexión es doblemente triangular: compresión sobre el eje neutro y tracción debajo de éste. La variación longitudinal es nula en los extremos y máxima en el centro.

En el siguiente cuadro sintetizamos la variación de las tensiones, según se consideren fibras sobre el eje neutro, en el eje neutro y debajo de éste.



Fibra por encima del eje neutro	Fibra en el eje neutro	Fibra por debajo del eje neutro
Zona comprimida	Eje neutro	Zona traccionada

Comparando los gráficos de la tensión de corte y de la tensión por flexión, establecemos la siguiente relación:

Posición de la sección	Tensiones de corte	Tensiones de flexión
Extremos de la viga	τ máxima	σ nula
Centro de la viga	τ nula	σ máxima
Eje neutro	τ máxima	σ nula
Fibras extremas	τ nula	σ máxima

Actividad 5.18

En el capítulo 1 planteamos una pregunta que, ahora, volvemos a formularnos:

- ¿Qué sucede si construimos la viga exclusivamente de hormigón, sin colocar hierro?

Sabemos que el hormigón es un material pétreo que trabaja muy bien a la compresión, pero mal a la tracción. Es un material débil



para absorber los esfuerzos de tracción debido a la flexión.

En este caso, la falla (fisura) se producirá por las tensiones principales de tracción.

Actividad 5.19

También podemos plantearnos:

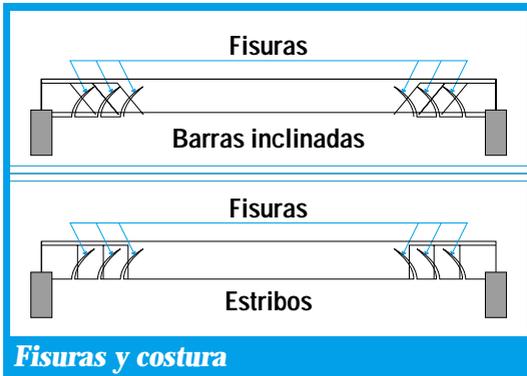
- ¿Qué sucede si construimos una viga con un material muy débil a la compresión?

Evidentemente, la falla (fisura) se producirá por las tensiones principales de compresión.

Para evitar estas fallas se realiza lo que se llama **cosido de las fisuras**. Las fisuras se cosen con barras de acero inclinadas y, perpendicularmente, a ellas.

Podemos homologar esta situación a la acción de coser un tajo inclinado en una tela. Una forma de realizarla es coser en forma perpendicular a dicho tajo.

Si las barras inclinadas (45° a 60°) no alcanzan para cubrir el corte, se colocan estribos a 90°. Volveremos con este tema en párrafos siguientes.



En el comienzo de este capítulo, presentamos algunas reglas del arte del diseño estructural en función, fundamentalmente, de la economía. Ahora, consideramos otras que tienen que ver con los factores que condicionan las sollicitaciones de corte y de flexión.

Para ello, planteamos dos problemas.

Actividad 5.20

Una viga simplemente apoyada tiene una luz libre de 3 m; sobre ella actúa, en el centro, una carga concentrada proveniente del apeo de una columna, igual a 15 kN.

Reacciones
 $R_A = R_B$
 $R_A = 7,5 \text{ kN}$

Esfuerzo de corte
 $Q = 7,5 \text{ kN}$

Momento flexor máximo
 $M_{f\text{máx.}} = 11,25 \text{ kNm}$

Actividad 5.21

Una viga simplemente apoyada tiene una luz libre de 7 m; sobre ella actúa, en el centro, una carga concentrada proveniente del apeo de una columna, igual a 15 kN.

Reacciones
 $R_A = R_B$
 $R_A = 7,5 \text{ kN}$

Esfuerzo de corte
 $Q = 7,5 \text{ kN}$

Momento flexor máximo
 $M_{f\text{máx.}} = 26,25 \text{ kNm}$



Analizando los gráficos de los esfuerzos de corte y de momento flexor, conjuntamente con los valores máximos, podemos decir que:

- La variación de luz, en este caso, no afecta al esfuerzo de corte.
- El momento flexor se incrementa notablemente con la variación de la luz.

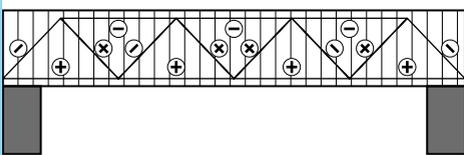
Realizadas estas consideraciones, pasamos ahora a la verificación de las tensiones de corte.

Determinación de las solicitaciones diagonales de tracción

El ingeniero Mórsch, a principios del siglo pasado, publicó la llamada *Teoría de la biela*. Mediante esta teoría, consideraba que el comportamiento de las solicitaciones se podía asimilar al de un reticulado.

Actividad 5.22

Consideremos una viga de reticulado, como la que se muestra en el siguiente esquema:



Comparemos su comportamiento con el de una viga simplemente apoyada.

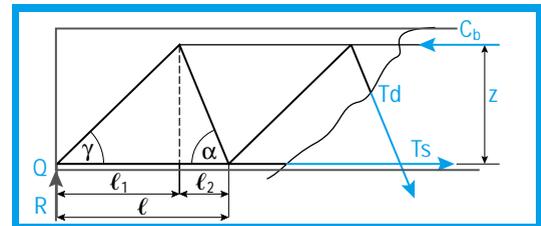
Los alumnos podrán concluir que:

Comportamiento de una viga de hormigón armado simplemente apoyada	Comportamiento de una viga de reticulado
Las fibras superiores al eje neutro están comprimidas.	Las barras del cordón superior se encuentran comprimidas.
Las fibras inferiores al eje neutro están traccionadas.	Las barras del cordón inferior se encuentran traccionadas.
Las barras de acero que cosen las fisuras debido al corte se colocan en la misma dirección que las diagonales de las barras.	Las barras diagonales están en forma alternada traccionadas y comprimidas.

Cálculo de la armadura de corte

La armadura de corte se resuelve mediante barras dobladas y estribos a 90°.

Haciendo un corte en el reticulado anterior, paralelo a una de las barras comprimidas, la parte de la izquierda tiene que ser equilibrada por las fuerzas actuantes en cada una de las barras.



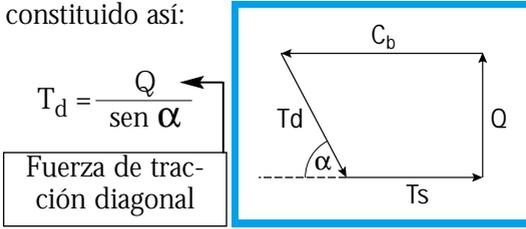
Donde:

- C_b = Fuerza de compresión.
- T_s = Fuerza de tracción.
- T_d = Fuerza de tracción diagonal.

Dado que el sistema de fuerzas está en equilibrio, el polígono de fuerzas es cerrado y está



constituido así:



Expresamos a T_d por unidad de longitud (T_{od}).

$$T_{od} = \frac{Q}{l \cdot \text{sen } \alpha}$$

$$l = \ell_1 + \ell_2$$

$$l = z \cdot \text{ctg } \gamma + z \cdot \text{ctg } \alpha$$

$$T_{od} = \frac{Q}{\text{sen } \alpha \cdot (z \cdot \text{ctg } \gamma + z \cdot \text{ctg } \alpha)}$$

Como $\tau = \frac{Q}{b \cdot z} \Rightarrow Q = \tau \cdot b \cdot z$

Reemplazando a Q en la expresión de T_{od} :

$$T_{od} = \frac{\tau \cdot b \cdot z}{\text{sen } \alpha \cdot z (\text{ctg } \gamma + \text{ctg } \alpha)}$$

Sección de la barra traccionada:

$$S_{sd} = \frac{T_{od}}{\sigma_{ad}}$$

$$S_{sd} = \frac{\tau \cdot b}{\sigma_{ad} \cdot \text{sen } \alpha (\text{ctg } \gamma + \text{ctg } \alpha)}$$

¿Qué sucede si $\gamma = \alpha$ y ambos son iguales a 45° ?

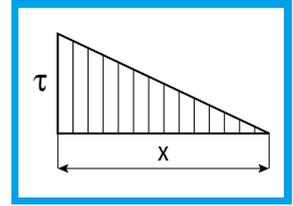
$$S_{sd} = \frac{\tau \cdot b}{\sigma_{ad} \cdot \text{sen } 45^\circ (\text{ctg } 45^\circ + \text{ctg } 45^\circ)}$$

$$S_{sd} = \frac{\tau \cdot b}{\sigma_{ad} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + 1)}$$

$$S_{sd} = \frac{\tau \cdot b}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{ad}}$$

La sección total es:

$$S_{sdT} = \frac{\tau \cdot b \cdot x}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma_{ad}}$$



Y, ¿si las barras traccionadas se ubican a 90° del eje?

Cuando las barras traccionadas se colocan a 90° , reciben el nombre de **estribos**. En este caso, la sección se obtiene multiplicando por la separación:

$$S_{se} = \frac{\tau \cdot b \cdot \text{sep}}{\sigma_e \cdot \text{sen } 90^\circ (\text{ctg } 45^\circ + \text{ctg } 90^\circ)}$$

$$S_{se} = \frac{\tau \cdot b \cdot \text{sep}}{\sigma_e \cdot 1 (1 + 0)}$$

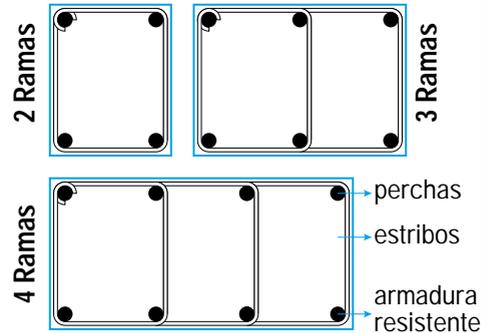
$$S_{se} = \frac{\tau \cdot b \cdot \text{sep}}{\sigma_e}$$

$$\tau = \frac{S_{se} \cdot \sigma_e}{b \cdot \text{sep}}$$

Para n ramas de estribos:

$$\tau = \frac{n \cdot S_{se} \cdot \sigma_e}{b \cdot \text{sep}}$$

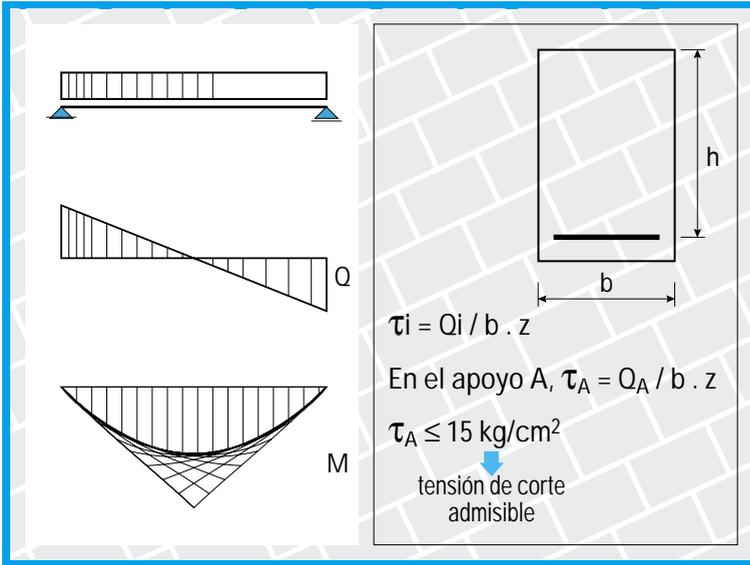
¿Qué son las ramas de los estribos?



Esfuerzo de corte determinante

En general, el cálculo el máximo esfuerzo de corte en el borde del apoyo resulta determinante.

En el caso de una sección rectangular, como todas las que estamos considerando hasta ahora:



columna igual a $h/2$.

Donde:

- h es la altura de la viga o bien si se mide desde el centro de la columna hasta una distancia igual a $h/2$ más $c/2$.
- c es el ancho de la columna.

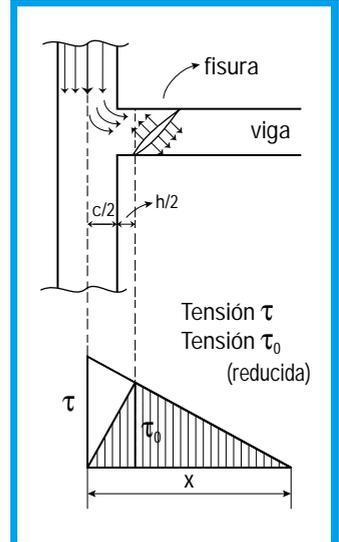


Diagrama de tensión de corte en apoyo directo (viga-columna)

La Norma (CIRSOC) permite una reducción del valor de τ_A en el caso que la reacción en el apoyo es introducida mediante tensiones de compresión en el borde inferior de la viga -apoyo directo-.

¿Por qué se permite esta reducción?

Si la viga apoya directamente sobre la columna, la carga de compresión de la columna al llegar a la viga se distribuye en sentido diagonal. Allí se encuentra con las tensiones de corte de la viga. Entonces, estas tensiones son neutralizadas por la propia compresión de la columna que impide la fisura.

Esto se da hasta una distancia del borde de la

Si la viga apoya sobre otra viga -apoyo indirecto-, no se puede realizar esta reducción, por cuanto no existen solicitaciones verticales de compresión que neutralicen las tensiones principales de tracción.

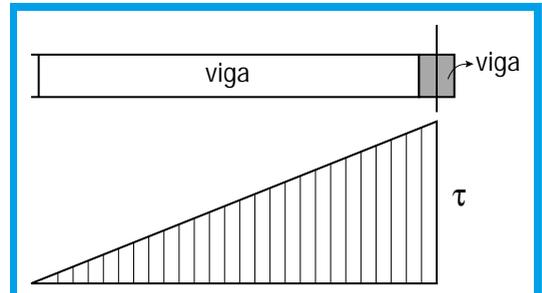


Diagrama de tensión de corte en apoyo indirecto (viga-viga)



Consideremos una viga con apoyo directo. Tomamos una sección a una distancia $r = c/2 + h/2$ desde el eje de la columna.

Denominamos τ_0 a la tensión de corte en esa sección.

Dado que el gráfico de τ y τ_0 forman dos triángulos semejantes, podemos escribir la siguiente proporción:

$$\tau_A / \tau_0 = x / (x-r) \quad \left| \begin{array}{l} \text{Valor básico de} \\ \text{tensión de corte} \end{array} \right.$$

$$\tau_0 = \tau_A \cdot (x-r) / x$$

La variación del esfuerzo de corte puede considerarse lineal desde los valores máximos hasta el centro teórico.

El valor básico de la tensión de corte no debe superar los valores límites dados en la siguiente tabla:

Recordando que el esfuerzo de corte se absorbe con barras dobladas y estribos:

$$\tau_0 = \tau_{\text{est.}} + \tau_{\text{barras dobladas}}$$

Fijamos los estribos y calculamos la tensión que absorben las barras dobladas:

$$\tau_{\text{est.}} = n \cdot S_e \cdot \sigma_e / b \cdot \text{sep}$$

Donde:

- S_e es la sección de los estribos.
- σ_e es la tensión de fluencia, $\beta_{st}/1,75$. Generalmente se toma 2400 kg/cm^2 o 240 MN/m^2 ³⁷

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = \tau_0 - \tau_{\text{est.}}$$

$H_{\text{barras dobladas}} = a \cdot \tau_{\text{barras dobladas}} \cdot b_0 / [2 \cdot (2)^{1/2}]$, fuerza de corte que absorbe las barras dobladas

Tabla 22. Tensiones límites de corte (kg/cm^2)

Tensión característica β_{cn}	110	130	170	210	300	380	470	Tensión de cálculo
Tensión de cálculo β_r	70	105	140	175	230	270	300	
H Notación según CIRSOC	en N/mm^2	H13	H17	H21	H30	H38	H47	
τ_{012}	4	5	6,5	7,5	10	11	12,5	Si máx. $\tau_0 \leq \tau_{012}$ máx. $\tau_0 = 0,25$ máx. τ_0
τ_{02}	9	12	15	18	24	27	30	Si máx. $\tau_0 \leq \tau_{02}$ máx. $\tau = \text{máx. } \tau_0^2 / \tau_{02}$ máx. $\tau \geq 0,4$ máx. τ_0
τ_{03}	15	20	25	30	40	45	50	Si máx. $\tau_0 \leq \tau_{03}$ máx. $\tau = \text{máx. } \tau_0$ Si máx. $\tau_0 > \tau_{03}$ redimensionar

³⁷ $1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ N/mm}^2$
 $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ kg/cm}^2$



$$S_{\text{barras dobladas}} = H_{\text{barras dobladas}} / \sigma_e,$$

sección de las barras dobladas

Para hallar la fuerza de corte que absorben las barras dobladas en la expresión matemática de $H_{\text{barras dobladas}}$, aparece el factor **a**.

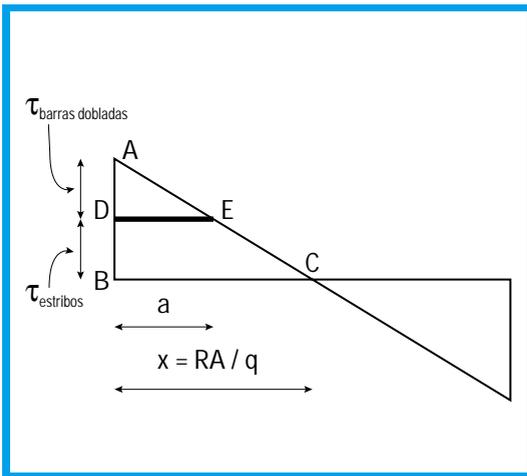
Veamos cómo calculamos este número:

En el diagrama de tensión de corte, sobre la ordenada de la tensión τ_0 representamos a $\tau_{\text{barras dobladas}}$ y a τ_{est} . Por el extremo de τ_{est} , trazamos una paralela a la abscisa hasta la intersección con la hipotenusa del triángulo. El valor de ese segmento es **a**. Quedan definidos dos triángulos rectángulos

$\triangle ABC$ y $\triangle ADE$. Por semejanza de triángulos, se puede establecer la siguiente relación:

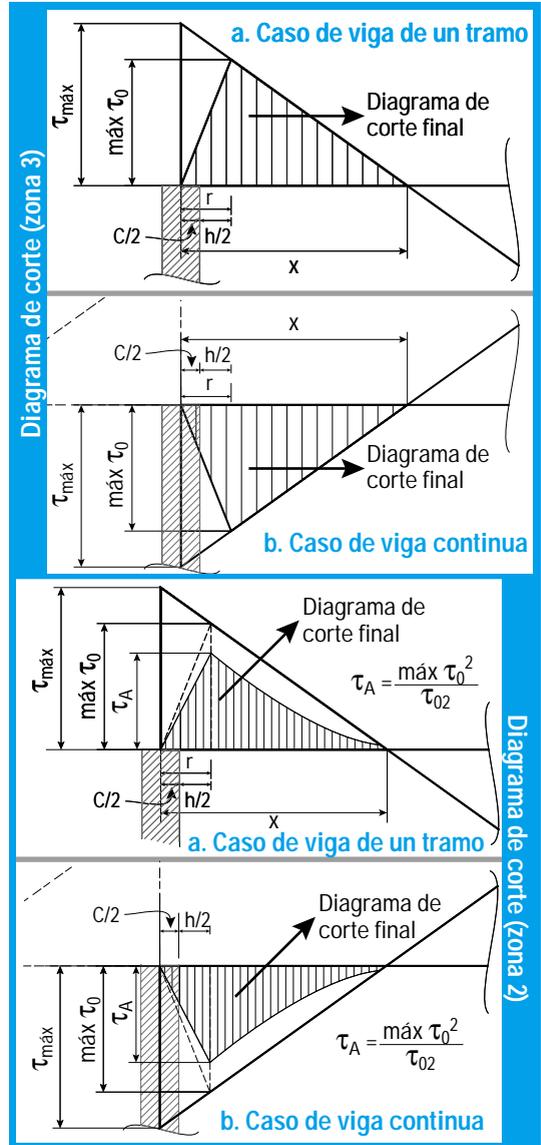
$$\tau_0 / x = \tau_{\text{barras dobladas}} / a$$

$$a = \tau_{\text{barras dobladas}} \cdot x / \tau_0$$



Las inclinaciones de la armadura de corte respecto del eje de la viga pueden ser:

- para barras inclinadas 45° y $/\acute{o}$ 60° ,
- para estribos 45° y $/\acute{o}$ 90° .



Con el propósito de lograr una mejor comprensión del procedimiento de cálculo, planteamos a nuestros alumnos el siguiente problema³⁸:

³⁸ En este momento del aprendizaje, planteamos un problema y no una situación problemática, ya que nos interesa que los alumnos afiancen el procedimiento de cálculo y la mejor forma de hacerlo es mediante la resolución de problemas.





Actividad 5.23

Una viga de sección rectangular aislada y simplemente apoyada, está sometida a una carga uniformemente distribuida $q = 0.05 \text{ t/cm}$.

La viga tiene una luz libre de 10 m y un ancho $b = 25 \text{ cm}$.

La viga apoya en una columna de 30 cm x 30 cm. La altura de la viga $h = 115 \text{ cm}$, con un recubrimiento $r = 5 \text{ cm}$.

Las tensiones que consideramos son:

- $\sigma_e = 2400 \text{ kg/cm}^2$
- $\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$
- $\beta_{st} = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- $\tau_{adm.} = 14 \text{ kg/cm}^2$



El procedimiento que realizan los estudiantes es:

1. Dimensionamiento de la armadura resistente

1.1. Cálculo del momento flexor máximo:

$$M_{\text{máx.}} = q \cdot l^2 / 8$$

$$M_{\text{máx.}} = 50 \text{ kg/cm} \cdot (1050 \text{ cm})^2 / 8$$

$$M_{\text{máx.}} = 6890625 \text{ kgcm}$$

1.2. Verificación de la altura:

$$m_s = M_{\text{máx.}} / b_0 \cdot h^2 \cdot \beta_r$$

$$m_s = 6890625 \text{ kgcm} / [25 \text{ cm} \cdot (115 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2]$$

$$m_s = 0,15 < 0,193 \text{ verifica la altura}$$

Ingresamos con este valor a la tabla 12 y obtenemos el valor de $w_M = 0,313$.

1.3. Cálculo de la sección de armadura resistente:

$$A_s = w_M \cdot b_0 \cdot h \cdot \beta_r / \beta_{st}$$

$$A_s = 0,313 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 115 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 30 \text{ cm}^2$$

Se pueden colocar 10 $\phi 20$, que tienen una sección de $31,40 \text{ cm}^2$.

2. Verificación de la tensión de corte y cálculo de la armadura (barras dobladas y estribos)

2.1. Cálculo de las reacciones en los apoyos de la viga:

$$R_A = R_B$$

$$R_A = q \cdot l / 2$$

$$R_A = \frac{50 \text{ kg/cm} \cdot 1050 \text{ cm}}{2}$$

$$R_A = 26250 \text{ kg}$$

$$R_B = 26250 \text{ kg}$$

$$\tau_A = \tau_B$$

$\tau_A = R_A / b_0 \cdot k_z \cdot h$, k_z es un coeficiente tabulado en la tabla 12.

$$\tau_A = 26250 \text{ kg} / (25 \text{ cm} \cdot 0,84 \cdot 115 \text{ cm})$$

$$\tau_A = 10,86 \text{ kg/cm}^2$$



3. Reducción de la tensión de corte

La reducción puede realizarse porque se trata de un apoyo directo (viga-columna).

$$r = c/2 + h/2$$

$$r = \frac{30 \text{ cm}}{2} + \frac{115 \text{ cm}}{2}$$

$$r = 72,5 \text{ cm}$$

$$\tau_0 = \tau_A \cdot (x-r) / x$$

$$\tau_0 = 10,86 \text{ kg/cm}^2 \cdot \frac{(500 \text{ cm} - 72,5 \text{ cm})}{500 \text{ cm}}$$

$$\tau_0 = 9,29 \text{ kg/cm}^2$$

Para el hormigón $\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$ y para esta tensión τ_0 es:

$$\text{máx. } \tau = \text{máx. } \tau_0^2 / \tau_{02}$$

$$\text{máx. } \tau = (9,29 \text{ kg/cm}^2)^2 / 15$$

$$\text{máx. } \tau = 5,75 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{máx. } \tau \geq 0,4 \text{ máx. } \tau_0$$

$$\text{máx. } \tau \geq 0,4 \cdot 9,29 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{máx. } \tau \geq 3,72 \text{ kg/cm}^2$$

4. Cálculo de la armadura

Fijamos los estribos $\phi 6 \text{ c/ } 25$, siendo $Se = 0,28 \text{ cm}^2$

$$\tau_{\text{est.}} = (n \cdot Se \cdot \sigma_e) / bo \cdot \text{sep}$$

$$\tau_{\text{est.}} = (2 \cdot 0,28 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2) / (25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm})$$

$$\tau_{\text{est.}} = 2,15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = \tau_0 - \tau_{\text{est.}}$$

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = 5,75 \text{ kg/cm}^2 - 2,15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = 3,6 \text{ kg/cm}^2$$

$$H_{\text{barras dobladas}} = (a \cdot \tau_{\text{barras dobladas}} \cdot b) / (2 \cdot \sqrt{2})$$

$$a = \tau_{\text{barras dobladas}} \cdot x / \tau_0$$

$$a = 3,6 \text{ kg/cm}^2 \cdot 500 \text{ cm} / 9,29 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 194 \text{ cm}$$

$$H_{\text{barras dobladas}} = (194 \text{ cm} \cdot 3,6 \text{ kg/cm}^2 \cdot 25 \text{ cm}) / (2 \cdot \sqrt{2})$$

$$H_{\text{barras dobladas}} = 6191 \text{ kg}$$

$$Sd = 6191 \text{ kg} / 2400 \text{ kg/cm}^2$$

$$Sd = 2,58 \text{ cm}^2$$

Se dobla a 45° 1 $\phi 20$ con una sección de $3,14 \text{ cm}^2$

5. Distribución de la armadura



Viga placa

Sabemos que el hormigón armado es un material monolítico, en el que resulta difícil determinar el límite entre la participación de cada una de las partes constituyentes: el acero y el hormigón.

La continuidad que se produce entre la losa y la viga no permite establecer en forma precisa dónde empieza y termina la acción de uno y de otro material constitutivo.

Esto se explica, desde el concepto estructural, como la **colaboración con la viga**, en la zona de compresión de la losa en un ancho b_m –denominado de colaboración–.

Entonces, podemos completar la idea de viga placa –que hemos definido en párrafos ante-



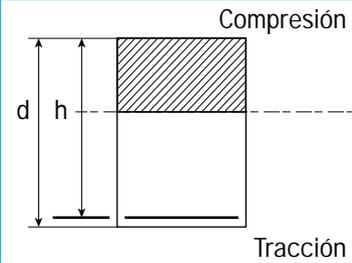
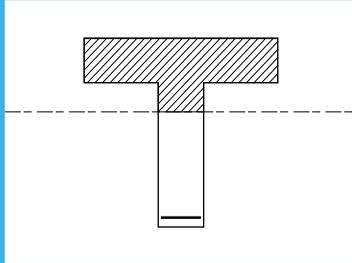
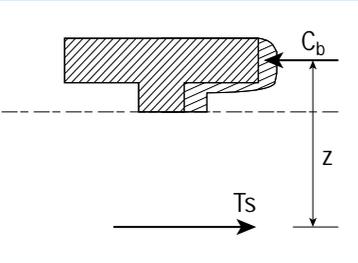
riores, como elementos estructurales que están constituidos por la placa y el nervio formando un todo monolítico que colaboran para resistir los esfuerzos-, agregando que una viga placa es aquella en la cual la losa colabora con la viga en la compresión.

Como también dijimos anteriormente la viga

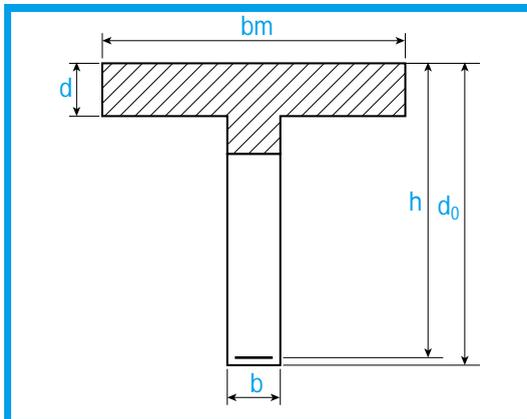
placa toma la forma de T si es interior y de L si es de borde.

¿Qué ventajas presenta la viga placa frente a la rectangular?

Comparemos una viga rectangular y una viga placa T, ambas de igual altura.

		
Sección viga rectangular	Sección viga placa	Sección viga placa
	Aumento del área de compresión del hormigón	<p>Aumento de la fuerza y de la tensión de compresión del hormigón. Esto implica un aumento del momento interno.</p> $M_i = C_b \cdot z$ <p>Significa que la capacidad resistente de la viga se incrementa. También aumenta el brazo elástico.</p>

Ancho de colaboración de la viga placa



Dijimos que la losa colabora en un ancho b_m , denominado ancho de colaboración.

¿De que factor depende el valor de b_m ?

- El valor de b_m depende de la relación espesor de la losa (d) y del espesor de la viga (d_0). La relación d / d_0 nos dice que a mayor espesor de la losa en relación con el espesor de la viga, será mayor el ancho de colaboración b_m .

Analicemos dos situaciones con nuestros alumnos:

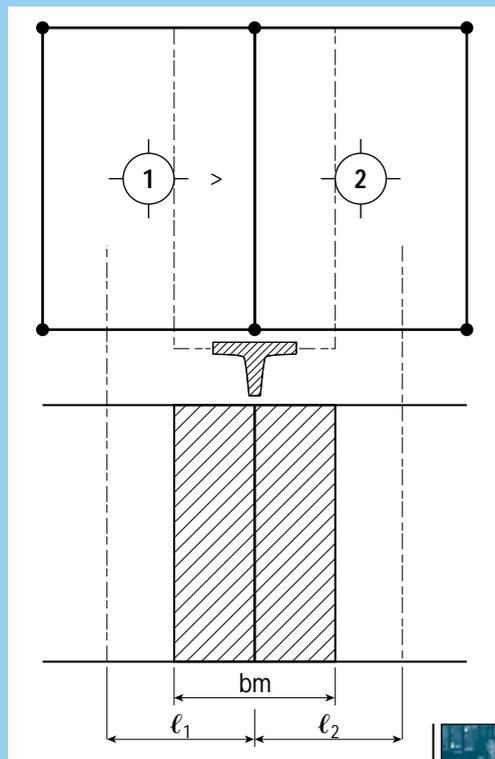
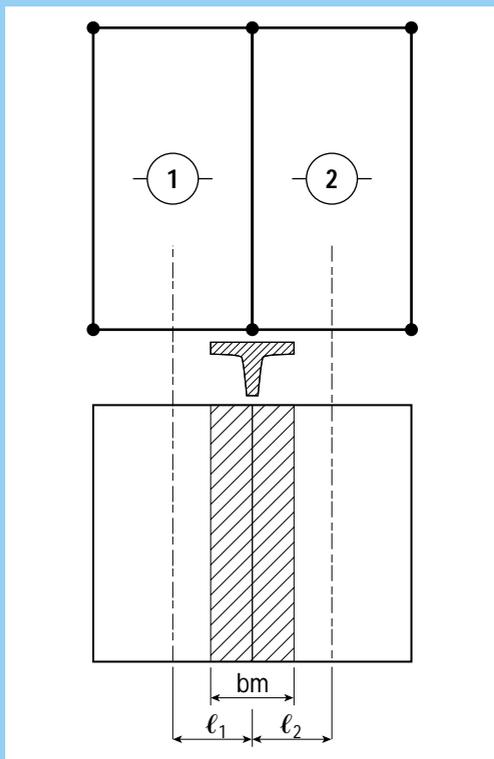




Actividad 5.24

En un primer caso se observa menor ancho de colaboración bm en relación con l_1 :

En un segundo caso se observa mayor ancho de colaboración bm en relación con l_1 :



Los alumnos van a establecer que el ancho de colaboración bm depende de:

- Relación entre espesores de la losa y de la viga.
- Relación entre luces de la losa y de la viga.

los valores que se indican en la siguiente tabla.

Determinación del valor del ancho de colaboración

El valor del ancho activo para cargas uniformemente distribuidas está dado por

Tabla 23. Valor del ancho activo para cargas uniformemente distribuidas³⁹

d/do	b/bm ₁ ; b/bm ₂ ; b/bm ₃									
	para b ₁ /l _o o b ₂ /l _o o b ₃ /l _o									
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
0,10	0,18	0,20	0,22	0,25	0,31	0,38	0,48	0,62	0,82	1,00
0,15	0,20	0,22	0,25	0,28	0,33	0,40	0,50	0,64	0,82	1,00 C ₁
0,20	0,23	0,26	0,30	0,34	0,38	0,45	0,55	0,68	0,85	1,00 C ₂
0,30	0,32	0,36	0,40	0,44	0,50	0,56	0,63	0,74	0,87	1,00 C ₃
1,00	0,67	0,72	0,78	0,85	0,91	0,95	0,97	0,99	1,00	1,00

³⁹Leonhart, Fritz; Mönning, Eduard, *Estructuras de hormigón armado*.



Se entra a la tabla con el valor de d/d_0 y de b_1/l_0 y d/d_0 y b_2/l_0 y/o d/d_0 y b_3/l_0 , según corresponda, obteniéndose los coeficientes c_1, c_2 y/o c_3 .

Entonces:

$bm_1 = c_1 \cdot b_1 \rightarrow$ Para el caso de una viga placa de borde y/o aislada.

$bm_2 = c_2 \cdot b_2$

$bm = bm_1 + bm_2 + b \rightarrow$ Para el caso de una viga placa interna.

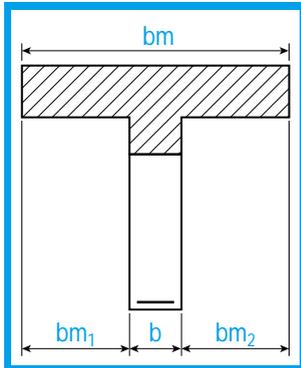
$bm = bm_3 + b \rightarrow$ Para el caso de una viga de borde L.

que sean determinantes para los momentos, el valor del ancho activo debe ser corregido. Para esto, se usa un factor de corrección que se extrae de la tabla.

Se consideran cargas concentradas aquellas cargas que actúan sobre una longitud menor que $0.1 l_0$

Tabla 24. Factores de corrección

K	$b_1/l_0; b/l_0$						
	2,0	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
K	0,60	0,61	0,62	0,63	0,65	0,70	0,90



La Norma DIN 4224 permite realizar la siguiente aproximación para el ancho activo:

$$bm = l_0/3$$

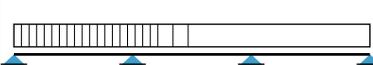
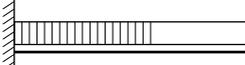
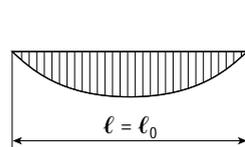
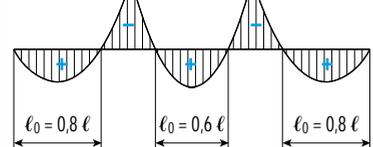
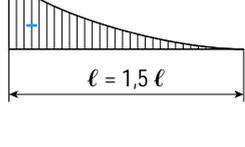
En el caso de cargas concentradas

$$bm \text{ para carga concentrada} = K \cdot bm$$

En las expresiones matemáticas anteriores aparece el valor de l_0 .

Veamos qué es el valor l_0 .

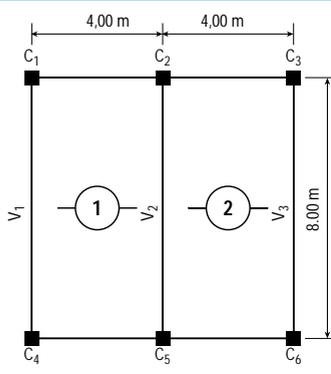
Este valor se llama longitud corregida de la viga. Esta longitud corresponde a la distancia entre los puntos de momento nulo.

Casos	I	II	III
Diagramas			
Diagrama de carga			
Elástica de deformación			
Diagrama de momento flexor			



Actividad 5.25

Apliquemos el proceso de cálculo de una viga placa en el diseño de una pequeña estructura:



$$q \text{ viga} = 3000 \text{ kg/m}$$

$$l \text{ viga} = 8,00 \text{ m}$$

$$d = 10 \text{ cm (espesor de la losa)}$$

$$do = 60 \text{ cm (espesor de la viga)}$$

$$r = 5 \text{ cm (recubrimiento)}$$

$$b = 20 \text{ cm (ancho de la viga)}$$

$$\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta_{st} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Nuestra consigna es:

- Dimensionar la viga V_2 .

3. Cálculo del ancho de colaboración

$$\frac{d}{d_0} = \frac{10 \text{ cm}}{60 \text{ cm}}$$

$$\frac{d}{d_0} = 0,16$$

$$b_1 = b_2$$

$$b_1 = \frac{4 \text{ m} - 0,20 \text{ m}}{2}$$

$$b_1 = 1,90 \text{ m}$$

$$b_2 = 1,90 \text{ m}$$

$$\frac{b_1}{\ell_0} = \frac{b_2}{\ell_0}$$

$$\frac{1,90 \text{ m}}{8,00 \text{ m}} = 0,23$$

Con estos valores se entra en la Tabla 23 y se obtiene el coeficiente

$$C_1 = C_2$$

$$C_1 = 0,68$$

Entonces:

$$bm_1 = bm_2$$

$$bm_1 = c_1 \cdot b_2$$

$$bm_1 = 0,68 \cdot 1,90 \text{ m}; \quad bm_2 = 1,29 \text{ m}$$

$$bm = bm_1 + b + bm_2$$

$$bm = 1,29 \text{ m} + 0,20 \text{ m} + 1,29 \text{ m}$$

$$bm = 2,78 \text{ m}$$

Si consideramos la simplificación de cálculo de la Norma DIN:

$$bm = \frac{\ell_0}{3}$$

$$bm = \frac{8 \text{ m}}{3}$$

$$bm = 2,6 \text{ m}$$

Para el desarrollo del problema, los alumnos realizan:

1. Cálculo de la altura útil

$$h = do - r$$

$$h = 60 \text{ cm} - 5 \text{ cm}$$

$$h = 55 \text{ cm}$$

2. Cálculo del momento flexor máximo de la viga

$$M_{\text{máx}} = q l^2/8$$

$$M_{\text{máx}} = 3000 \text{ kg/m} \cdot (8 \text{ m})^2/8$$

$$M_{\text{máx}} = 24.000 \text{ kgm}$$



Tabla 25. Coeficientes adimensionales para vigas placa sin armadura de compresión, para flexión con esfuerzo longitudinal (para todos los aceros)

$M_s = M - N \cdot y_s$ N, como compresión, es negativa.

$$m_s = \frac{M_s}{b \cdot h^2 \cdot \beta_r} \leq m_s^* \text{ (sin armadura de compresión)}$$

$$m_s = \omega_M \frac{\beta_{st}}{\beta_r} \pm \frac{N}{\beta_{st} / v}$$

Para las diferentes magnitudes se deben emplear las correspondientes unidades.

ms	d / h = 0,05					d / h = 0,10					d / h = 0,15				
	1000 ω_M para b/b ₀ =					1000 ω_M para b/b ₀ =					1000 ω_M para b/b ₀ =				
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,01	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
0,02	36	36	36	36	37	36	36	36	36	37	37	37	37	37	37
0,03	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
0,04	75	75	75	75	75	74	74	74	74	75	74	74	74	74	75
0,05		97	95	94	94	93	93	93	94	94	94	94	94	94	94
0,06		124	117	115	114	112	113	113	113	114	113	113	113	113	114
0,07			141	137	134		134	133	134	134	132	133	133	133	134
0,08			159	160	154		161	156	155	154	152	153	153	154	154
0,09				184	175			181	177	175	176	174	174	175	175
0,10				211	197			210	201	197		201	197	197	197
0,11				241	218				227	218			224	220	213
0,12					241				255	241				246	247
0,13					264					264				274	264
0,14					288					288					288
0,15					313					313					313
0,16					339					339					339
0,17					367					367					367
0,18					395					395					395
0,19					426					426					426
$m_s^* = 1000\omega_m =$	0,044	0,061	0,083	0,111	0,193	0,068	0,082	0,101	0,124	0,193	0,091	0,102	0,117	0,134	0,153
	89	127	179	243	436	134	167	212	268	436	179	207	245	293	435

ms	d / h = 0,20					d / h = 0,30					d / h = 0,40				
	1000 ω_M para b/b ₀ =					1000 ω_M para b/b ₀ =					1000 ω_M para b/b ₀ =				
	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1	10	5	3	2	1
0,01	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
0,02	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37
0,03	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
0,04	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75
0,05	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94
0,06	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114	114
0,07	134	134	134	134	134	134	134	134	134	134	134	134	134	134	134
0,08	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154	154
0,09	174	174	174	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175
0,10	195	195	195	196	197	197	197	197	197	197	197	197	197	197	197
0,11	218	217	217	218	218	218	218	218	218	218	218	218	218	218	218
0,12		244	241	241	241	241	241	241	241	241	241	241	241	241	241
0,13			269	266	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264
0,14				293	288	287	287	287	288	288	288	288	288	288	288
0,15					313	312	312	312	313	313	313	313	313	313	313
0,16					339			341	340	339	339	339	339	339	339
0,17					367					367	366	366	366	366	367
0,18					395					395	394	394	395	395	395
0,19					425					425					425
$m_s^* = 1000\omega_m =$	0,112	0,121	0,133	0,148	0,193	0,150	0,155	0,151	0,169	0,193	0,178	0,180	0,182	0,185	0,193
	224	247	278	312	436	312	325	345	367	435	388	394	401	409	436



4. Verificación de la altura h

A partir de este apartado, los estudiantes encaran el cálculo específico del dimensionamiento de la viga placa, con el mismo proceso que para cualquier elemento sometido a esfuerzo de flexión.

Para el cálculo de m_s , consideramos:

$$m_s = M_{\max} / (b_m \cdot h^2 \cdot \beta_r)$$
$$m_s = 2.400.000 \text{ kgcm} / (260 \text{ cm} \cdot (55 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2)$$
$$m_s = 0,020 < 0,193.$$

Entonces, verifica la altura.

En el cálculo de viga placa, una vez verificada la altura con el coeficiente m_s , se halla el coeficiente k_x –en la misma tabla–, que permite calcular la posición del eje neutro (las tensiones son nulas).

Para $m_s = 0,020$; el valor de $k_x = 0,12$

$$x = k_x \cdot h$$
$$x = 0,12 \cdot 55 \text{ cm}$$
$$x = 6,6 \text{ cm}$$

Si $x < d$, entonces se dimensiona como si fuera una viga rectangular de ancho b_m .

Si $x > d$, entonces se utiliza la tabla 25

En este caso, utilizamos la tabla 12, ya que $x < d$.

Para $m_s = 0,020$, le corresponde $w_M = 0,037$

$$A_s = w_M \cdot b_m \cdot h \cdot \beta_r / \beta_{st}$$
$$A_s = 0,037 \cdot 278 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$
$$A_s = 18,85 \text{ cm}^2$$

Adoptamos 7 ϕ 20

A_s real = 21,99 cm²

Dejamos aquí el cálculo, ya que de él nos interesa, exclusivamente, la posibilidad que los estudiantes puedan aplicar el procedimiento de cálculo de una viga placa.

Dado que sólo nos centramos en el cálculo, planteamos un problema y dimos todos los datos –no fue necesario que los estudiantes los obtuvieran–.



Actividad 5.26

Trabajamos con los siguientes datos:

- M_{\max} viga = 30 tm
- l viga = 3.00 m
- d = 10 cm (espesor de la losa)
- d_o = 70 cm (espesor de la viga)
- r = 5 cm (recubrimiento)
- b_o = 25 cm (ancho de la viga)

$$\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$$
$$\beta_{st} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Y nuestra consigna es:

- **Dimensionar la viga.**



Volvemos a encarar la tarea en cuatro momentos:

1. Cálculo de la altura útil

$$h = d_o - r$$
$$h = 70 \text{ cm} - 5 \text{ cm}$$
$$h = 65 \text{ cm}$$



2. Cálculo del ancho de colaboración

$$\frac{d}{d_0} = \frac{10 \text{ cm}}{70 \text{ cm}}$$

$$\frac{d}{d_0} = 0,14$$

$$b_1 = b_2$$

$$b_1 = \frac{3 \text{ m} - 0,25 \text{ m}}{2} \quad C_1 = 0,40$$

$$b_1 = 1,375 \text{ m}$$

$$b_2 = 1,375 \text{ m}$$

$$\frac{b_1}{\ell_0} = \frac{b_2}{\ell_0}$$

$$\frac{1,375 \text{ m}}{3,00 \text{ m}} = 0,458$$

Entonces:

$$bm_1 = bm_2$$

$$bm_1 = 0,40 \cdot b_1$$

$$bm_1 = 0,40 \cdot 1,375 \text{ m}$$

$$bm_1 = 0,55 \text{ m} ; bm_2 = 0,55 \text{ m}$$

$$bm = bm_1 + b_0 + bm_2$$

$$bm = 0,55 \text{ m} + 0,25 \text{ m} + 0,55 \text{ m}$$

$$bm = 1,35 \text{ m}$$

De acuerdo con la Norma DIN:

$$bm = \frac{\ell_0}{3}$$

$$bm = \frac{3 \text{ m}}{3}$$

$$bm = 1 \text{ m}$$

3. Verificación de la altura h

Para el cálculo de m_s , consideramos:

$$m_s = M_{\text{máx.}} / (bm \cdot h^2 \beta_r)$$

$$m_s = 3.000.000 \text{ kgcm} / (135 \text{ cm} \cdot (65 \text{ cm})^2 140 \text{ kg/cm}^2)$$

$$m_s = 0,037 < 0,193.$$

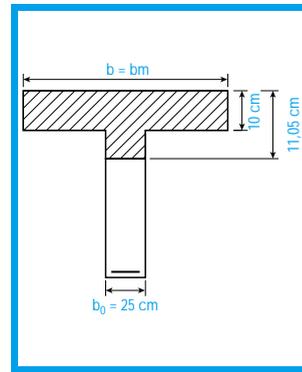
Entonces, verifica la altura.

Para la posición del eje neutro, consideramos:

$$x = kx \cdot h$$

$$x = 0,17 \cdot 65 \text{ cm}$$

$$x = 11,05 \text{ cm}$$



Como $x > d$, entonces usamos la tabla 25.

Se entra a ella con el valor de $m_s = 0,04$ (siempre se considera el mayor, en caso que el valor real no figure en la tabla) y con la relación d/h .

$$d/h = 10 \text{ cm} / 65 \text{ cm}$$

$$d/h = 0,15$$

Con el valor 0,15; y

$$bm/b_0 = 135 \text{ cm} / 25 \text{ cm}$$

$$bm/b_0 = 5,4. \text{ Se toma el valor } 10.$$

El valor que se obtiene es 74 y corresponde a $1000 w_M$

$$w_M = 0,074$$

Con este valor se calcula A_s :

$$A_s = (w_M \cdot bm \cdot h \cdot \beta_r) / \beta_{st}$$



$$As = 0,074 \cdot 135 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 21,6 \text{ cm}^2$$

Adoptamos 7 ϕ 20
As real = 21,99 cm²

Realizado ya el proceso de afianzamiento del cálculo, podemos presentar a los estudiantes una situación problemática que nos conducirá a resolver el planteo del señor Mohre.

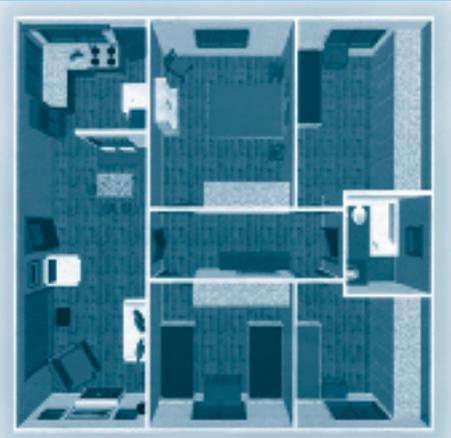
Como usted puede apreciar, a diferencia de los problemas anteriores, en esta situación son muy pocos los datos que aportamos a los alumnos. Porque, los estudiantes ya se están perfilando como futuros técnicos y deben ser ellos quienes busquen la información necesaria para resolver cuestiones análogas a las que se les presentarán en su vida laboral.

Saber tomar una decisión ante diferentes alternativas y hacer una elección correcta, son dos aspectos fundamentales que permanentemente debemos tener presente en la formación de los futuros profesionales de la construcción.

Ante este planteo, los alumnos deben tomar decisiones acerca de:

Actividad 5.27

La maqueta que presentamos corresponde a una vista desde arriba de una planta de arquitectura de una pequeña vivienda ubicada en una plaza argentina.



Nuestras tareas van a ser:

- 1 Presentar el diseño de la estructura en planta, indicando losas, vigas y columnas.**

El entrepiso está constituido por losas de H^o A^o continuas y armadas en una sola dirección. Todas las losas son de igual ancho y largo, y cubren una superficie de 96 m². El ancho de las losas no puede superar los 4 m.

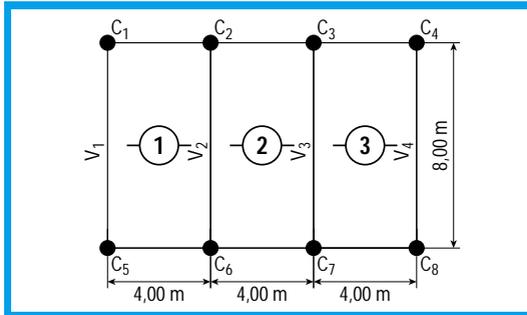
- 2 Dimensionar cada una de las losas.**
- 3 Dimensionar cada una de las vigas.**

- Diseño de la estructura
 - 1.1. Escuadría de las columnas; ancho de las vigas y tensiones de cálculo
 - 1.2. Materiales que constituyen el entpiso y destino de los locales
- Cálculo de las losas
 - 2.1. Predimensionamiento
 - 2.2. Análisis de carga sobre las losas
 - 2.3. Cálculo de los momentos flexores máximos
 - 2.4. Verificación de la altura h (cálculo de ms) para los apoyos; determinación del grado mecánico para los apoyos y cálculo del valor de As y diámetro y separación de la armadura resistente a la flexión en los apoyos
 - 2.5. Verificación de la altura h (cálculo de ms), determinación del grado mecánico para los apoyos y cálculo del valor de As, y diámetro y separación de la armadura resistente a la flexión en los apoyos para cada uno de los tramos
- Cálculo de las vigas
 - 3.1. Predimensionamiento
 - 3.2. Análisis de las cargas sobre cada viga
 - 3.3. Cálculo del momento flexor máximo
 - 3.4. Verificación de la altura
 - 3.5. Cálculo de la cantidad y diámetro de la armadura resistente a la flexión
 - 3.6. Verificación de la tensión de corte
 - 3.7. Cálculo de la armadura de corte



Presentamos a continuación –y, a modo de ejemplo–, la resolución de la situación problemática planteada con los datos que nosotros elegimos que, por supuesto, pueden ser otros. Sólo dimensionamos las vigas V_2 y V_3 .

1. Diseño de la estructura



Las decisiones tomadas son:

1.1. Escuadría de las columnas; ancho de las vigas y tensiones de cálculo:

Escuadría de las columnas $\rightarrow 25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}$

Ancho de las vigas $\rightarrow b \text{ viga} = 20 \text{ cm}$

Tensiones de cálculo:

$$\beta_r = 105 \text{ kg/cm}^2$$

$$\beta_{st} = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

1.2. Materiales que constituyen el entrepiso y destino de los locales:

Materiales

- losa de $H^o A^o$,
- cielorraso de yeso con metal desplegado,
- contrapiso de hormigón pobre,
- carpeta para clavado,
- parquet viraró.

Destino

- Dormitorios

Con los valores elegidos procedemos al cálculo.

2. Cálculo de las losas

2.1. Predimensionamiento:

Consideramos un valor de h estimado:

$$h = 0,8 \cdot 4,00 \text{ m} / 35$$

$$h = 0,09 \text{ m}$$

$$h = 9 \text{ cm}$$

Consideramos 2 cm de recubrimiento.

$$d = 11 \text{ cm}$$

2.2. Análisis de carga sobre las losas:

Los alumnos hallan los siguientes valores:

Materiales / elementos	Peso unitario kg / m^3	Espesor m	Peso kg / m^2	
Losa de $H^o A^o$	2400	0,11	264	
Cielorraso de yeso con metal desplegado			20	
Contrapiso de hormigón pobre	1600	0,07	112	
Carpeta para clavado	2200	0,014	31	
Parquet viraró	970	0,015	14,55	
	Peso propio total $g \text{ (kg} / \text{m}^2)$		441,55	Consideramos 442
	Sobrecarga $p \text{ (kg} / \text{m}^2)$		200	
	Carga total $q \text{ (kg} / \text{m}^2)$		641,55	Consideramos 642

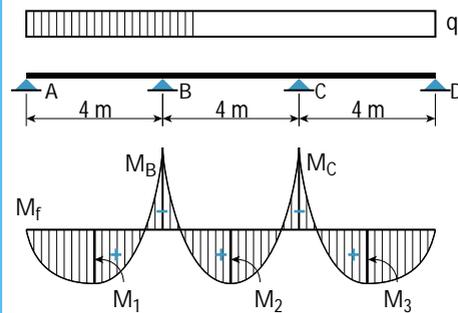
2.3. Cálculo de los momentos flexores máximos

Como se trata de tres losas continuas cuyas luces y cargas son iguales, usamos la tabla 18.



Diagramas de carga y de momento flexor

Fórmulas que se utilizan



$$M_1 = q \cdot \ell_{1c}^2 / m_1$$

$$M_1 = M_3$$

$$M_2 = q \cdot \ell_{2c}^2 / m_2$$

$$M_B = q \cdot \ell_{3c}^2 / m_B$$

$$M_B = M_C$$

2.4. Verificación de la altura h (cálculo de ms) para los apoyos; determinación del grado mecánico para los apoyos y cálculo del valor de As, y diámetro y separación de la armadura resistente a la flexión en los apoyos

Los estudiantes obtienen los siguientes valores:

Apoyo B = Apoyo C

- Valores de los coeficientes

$$m_1 = 11,85$$

$m_2 = 27,97$ Como la Norma no permite utilizar un valor mayor que 24, entonces tomamos el valor límite.

$$m_2 = 24$$

$$m_B = -11,20$$

$$ms_B = M_{m\acute{a}x.} / (b \cdot h^2 \beta_r)$$

$$ms = 91700 \text{ kgcm} / [100 \text{ cm} \cdot (9 \text{ cm})^2 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2]$$

$$ms = 0,107 < 0,193$$

entonces verifica la altura

Para $ms = 0,107$ corresponde $w_M = 0,218$

Con este valor, se calcula As.

$$As = w_M \cdot b_m \cdot h \cdot \beta_r / \beta_{st}$$

$$As = 0,218 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$As = 4,905 \text{ cm}^2$$

- Valores de las luces de cálculo

$$\ell_{1c} = 4,00 \text{ m}$$

$$\ell_{2c} = 4,00 \text{ m}$$

$$\ell_{3c} = 4,00 \text{ m}$$

- Valores de los momentos flexores máximos

$$M_1 = 642 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 / 11,85$$

$$M_1 = 867 \text{ kg por m de losa}$$

$$M_3 = 867 \text{ kg por m de losa}$$

$$M_2 = 642 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 / 24$$

$$M_2 = 428 \text{ kg por m de losa}$$

$$M_B = 642 \text{ kg/m}^2 \cdot (4 \text{ m})^2 / (-11,20)$$

$$M_B = -917 \text{ kg por m de losa}$$

$$M_C = -917 \text{ kg por m de losa}$$

2.5. Verificación de la altura h (cálculo de ms), determinación del grado mecánico para los tramos y cálculo del valor de As, y diámetro y separación de la armadura resistente a la flexión en los apoyos para cada uno de los tramos

Tramo 1= Tramo 3

$$ms_B = M_{m\acute{a}x.} / (b_m \cdot h^2 \cdot \beta_r)$$

$$ms = 86 \text{ 700 kgcm} / [100 \text{ cm} \cdot (9 \text{ cm})^2 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2]$$



$m_s = 0,10 < 0,193$. Entonces, verifica la altura.

Para $m_s = 0,10$; corresponde $w_M = 0,197$

Con este valor, calculamos A_s :

$$A_s = w_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_{st}$$
$$A_s = 0,197 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$
$$A_s = 4,43 \text{ cm}^2$$

Adoptamos ϕ 8 c/11

$A_s \text{ real} = 4,57 \text{ cm}^2$

Tramo 2

$$m_{sB} = M_{\text{máx.}} / (b_m \cdot h^2 \cdot \beta_r)$$

$$m_s = 42\,800 \text{ kgcm} / [100 \text{ cm} \cdot (9 \text{ cm})^2 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2]$$

$m_s = 0,05 < 0,193$. Entonces, verifica la altura.

Para $m_s = 0,05$ corresponde $w_M = 0,094$

Con este valor, calculamos A_s .

$$A_s = W_M \cdot b \cdot h \cdot \beta_r / \beta_{st}$$
$$A_s = 0,094 \cdot 100 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$
$$A_s = 2,12 \text{ cm}^2$$

Adoptamos ϕ 6 c/13

$A_s \text{ real} = 2,17 \text{ cm}^2$

Analizamos si es necesario agregar armadura adicional en los apoyos.

Del tramo 1, el apoyo B recibe el 50 % de la armadura mediante barras dobladas

$A_s \text{ real} / 2 = 2,28 \text{ cm}^2$

Del tramo 2, el apoyo B recibe el 50 % de la armadura mediante barras dobladas.

$A_s \text{ real} / 2 = 1,085 \text{ cm}^2$

Armadura total que recibe el apoyo B de los tramos: **$3,365 \text{ cm}^2$**

El apoyo B requiere una sección:

**A nec = $4,905 \text{ cm}^2$ la sección que falta es:
 $4,905 \text{ cm}^2 - 3,365 \text{ cm}^2 = 1,54 \text{ cm}^2$**

Adoptamos ϕ 6 c / 18

**$A_s \text{ real} = 1,57 \text{ cm}^2$
(armadura adicional-caballetes)**

Colocamos como armadura de repartición **ϕ 6 c/25.**

3. Cálculo de las vigas

Las vigas son $V_3 = V_2$.

3.1. Predimensionamiento:

luz de cálculo = $1,05 \cdot 8 \text{ m}$

$l_c = 8,4 \text{ m}$

$h = l_c / 16$

$h = 52,5 \text{ cm}$. Tomamos $h = 53 \text{ cm}$

Adoptamos 7 cm de recubrimiento.

Entonces, $d_o = 60 \text{ cm}$

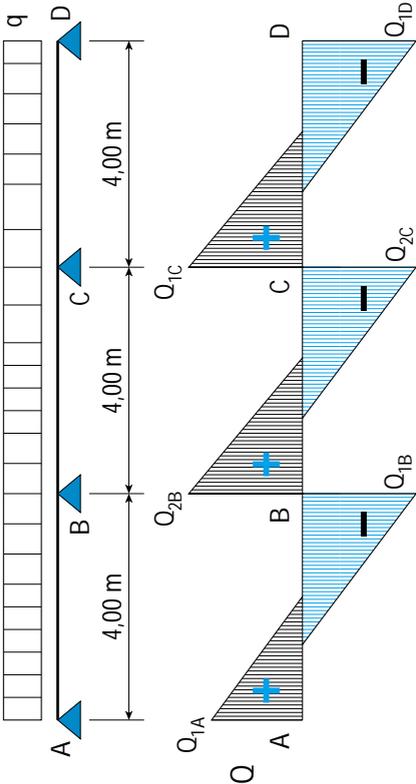
3.2. Análisis de las cargas sobre cada viga:

Las vigas son $V_3 = V_2$

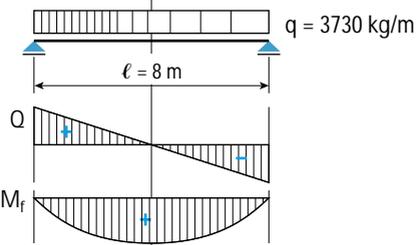
La carga que actúa sobre la viga V_2 resulta de la reacción de la losa 1 más la reacción de la losa 2, más el peso propio de la viga, más el peso propio de las paredes.

La reacción de la losa 1 sobre la viga V_2 (en el apoyo B):

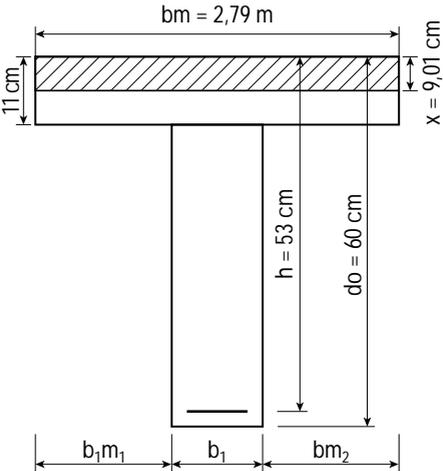


Diagramas de carga de las losas y de esfuerzos de corte	Cálculo de la carga sobre la viga V ₂
 <p>Diagrama de una viga V₂ con tres tramos de 4,00 m cada uno, apoyada en cuatro puntos A, B, C y D. Se muestran los diagramas de carga (Q) y esfuerzos de corte (Q_{1A}, Q_{2B}, Q_{1C}, Q_{2C}, Q_{1B}, Q_{1D}) para cada tramo.</p>	<p>Usamos la tabla 18.</p> <p>Para la relación $g/p = 0,7$; corresponden los siguientes valores de los coeficientes:</p> <p>$q_{1A} = 2,43$ $q_{1B} = 1,70$ $q_{2B} = 2,00$</p> <p>Reacción de la losa L1 sobre la V₂: $R_{B1} = (642 \text{ kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m}) / 1,70$ $R_{B1} = 1510 \text{ kg/m}$</p> <p>Reacción de la losa L2 sobre la V₂: $R_{B2} = (642 \text{ kg/m}^2 \cdot 4 \text{ m}) / 2,00$ $R_{B2} = 1284 \text{ kg/m}$</p> <p>Reacción total sobre la viga V₂: $R_B = 1510 \text{ kg/m} + 1284 \text{ kg/m}$ $R_B = 2794 \text{ kg/m}$</p> <p>Peso propio de la viga: $g_v = 2400 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,60 \text{ m}$ $g_v = 288 \text{ kg/m}$</p> <p>Peso propio del muro de mampostería: $g_m = 1600 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 2,70 \text{ m}$ $g_m = 648 \text{ kg/m}$</p> <p>$q_v \text{ (total)} = 2794 \text{ kg/m} + 288 \text{ kg/m} + 648 \text{ kg/m}$ $q_v \text{ (total)} = 3730 \text{ kg/m}$</p>

3. 3. Cálculo del momento flexor máximo:

Diagrama de carga, esfuerzo de corte y momento flexor de la viga V ₂	Cálculo del momento máximo
 <p>Diagrama de una viga V₂ de longitud $l = 8 \text{ m}$, cargada con una carga distribuida $q = 3730 \text{ kg/m}$. Se muestran los diagramas de carga (Q), esfuerzo de corte (Q) y momento flexor (M_f).</p>	<p>$M_{\text{máx.}} = q_v \cdot \ell_{1c}^2 / 8$</p> <p>$M_{\text{máx.}} = 3730 \text{ kg/m} \cdot (8,4 \text{ m})^2 / 8$</p> <p>$M_{\text{máx.}} = 32\,898,6 \text{ kgm}$</p>



Sección de la viga	Cálculo del ancho de colaboración
	$d/d_o = 11 \text{ cm} / 60 \text{ cm}$ $d/d_o = 0,183$ $b_1 = b_2$ $b_1 = (4,00 - 0,20) / 2$ $b_1 = 1,90 \text{ m}$ $b_1/l_{o1} = b_2/l_{o2}$ $b_1/l_{o1} = 0,237$ $c_1 = 0,68$ $b_{m1} = b_{m2}$ $b_{m1} = 0,68 \cdot 1,90 \text{ m}$ $b_{m1} = 1,292 \text{ m}$ $b_{m2} = 1,292 \text{ m}$ $b_{mT} = 1,292 \text{ m} + 1,292 \text{ m} + 0,20 \text{ m}$ $b_{mT} = 2,79 \text{ m}$ De acuerdo con la simplificación que permite la Norma DIN: $b_{mT} = l_o/3$ $b_{mT} = 8,00/3$ $b_{mT} = 2,66 \text{ m}$

3.4. Verificación de la altura:

$$m_s = M_{\text{máx.}} / (b_m \cdot h^2 \cdot \beta_r)$$

$$m_s = 3\,289\,860 \text{ kgcm} / [279 \text{ cm} (53 \text{ cm})^2 105 \text{ kg/cm}^2]$$

$$m_s = 0,039 < 0,193. \text{ Entonces, verifica la altura.}$$

Para $m_s = 0,039$; corresponde $k_x = 0,17$.

$$x = 0,17 \cdot h$$

$$x = 0,17 \cdot 53 \text{ cm}$$

$$x = 9,01 \text{ cm}$$

Como $d < x$, entonces se dimensiona como viga rectangular de ancho b_m .

3.5. Cálculo de la cantidad y diámetro de la armadura resistente a la flexión:

para $m_s = 0,04$; $w_M = 0,075$

$$A_s = 0,075 \cdot 279 \text{ cm} \cdot 53 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = 27,72 \text{ cm}^2$$

Adoptamos 6 ϕ 25
 A_s real = 29,45 cm^2



3.6. Verificación de la tensión de corte:

Diagrama de tensión de corte	Cálculo de las reacciones de la viga V_2
	$R_A = R_B$ $R_A = q \cdot l_{cv} / 2$ $R_A = 3730 \text{ kg/m} \cdot 8,4 \text{ m} / 2$ $R_A = 15\,666 \text{ kg}, Q_A = 15\,666 \text{ kg}$ $R_B = 15\,666 \text{ kg}$

Diagrama de corte reducido	Cálculo de la tensión de corte
	$\tau_A = \tau_B$ $\tau_A = R_A / (b \cdot k_z \cdot h); \text{ k}_z \text{ es un coeficiente tabulado en la tabla 12.}$ $\tau_A = 15\,666 \text{ kg} / (20 \text{ cm} \cdot 0,94 \cdot 53 \text{ cm})$ $\tau_A = 15,72 \text{ kg/cm}^2$
	<p style="text-align: center;">Reducción de la tensión de corte</p> <p>La reducción puede realizarse porque se trata de un apoyo directo (viga-columna).</p> $r = c/2 + h/2$ $r = (25 \text{ cm}/2) + (53 \text{ cm}/2)$ $r = 39 \text{ cm}$ $\tau_0 = \tau_A \cdot (x - r) / x$ $\tau_0 = 15,72 \text{ kg/cm}^2 \cdot (400 \text{ cm} - 39 \text{ cm}) / 400 \text{ cm}$ $\tau_0 = 14,18 \text{ kg/cm}^2 < \text{admisible}$ <p>Como $\tau_{02} < \tau_0 \leq \tau_3$ La viga se encuentra en la zona 3 máx. $\tau = \text{máx. } \tau_0$ máx. $\tau = 14,18 \text{ kg/cm}^2$</p>

3.7 Cálculo de la armadura de corte:

Fijamos los estribos y calculamos la tensión que absorben las barras dobladas

$$\tau_0 = \tau_{\text{est.}} + \tau_{\text{barras dobladas}}$$

Estribos ϕ 6 c/ 25



$$\text{As real} = 0,28 \text{ cm}^2$$

$\tau_{\text{est.}} = n \cdot \text{Se} \cdot \sigma_e / b \cdot \text{sep}$, siendo Se sección de los estribos

σ_e tensión de fluencia, $\beta_{\text{st}}/1,75$.

Generalmente, se toma 2400 kg/cm^2 o 240 MN/m^2 ⁴⁰

$$\tau_{\text{est.}} = (2 \cdot 0,28 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2) / (20 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm})$$

$$\tau_{\text{est.}} = 2,688 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{est.}} = 2,7 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del esfuerzo de tracción total de las barras dobladas:

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = \tau_0 - \tau_{\text{est.}}$$

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = 14,18 \text{ kg/cm}^2 - 2,7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{barras dobladas}} = 11,48 \text{ kg/cm}^2$$

$$H_{\text{barras dobladas}} = a \cdot \tau_{\text{barras dobladas}} \cdot b_0 / (2 \cdot \sqrt{2}),$$

fuerza de corte que absorben
las barras dobladas

$$a = \tau_{\text{barras dobladas}} \cdot x / \tau_0$$

$$a = 11,48 \text{ kg/cm}^2 \cdot 400 \text{ cm} / 14,18 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 323,8 \text{ cm}$$

$$H_{\text{barras dobladas}} = (324 \text{ cm} \cdot 11,40 \text{ kg/cm}^2 \cdot 20 \text{ cm}) / (2 \cdot 1,41)$$

$$H_{\text{barras dobladas}} = 26 \ 195,7 \text{ kg}$$

$$S_{\text{barras dobladas}} = H_{\text{barras dobladas}} / \sigma_e$$

sección de las
barras dobladas

$$S_{\text{barras dobladas}} = 26 \ 195,7 \text{ kg} / 2400 \text{ kg/cm}^2$$

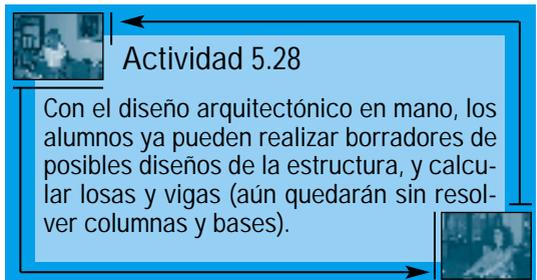
$$S_{\text{barras dobladas}} = 10,9 \text{ cm}^2$$

Doblamos 3 ϕ 25

El cálculo de la viga V_3 es igual al de la viga V_2 . Quedan por resolver las vigas V_1 y V_4 .

Le proponemos a usted que plantee este cálculo a sus alumnos.

Hemos llegado a una etapa del conocimiento sobre diseño y cálculo de estructuras de hormigón armado que permite a sus alumnos hacer la siguiente actividad con respecto al planteo inicial del señor Mohre.



Actividad 5.28

Con el diseño arquitectónico en mano, los alumnos ya pueden realizar borradores de posibles diseños de la estructura, y calcular losas y vigas (aun quedarán sin resolver columnas y bases).

⁴⁰ $1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ N/mm}^2$
 $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ kg/cm}^2$



6. DIMENSIONAMIENTO DE COLUMNAS

En la estructura de un edificio, todos sus elementos constituyen piezas fundamentales desde el punto de vista funcional. La estructura configura un sistema; de allí que podamos hablar de un **sistema estructural**, en el que existe una interrelación muy estrecha entre sus partes constitutivas.

Si bien cada elemento estructural, por sí solo, tiene la fuerza que le da su propia función, existe un elemento que, además, posee un valor estético que lo distingue. Nos estamos refiriendo a la **columna**⁴¹.

Columna de alumbrado frente a la Ópera, París⁴²



De ella nos ocupamos en este capítulo, abordando la temática desde la función que cumple como elemento estruc-

Del valor estético de la columna y de su transformación a lo largo de la historia de la humanidad nos referimos en el capítulo 9.

tural; por ende, centramos el eje en el dimensionamiento, y lo hacemos teniendo en cuenta la Norma DIN y las normativas del CIRSOC 201.

Actividad 6.1

Pensemos en una columna de alumbrado. La columna es de caño y soporta la carga del artefacto lumínico.

- ¿Cómo puede representarse el esquema de carga y a qué tipo de sollicitación está sometida la columna?

El esquema de carga es el siguiente:

Diagrama de carga

P simboliza al peso propio del artefacto lumínico

e es la separación entre el punto de aplicación de **P** y el baricentro de la columna.

Sistema en equilibrio

El esquema del sistema en equilibrio o de sólido libre se reduce a:

- Una fuerza **P** y
- Un momento **M_I**.

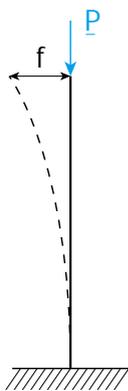
Siendo **M_I = P · e**

⁴¹ Columna: elemento de ancho $b \leq 5.d$, donde d es el espesor menor ($b \geq d$). CIRSOC 201.

⁴² Fotografía: Arq. Raúl Montoto.



Deformación lateral



Entonces, podemos observar que la sollicitación a la que está sometida esta columna es la flexo-compresión.

Por otra parte, ante un determinado valor de la fuerza P, la columna sufre una deformación lateral con el corrimiento del eje baricéntrico. Este efecto se denomina efecto de pandeo.

Fue el matemático Leonard Euler (1707-1783) quien logró, a través de un modelo matemático, dar una interpretación del complejo fenómeno físico denominado pandeo.

Basó su teoría en las siguientes hipótesis:

- 1 Las secciones planas se mantienen planas hasta la rotura.
- 2 El eje de la pieza es recto y de sección constante.
- 3 La carga aplicada es centrada. La recta de acción de la carga coincide con el eje longitudinal de la barra.
- 4 El material tiene un comportamiento elástico durante todo el proceso de carga.
- 5 El material es homogéneo.
- 6 Las deformaciones longitudinales que sufre la barra debido a la carga se desprecian frente a sus dimensiones geométricas.

El valor de la esbeltez (λ) marca el campo de validez de la teoría de Euler.

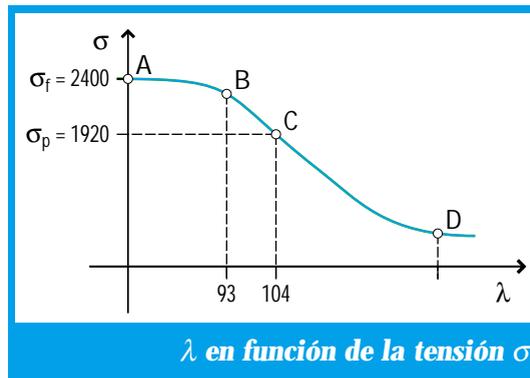
Recordemos que

$$\lambda = sk/i$$

Donde:

- sk es la luz de pandeo.
- i es el radio de giro.

La teoría de Euler se cumple en el período elástico. Si graficamos el valor λ en función de la tensión para un determinado material –por ejemplo, acero St 37 (F 24)– observamos que el período elástico corresponde a valores de $\lambda > 100$.



$$\sigma = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2 \cdot \beta^2} \quad \text{Tensión crítica de Euler}$$

Donde:

- β es la condición de vínculo en los extremos de la columna.

En 1889, el matemático Engesser sustituye el módulo de elasticidad E por el módulo tangencial de deformación (T) o módulo instantáneo de elasticidad.

La expresión matemática de Euler queda así:

$$\sigma = \frac{\pi^2 \cdot T}{\lambda^2 \cdot \beta^2} \quad \text{Tensión crítica}$$

- T depende de
- ➔ Forma de la sección
 - ➔ Comportamiento plástico del material



En el período elástico $\rightarrow T = E$

En el período plástico $\rightarrow E > T$

La tensión de pandeo de Engesser es menor que la de Euler.

Un concepto importante que entra en juego en el dimensionamiento de las columnas es el de la luz de pandeo (s_k).

En la siguiente tabla se muestran las cuatro configuraciones clásicas de Euler.

En la columna 4 de la tabla se han dibujado esquemas de las elásticas de deformación de vigas sometidas a flexión que pueden ser útiles como medio comparativo para visualizar la similitud con la correspondiente deformación por pandeo que se produce en la columna.

Las hipótesis de la teoría de Euler son válidas para materiales homogéneos (acero, madera) en período elástico; la corrección de Engesser es necesaria para los mencionados materiales en el período plástico.

Tabla 26. Longitud del pandeo según teoría de Euler, para materiales homogéneos			
Determinación de la luz de cálculo			
Condiciones de borde	Deformación lateral por pandeo	$s_k = \beta \cdot l$	Deformación por flexión de una viga, de acuerdo con las condiciones de borde
		$s_k = l$	
		$s_k = 0,75 l$	
		$s_k = 0,5 l$	
		$s_k = 2 l$	

El hormigón armado, material heterogéneo, no cumple con las hipótesis de la teoría eulérica, ni con la de Engesser.

En la tabla 26 expresamos los valores de la longitud de pandeo para materiales homogéneos. Ahora, veamos cómo determinamos la longitud de pandeo para columnas de H° A° .

Para la determinación de la longitud de pandeo de materiales heterogéneos, como el hormigón armado, se considera la lon-



gitud de una barra sustituta con una longitud dada por la expresión matemática:

$$s_k = \beta \cdot l$$

Donde:

- l es la longitud original.
- β es un coeficiente que depende del grado de empotramiento en los extremos de la columna.

¿Cómo se halla el valor de β ?

Para edificios donde el rigor en el cálculo de la rigidez de los nudos no es determinante y para sistemas indesplazables se pueden usar los coeficientes β expresados en la tabla anterior y que son utilizados para determinar la longitud de pandeo en columnas de acero y de madera.

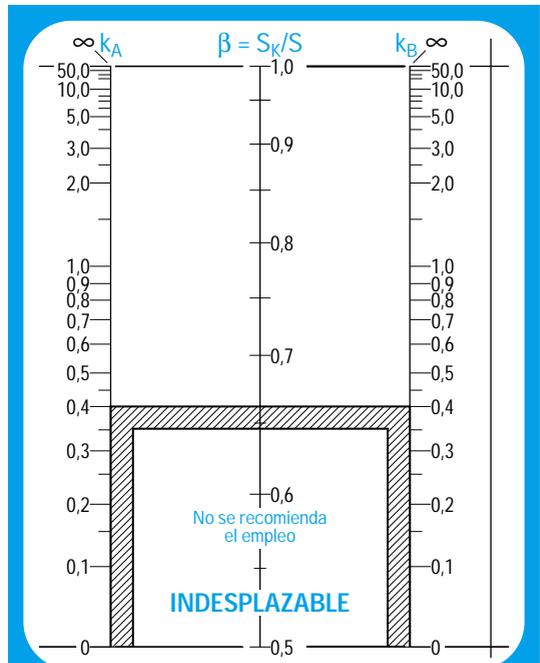
En el caso de estructuras de cierta importancia y en los sistemas aporticados, los valores de β se determinan con mayor grado de precisión. Mediante la siguiente expresión matemática se halla la relación de rigideces (k).

$$k = \frac{\sum (E \cdot J_C / l_C)}{\sum (E \cdot J_V / l_V)}$$

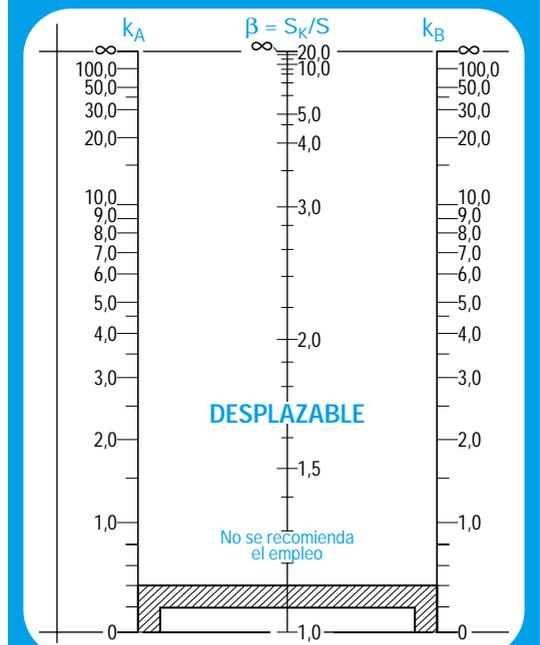
Donde:

- J_C es el momento de inercia de la columna.
- J_V es el momento de inercia de las vigas de sección rectangular que concurren al nudo.

La relación de rigideces k se calcula, tanto en el extremo superior (k_A) de la columna como en el extremo inferior (k_B). Los valores de k nos permiten, a través de los nomogramas de Johnston y Mac Gregor⁴³, determinar el valor β .



Valor de β para estructuras indesplazables



Valor de β para estructuras desplazables

⁴³ Los que incluimos están tomados del Cuaderno 220 para Estudio del Hormigón Armado. Comisión Alemana.



Si no se conocen o si resulta dificultoso el cálculo de los momentos de inercia (J) de las vigas y los momentos de inercia (J) de las columnas, podemos suponer que los vínculos son articulaciones. En este caso, $\beta = 1$, que es el valor máximo de β . Esta simplificación se puede hacer por cuanto, de este modo, se está del lado de la seguridad.

La Norma DIN y el CIRSOC 201 consideran a la estructura como **indesplazable**, si existen tabiques o cajas de escaleras que rigidizan la estructura.

Además, se cumplen las siguientes condiciones:

$$h = \sqrt{\frac{P}{E_b \cdot J}} \leq 0,2 + 0,1 \cdot n, \text{ para } 1 \leq n < 4$$

$$h = \sqrt{\frac{P}{E_b \cdot J}} \leq 0,6, \text{ para } n \geq 4$$

Donde:

- h es la altura del edificio en metros sobre el borde superior de la base.
- $E_b \cdot J$ es la suma de las rigideces a flexión de los tabiques y cajas de escalera considerados como elementos rigidizantes.
- E_b es el módulo de elasticidad del hormigón.
- J es el momento de inercia de los elementos.
- P es la suma de todas las cargas verticales del edificio.
- n es el número de pisos.

En los edificios indesplazables, los nudos se encuentran inmovilizados contra desplazamientos horizontales.

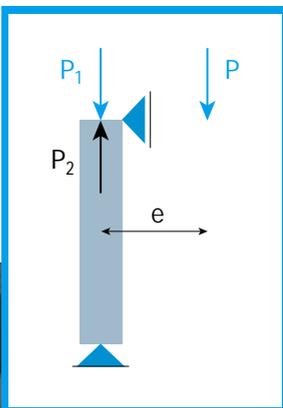
Recapitemos: La teoría de Euler es válida para columnas de materiales idealmente elásticos, homogéneos, con ejes rectos y cargas centradas (acero-madera). Como el hormigón es un material heterogéneo y no cumple con ninguno de los requisitos anteriores, Engesser trata de encontrar una solución y propone una modificación a la teoría euleriana. Para esto, desarrolla el denominado método del módulo de elasticidad doble. Sin embargo, este método no constituye una solución para el hormigón. Recién en la década del '60, al considerar al hormigón como un material no homogéneo y no elástico, se aceptan inexactitudes en la construcción de las columnas, aparece la teoría del momento de segundo orden y se descubre el efecto de la fluencia lenta.

Veamos, entonces, cómo resolvemos el problema del dimensionamiento de columnas de hormigón armado.

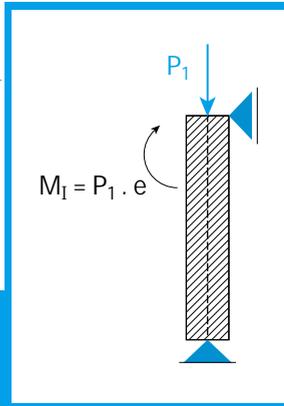
Partimos del caso de columnas con cargas excéntricas.

Por ejemplo, consideramos una barra solicitada por una carga que actúa paralelamente al eje baricéntrico, con una excentricidad e .

Al trasladar la carga P al baricentro, las cargas P y P_2 conforman una cupla de momento $M_1 = P \cdot e$ (se denomina **momento de primer orden**), de acuerdo con la teoría de primer orden.



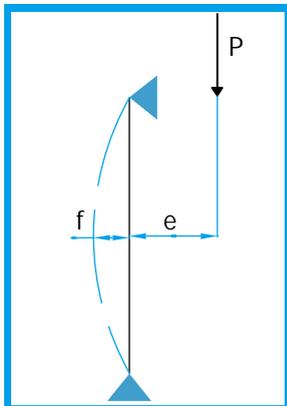
El nuevo sistema estático es el siguiente. →



Configura una sollicitación de flexo-compresión

Bajo determinadas condiciones, a su vez se produce un corrimiento del eje baricéntrico, efecto éste que se denomina: **efecto de esbeltez o efecto de segundo orden**. Cuando las deformaciones influyen sensiblemente sobre los esfuerzos característicos, reduciendo la capacidad portante de un elemento estructural sometido a compresión, no es posible dimensionarlo mediante la teoría de primer orden o sistema no deformado, sino que debe realizarse en el marco de la teoría de segundo orden o sistema deformado.

En las losas y vigas las deformaciones no afectan a las sollicitaciones, ya que el momento flexor y las reacciones no cambian después de producirse la elástica de deformación. Por tal motivo, estos elementos –como ya hemos



visto en capítulos anteriores– se dimensionan con la teoría de primer orden que no toma en cuenta las deformaciones producidas por las cargas.

Entonces, debido a la fuerza P, existe una excentricidad e. Esta excentrici-

dad se ve aumentada por el efecto de esbeltez en un valor f, denominado excentricidad adicional.

Aparece un nuevo momento:

$$M_{II} = P (e + f)$$

Éste es el **momento de segundo orden**.

Veamos, ahora, cuáles son los factores que influyen en el momento de segundo orden.

Actividad 6.2

Consideremos dos columnas de alumbardo con la misma carga, pero de luces diferentes.

En la columna de menor luz –o sea, la de menor esbeltez–, la deformación lateral es pequeña; el momento de segundo orden M_{II} es reducido, porque la excentricidad adicional f es pequeña. Podemos concluir, en este caso, que la pieza puede dimensionarse con el momento M_I (momento de primer orden)

En cambio, en la otra columna –donde la esbeltez tiene importancia–, el momento de segundo orden resulta mayor que el de primer orden. Entonces, el dimensionamiento se hace considerando a M_{II}

Estos dos ejemplos permiten concluir que el momento de segundo orden depende de la esbeltez λ : a mayor esbeltez, mayor momento de segundo orden.

Por otra parte –como lo expresamos en párrafos anteriores–, la esbeltez depende de la luz de cálculo: a mayor luz de cálculo, mayor esbeltez. Esta situación significa también que: a mayor luz de cálculo, mayor momento de segundo orden.



$$i = \sqrt{\frac{J_{\min}}{\text{Sección}}}; \text{ esto implica que:}$$

- a mayor momento de inercia, mayor radio de giro, menor esbeltez, menor momento de segundo orden y mayor rigidez.

Aplicamos la expresión matemática de la esbeltez λ a una sección cuadrada.

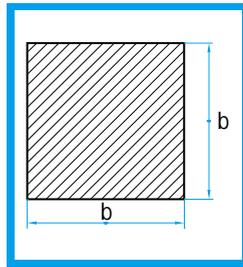
$$\lambda = sk / i_{\min}$$

$$\lambda = sk / \sqrt{\frac{J_{\min}}{\text{Sección}}}$$

$$\lambda = sk / \sqrt{\frac{b^4}{12 \cdot b^2}}$$

$$\lambda = sk / \sqrt{\frac{b^2}{12}}$$

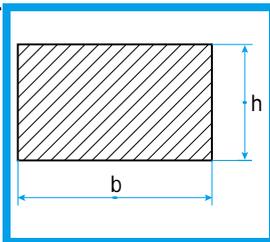
$$\lambda = 3,47 sk / b$$



Para una sección rectangular:

$$\lambda = sk / \sqrt{\frac{b \cdot h^3}{12 \cdot b \cdot h}}$$

$$\lambda = 3,47 sk / h$$



La integración de conocimientos favorece:

- Ruptura de compartimentos estancos.
- Realización de procesos mentales de asociación.
- Comparación entre situaciones que presentan ejes comunes y no comunes.
- Motivación por aprender de una manera diferente a la tradicional.

Actividad 6.3

Podemos presentar a los alumnos la actividad de encontrar los siguientes valores de una columna de acero construida con PNI (perfil normal doble T), utilizando tablas de perfiles normales.

- **Posible condición de borde.**
- **Luz libre aproximada.**
- **Sección transversal.**
- **Radio de giro.**
- **Valor del momento de inercia.**
- **Valor de la esbeltez.**

Actividad 6.4

Encontrar los siguientes valores de una columna circular de hormigón armado:

- **Posible condición de borde.**
- **Valor del momento de inercia (Utilizamos la fórmula matemática del momento de inercia de una sección circular).**
- **Sección de la columna.**
- **Luz libre aproximada.**
- **Luz de cálculo aproximada.**

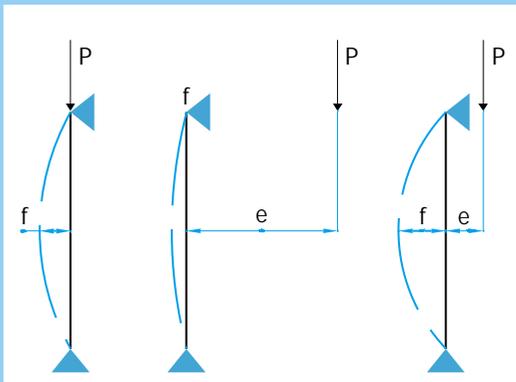
Estas actividades favorecen la integración de saberes relacionados con la misma temática de dos asignaturas o espacios curriculares: *Construcciones Metálicas* y *Construcciones de H° A°*.

Decíamos que el momento de segundo orden depende de la esbeltez. Analicemos, ahora, la relación entre el momento de segundo orden y la excentricidad e .



Actividad 5.8

Para ello consideramos con los estudiantes tres columnas con la misma esbeltez, pero con diferentes brazos de soporte de la carga



Columna

En ningún caso la esbeltez podrá ser mayor $\lambda = 200$

Robusta, de baja esbeltez

→ Si $\lambda \leq 20$,
con $sk/d \leq 6$

De esbeltez mediana o moderada

→ Si $20 < \lambda \leq 70$,
con $6 \leq sk/d \leq 20$

De gran esbeltez

→ Si $\lambda > 70$,
con $sk/d > 20$

Observamos que:

- El primer caso corresponde a una columna sometida a compresión simple y sólo puede existir el momento de segundo orden si la esbeltez (λ) es importante.
- En el segundo caso, la excentricidad adicional f es $\ll e$ frente a la excentricidad e . Entonces, como $M_I = P \cdot e$ y $M_{II} = P(e + f)$, podemos expresar que M_I es aproximadamente igual a M_{II} . En este caso, se puede dimensionar con el momento de primer orden M_I .
- En el tercer caso, la excentricidad adicional $f \gg e$; por lo tanto, $M_{II} \gg M_I$. Esta barra se dimensiona a la flexo-compresión con M_{II} .

El valor de λ nos permite hacer una clasificación de las columnas o de otro elemento comprimido:

¿Qué incidencia tiene el valor de λ en el dimensionamiento de una columna?

Tanto la Norma DIN como el CIRSOC toman

valores límites para λ . Este valor límite de la esbeltez λ implica saber si el dimensionamiento a la flexo-compresión se resuelve mediante el cálculo del momento de segundo orden o bien sólo con el momento de primer orden.

El valor de la esbeltez límite para sistemas indesplazables se obtiene mediante la siguiente expresión matemática:

$$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 M_1 / M_2$$

Donde:

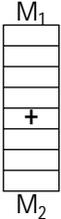
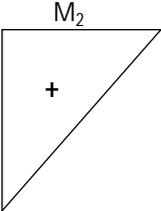
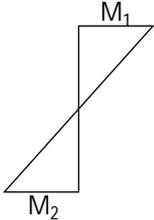
- M_1 y M_2 son los momentos en los bordes de la columna.
- M_1 es el momento menor en valor absoluto.

Se pueden presentar los siguientes casos⁴⁴:

⁴⁴ Norma DIN 1045.



Tabla 27. Valores límites de la esbeltez

Diagrama de momento	Expresión matemática de λ límite	Valor de λ límite
 $M_1 = M_2$	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 M_1 / M_2$	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25$ $\lambda \text{ límite} = 20$
 $M_1 = 0$	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 M_1 / M_2$	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 \cdot 0 / M_2$ $\lambda \text{ límite} = 45$
 $-M_1 = M_2$	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 M_1 / M_2$	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 (M_1 / -M_1)$ $\lambda \text{ límite} = 45 + 25$ $\lambda \text{ límite} = 70$
Si M_1 / M_2 tienden a cero	$\lambda \text{ límite} = 45 - 25 (M_1 / M_2)$ con límite M_1 / M_2 $M_1, M_2 \rightarrow 0$	$\lambda \text{ límite} = 45$

El último caso corresponde a la columna centrada sometida a compresión simple. En este caso, se adopta el valor de $\lambda = 45$.

a. Obtención de la excentricidad adicional f para valores de $\lambda \leq 70$.

Se considera que la excentricidad adicional se obtiene como la suma de otras dos excentricidades. Existe una excentricidad f_C que depende, como hemos indicado, de la posición de la carga.

Asimismo, por efectos constructivos, debemos considerar a la excentricidad que se denomina excentricidad producida por errores en la construcción **ev**.

Obtención de la excentricidad adicional

a	f para valores de $\lambda \leq 70$	 Columnas de esbeltez moderada
b	ek para valores de $\lambda > 70$	 Columnas de gran esbeltez

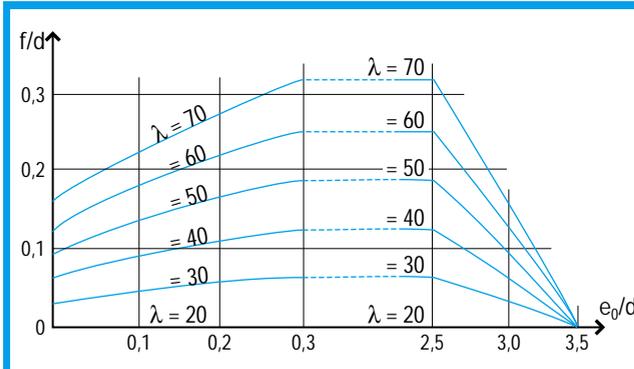


Entonces:

$$f = f_c + ev$$

$$ev = s_k / 300 \text{ (de acuerdo con el artículo 17.4.6. Proyecto CIRSOC 201)}$$

El valor de f se puede determinar mediante el siguiente gráfico. En el eje de las abscisas están representados los valores de e_0/d y en el de las ordenadas f/d .



Determinación del valor de la excentricidad adicional f

La observación del gráfico nos permite concluir que:

- El valor máximo de e_0/d es 3,5. Por lo tanto, para valores mayores a 3,5 no se considera el momento de segundo orden. En este caso, la columna se dimensiona a la flexo-compresión con momento de primer orden.
- El valor máximo de λ es 70. Esto significa que para $\lambda > 70$ existe una gran esbeltez, por lo que el procedimiento de cálculo es diferente.

El valor de f también se puede hallar mediante fórmulas (artículo 17.4.3. CIRSOC 201):

Valores de f		
$0 \leq e_0 / d < 0,30$	$d \cdot (\lambda - 20/100) \sqrt{0,10 + e_0 / d} \geq 0$	$\lambda = s_k / i > 20$
$0,30 \leq e_0 / d < 2,50$	$d \cdot (\lambda - 20/160) \geq 0$	e es la máxima excentricidad prevista bajo cargas de servicio, en el tercio central de la longitud de pandeo. d es la dimensión de la sección transversal en la dirección de pandeo.
$2,50 \leq e_0 / d < 3,50$	$d \cdot (\lambda - 20/160) (3,5 - e_0/d) \geq 0$	

El valor de e_0 corresponde a la excentricidad debido a las cargas de servicio en el tercio central de la barra de longitud s_k .

El valor de la excentricidad e_0 se considera en el tercio central de la pieza, ya que en esa sección se produce la mayor deformación lateral.

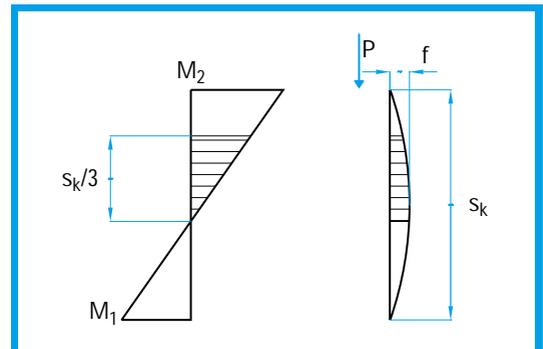
En el caso que la sustentación de los bordes sea empotrado–empotrado y con un diagrama de momento lineal, el valor de e_0 en el tercio medio se obtiene mediante la siguiente expresión matemática:

$$M_0 = P \cdot e_0 \text{ (Se considera en el tercio central de la longitud de pandeo)}$$

$$e_0 = (0,65 \cdot M_2 + 0,35 M_1) / P$$

Donde:

- $|M_2| > |M_1|$ y M y P corresponden a las cargas de servicio.



Deformación lateral; zona crítica



Para el caso de un extremo articulado y el otro elásticamente empotrado:

$$M_0 = P \cdot e_0 \quad \text{siendo} \quad e_0 = (0,60 \cdot M_2) / P$$

b. Obtención de la excentricidad adicional e_k para valores de $\lambda > 70$

Si la esbeltez es muy grande, significa que el momento de segundo orden también lo es y si, además, $e_0/d < 2$, entonces el momento de segundo orden se incrementa aún más.

En este caso, la influencia de la fluencia lenta sobre la capacidad de las columnas de hormigón armado es importante (artículo 17.4.7. CIRSOC 201). Asimismo, se ha de considerar la excentricidad provocada por cuestiones no previstas y por las desviaciones inevitables motivadas por factores de la construcción.

La suma de ambas excentricidades se denomina **deformación remanente por fluencia, e_k** .

La determinación del valor de e_k se puede hacer mediante un diagrama o a través de fórmula.

◆ **Cálculo de e_k mediante diagrama.** Se desarrolla en dos pasos.

1. Se calcula el valor de $\sigma\phi = P\phi / S_b$

Donde:

- $P\phi$ es la carga axil si que actúa durante la mayor parte de la vida útil del elemento estructural. Puede tomarse igual al 70 % de la carga de servicio, no menor que la carga permanente.
- S_b es la sección de la barra del hormigón igual a $b \cdot a$
- λ es la esbeltez.

• E_b es el módulo de elasticidad del hormigón.

2. Con estos valores, se calcula $\sigma\phi \cdot \lambda^2 / E_b$

El valor de $\sigma\phi \cdot \lambda^2 / E_b$ se lleva sobre la ordenada del siguiente gráfico:

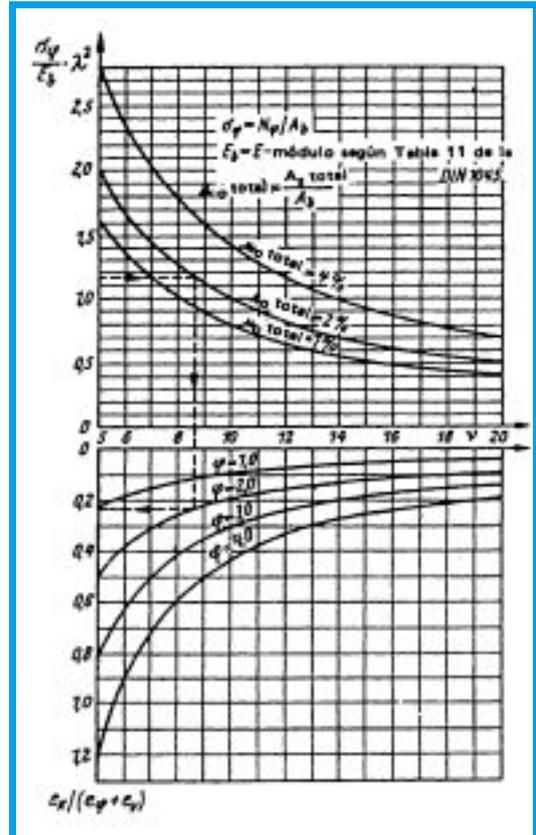


Gráfico de cálculo de e_k

El valor $\sigma\phi \cdot \lambda^2 / E_b$ se proyecta en forma horizontal hasta la curva de la cuantía geométrica adoptada μ_0 . Este valor se proyecta en forma vertical hasta encontrar el valor de ϕ en los gráficos de la parte inferior.

El valor de ϕ se proyecta en forma horizontal



hasta la ordenada, donde se determina el valor de:

$$e_k / (e\varphi + e\nu) = x$$

$$e_k = x \cdot (e\varphi + e\nu)$$

Donde:

- $e\varphi$ es la excentricidad debida a la carga $P\varphi$ que provoca el escurrimiento en el tercio central s_k
- $e\nu$ es la excentricidad constructiva e $\nu = s_k / 300$.

◆ Determinación de e_k mediante fórmula.

La expresión matemática que permite calcular el valor de e_k es:

$$e_k = (e\varphi + e\nu) (2,718^k - 1), \text{ siendo}$$

Donde:

- 2,718 es la base de ln.
- $k = 0,8 \varphi / (\nu - 1)$
- $\nu = P \cdot E / P\varphi$ es la seguridad al pandeo, referida a la carga de pandeo de Euler.

$$\nu = (\pi^2 \cdot E \cdot J) / (s_k^2 \cdot P\varphi)$$

Donde:

- $P\varphi$ se toma en valor absoluto
- $E \cdot J = (0,6 + 20 \mu_{0\text{tot.}}) \cdot E_b \cdot J_b$

El valor de e_k se puede hallar con suficiente exactitud mediante una fórmula más simple:

$$e_k = \frac{(e\varphi + e\nu) \cdot 0,8 \varphi}{\nu - 1 - 0,4 \varphi}$$

Dado que este cálculo para la determinación de e_k es engorroso, sugerimos el uso del diagrama anterior.

Con el valor de $e\varphi$ y de e_k podemos hallar el momento de segundo orden que nos permitirá encontrar los coeficientes adimensionales

m y n y el grado mecánico w_0 , con los cuales dimensionaremos la armadura.

Expresión matemática del momento de segundo orden M_{II}

$$M_{II} = P \cdot (e\varphi + e_k)$$

Determinación de los coeficientes adimensionales m y n

Con el valor de M_{II} y de P se calculan, respectivamente, los coeficientes adimensionales m y n :

$$m = M_{II} / (b \cdot d^2 \cdot \beta r)$$

$$n = P / (b \cdot d \cdot \beta r)$$

Determinación del grado mecánico $w_{0\text{total}}$

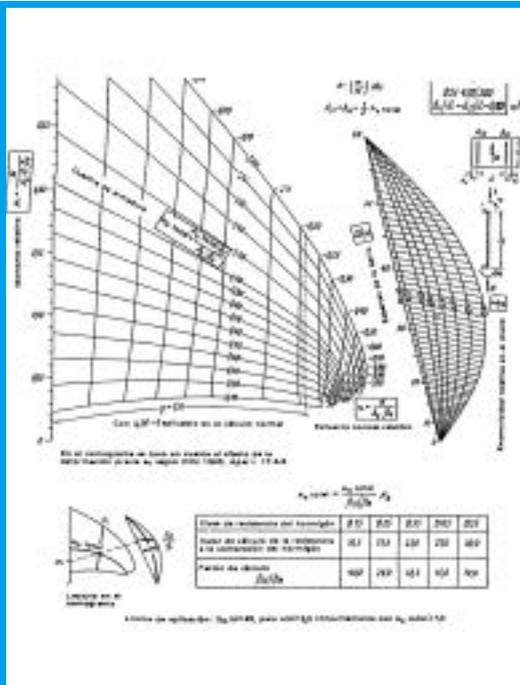
Con los valores de los coeficientes adimensionales m y n se entra en el nomograma⁴⁵ (en función de la tensión del acero y de la relación d_1/d de flexo-compresión con efecto de segundo orden⁴⁶ del siguiente modo:

- En la ordenada izquierda marcamos el valor de m .
- Sobre la recta inclinada derecha, consideramos el valor de sk/d ,
- A partir del valor sk/d , se sigue la línea inclinada hasta encontrar el valor de e/d .
- Se une este punto con el valor de m . Por la intersección de estas dos rectas pasa la curva que da el valor de $w_{0\text{total}}$.

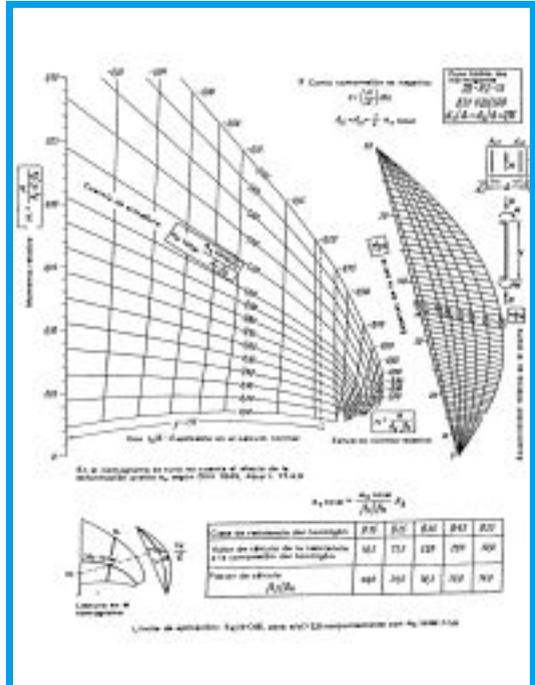
⁴⁵ Nomograma: Representación gráfica que permite realizar con rapidez cálculos numéricos aproximados. (Diccionario de la Real Academia Española).

⁴⁶ Existen varios nomogramas que dependen de la tensión del acero y de la relación d_1/d .





Nomograma para el cálculo de la barra estándar con $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d - d_2/d = 0,10$



Nomograma para el cálculo de la barra estándar con $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d - d_2/d = 0,15$

Cálculo de las armaduras

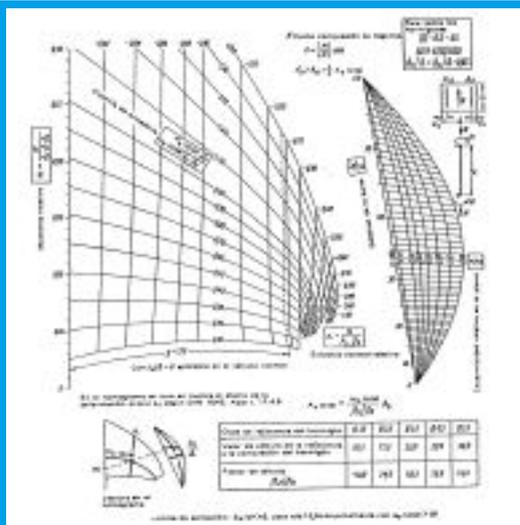
Se hallan las armaduras simétricas:

$$A_{s1} = (1/2 \cdot w_{0total} \cdot b \cdot d \cdot \beta_r) / \beta_{st}$$

$$A_{s2} = (1/2 \cdot w_{0total} \cdot b \cdot d \cdot \beta_r) / \beta_{st}$$

Como se puede apreciar, el cálculo de columna para una esbeltez mayor que 70 no es simple; por este motivo, a los efectos de nuestra situación problemática inicial planteada por el señor Mohre, sugerimos que las columnas diseñadas tengan un grado de esbeltez $\lambda < 70$. No obstante, nosotros planteamos más adelante una situación de columna con $\lambda > 70$.

Mediante los siguientes diagramas de flujo, presentamos los procedimientos de cálculo correspondientes a ambos casos:



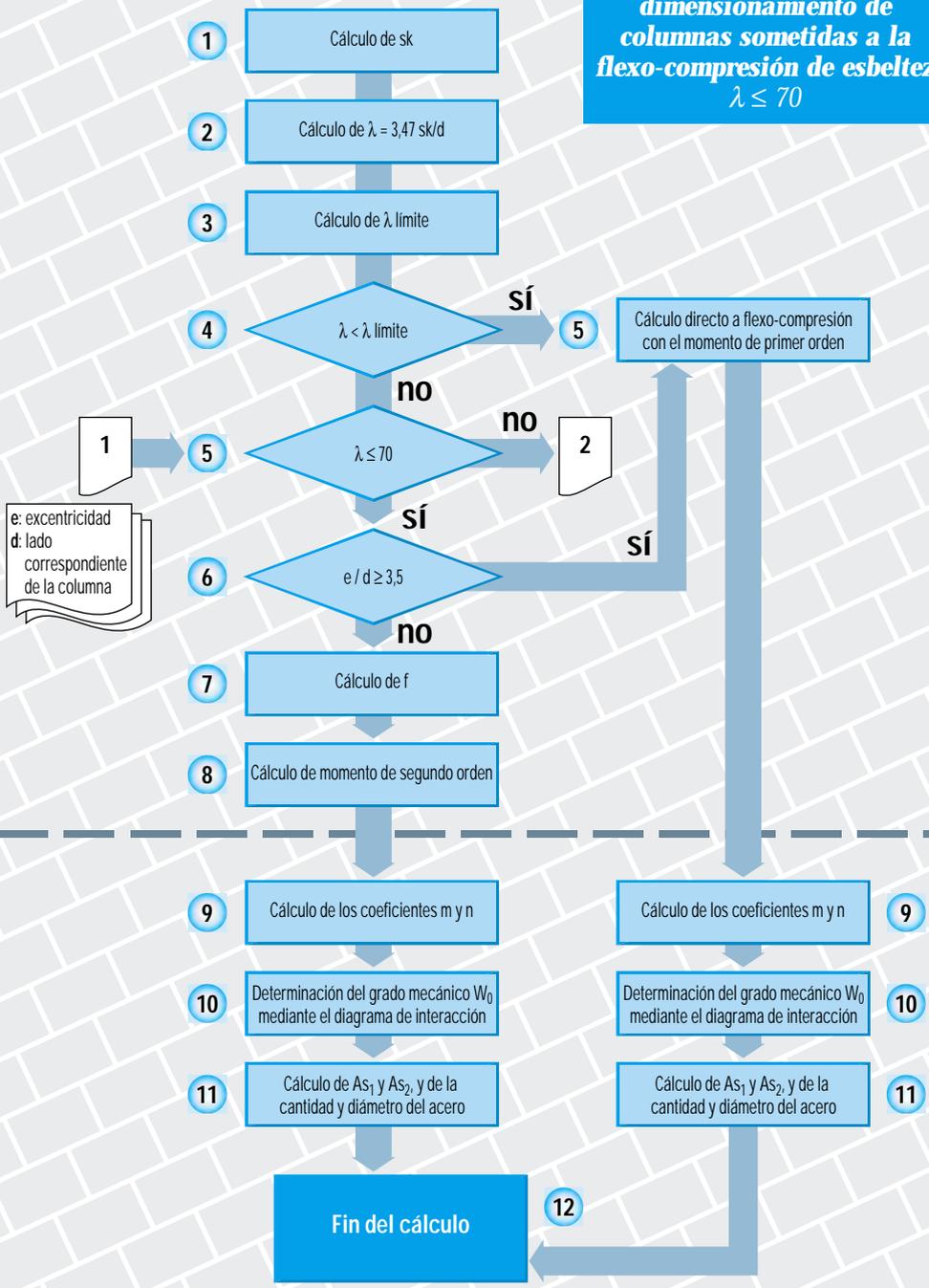
Nomograma para el cálculo de la barra estándar con $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d - d_2/d = 0,05$



Procedimiento para el dimensionamiento de columnas sometidas a la flexo-compresión de esbeltez $\lambda \leq 70$

Determinación de las solicitaciones

Dimensionamiento

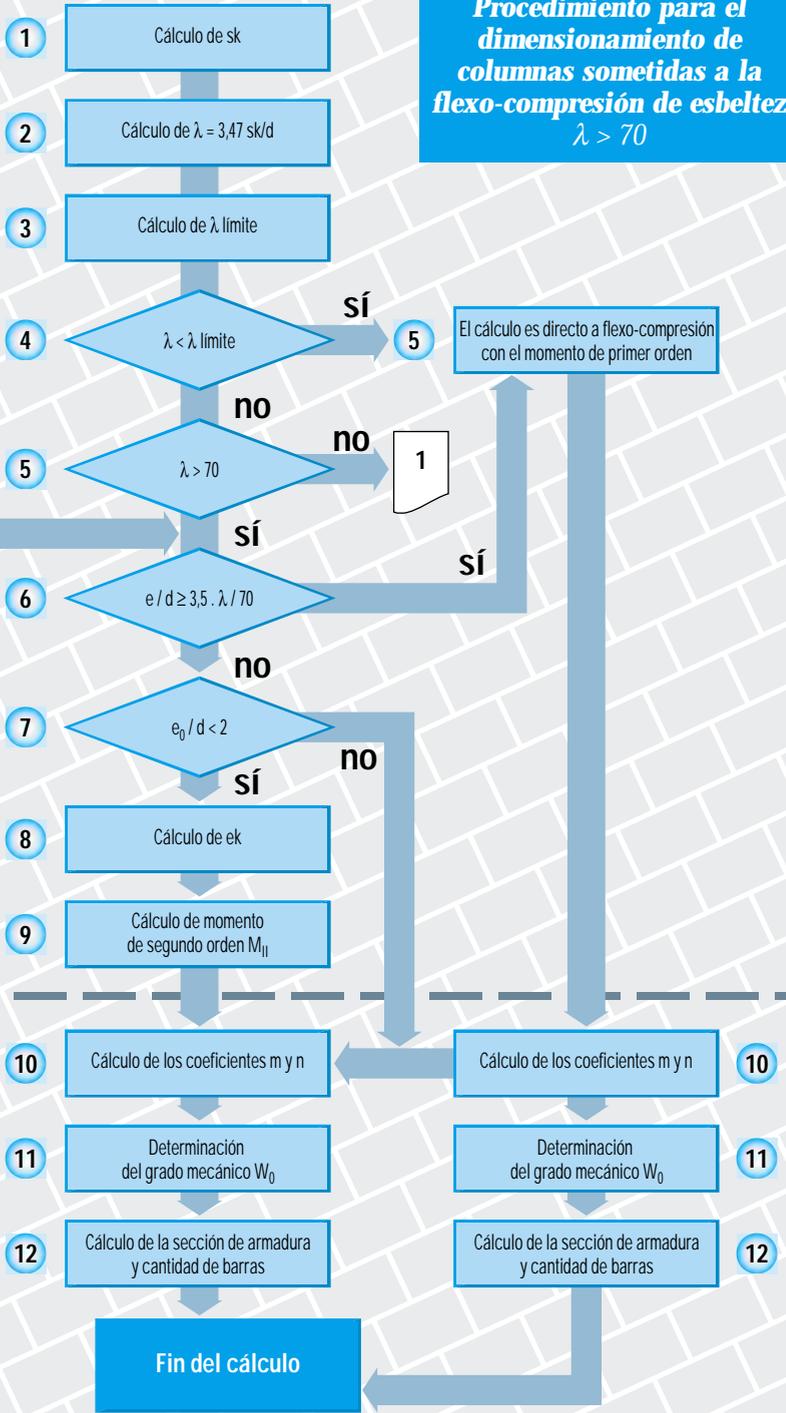


Procedimiento para el dimensionamiento de columnas sometidas a la flexo-compresión de esbeltez $\lambda > 70$

Determinación de las solicitaciones

Dimensionamiento

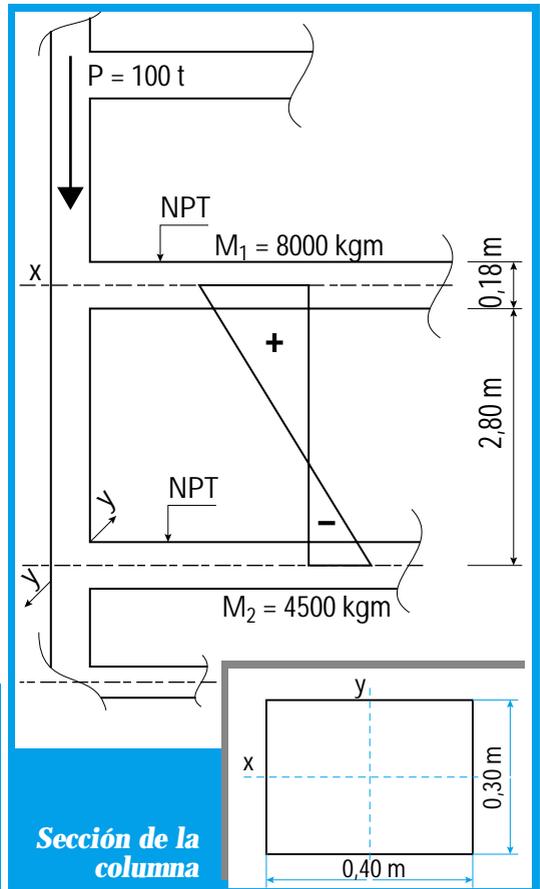
e: excentricidad
d: lado correspondiente de la columna



Dado que la temática de este capítulo no resulta simple para el aprendizaje de los alumnos y, por lo general, los estudiantes presentan dificultades para entender el procedimiento fundamentalmente, cuando se lo estudia sólo desde la teoría-, conviene plantear y resolver un problema; es decir, dar los datos y todas las condiciones para que los alumnos entiendan los aspectos conceptuales desde la realización de los cálculos.

A veces, un concepto se puede comprender desde el análisis de una simple expresión matemática o bien desde un procedimiento matemático. Por eso, en este caso, insistimos en plantear y resolver problemas antes de pasar a las situaciones problemáticas.

Analicemos cómo es resuelto el problema 6.6.

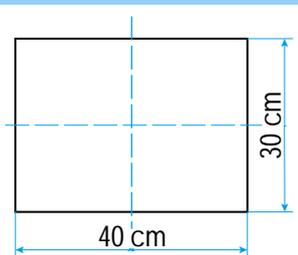


Sección de la columna

Actividad 6.6

Podemos plantear a los alumnos un problema de columna sometida a la flexo-compresión con esbeltez menor a 70

Una columna rectangular de borde articulado-articulado ubicada sobre el segundo piso de un edificio multifamiliar, recibe una carga de los pisos superiores de 100 t. La altura libre entre piso y piso es de 2,80 m; el espesor total de piso y techo es de 0,18 m. Calcular la sección de armadura.

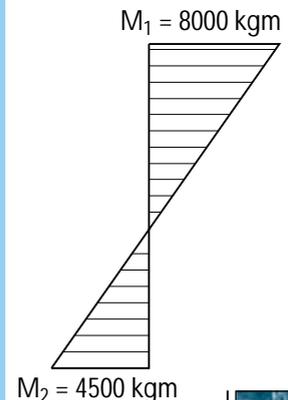


Sección de la columna

Diagrama de momento -lineal debido a las vigas-

Por razones arquitectónicas, las dimensiones de la columna son $0,30\text{ m} \times 0,40\text{ m}$ y se fijan las siguientes tensiones:

$$\begin{aligned} \beta_r &= 140\text{ kg/cm}^2 \\ \beta_{st} &= 4200\text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$



Consideremos, ahora, a qué tipo de sollicitación dimensionamos la columna, siguiendo los diagramas de flujo:

1. Cálculo de s_k , longitud de pandeo⁴⁷

Como la condición de borde de la columna es articulado-articulado, entonces:

$$s_k = \beta \cdot l_c$$

$$s_k = 2,80 + 0,18 \text{ m ; siendo } \beta = 1$$

$$s_k = \mathbf{2,98 \text{ m}}$$

2. Cálculo de λ , esbeltez

Se calcula respecto de ambos ejes x-x e y-y.

Esbeltez respecto del eje y-y:

$$\lambda_y = (3,47 \cdot 2,98 \text{ m}) / 0,30 \text{ m}$$

$$\lambda_y = \mathbf{34,46}$$

Esbeltez respecto del eje x-x

$$\lambda_x = 3,47 \cdot 2,98 \text{ m} / 0,40 \text{ m}$$

$$\lambda_x = \mathbf{25,9}$$

3. Cálculo de λ límite

$$\lambda_x \text{ límite} = 45 - 25 M_2 / M_1$$

$$\lambda_x \text{ límite} = 45 - 25 (-4500 \text{ kgm} / 8000 \text{ kgm})$$

$$\lambda_x \text{ límite} = 45 - 25 (-0,56)$$

$$\lambda_x \text{ límite} = 59 > \lambda_x$$

$$\lambda_x \text{ límite} = \mathbf{25,9}$$

$$\lambda_y \text{ límite} = 45 - 25 M_2 / M_1$$

$$\lambda_y \text{ límite} = 45 - 25 \cdot 0 / 0$$

$$\lambda_y \text{ límite} = \mathbf{45} > \mathbf{34,5}$$

4. Verificación de $\lambda < \lambda$ límite

Como en ambas direcciones $\lambda < \lambda$ límite, entonces no se considera el efecto de pandeo en ninguno de los dos planos.

⁴⁷La numeración corresponde a los pasos del diagrama de flujo: Procedimiento para el dimensionamiento de columnas sometidas a la flexo-compresión de esbeltez $\lambda \leq 70$.

En el plano x-x hay flexo-compresión y en el plano y-y sólo se presenta compresión simple.

Respondida la pregunta inicial, pasamos al dimensionamiento.

9. Cálculo de los coeficientes m y n

En el plano x-x existe flexo-compresión. Calculamos los coeficientes adimensionales:

$$m = M_1 / (b \cdot d^2 \cdot \beta_r)$$

$$m = 800\,000 \text{ kgcm} / [30 \text{ cm} \cdot (40 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2]$$

$$m = 0,12$$

$$n = P / (b \cdot d \cdot \beta_r)$$

$$n = 100\,000 \text{ kg} / [30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2]$$

$$n = \mathbf{0,59}$$

10. Determinación del grado mecánico w_0

Consideramos el diagrama de interacción para $B_{st} 42/50$ y $d_1/h = 0,10$ con armadura simétrica.

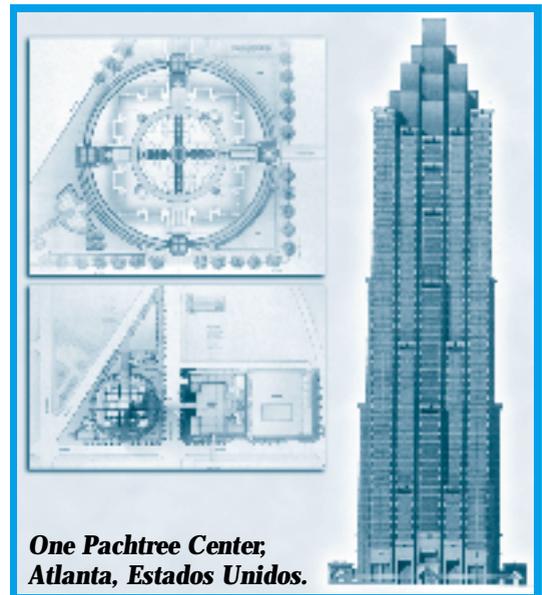


Diagrama para el dimensionamiento de secciones rectangulares, con armadura simétrica
 $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d = 0,10$

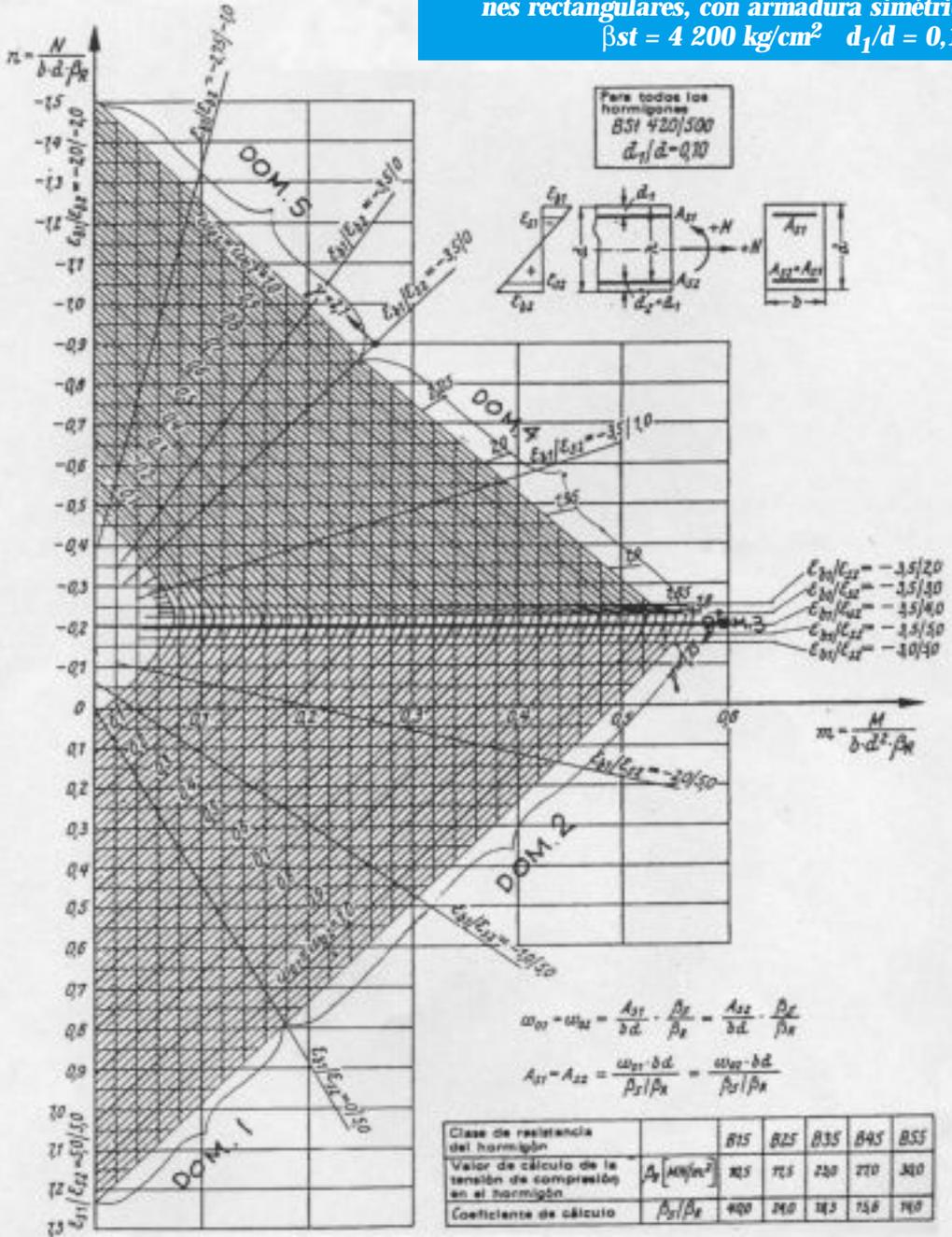


Diagrama para el dimensionamiento de secciones rectangulares, con armadura simétrica
 $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d = 0,05$

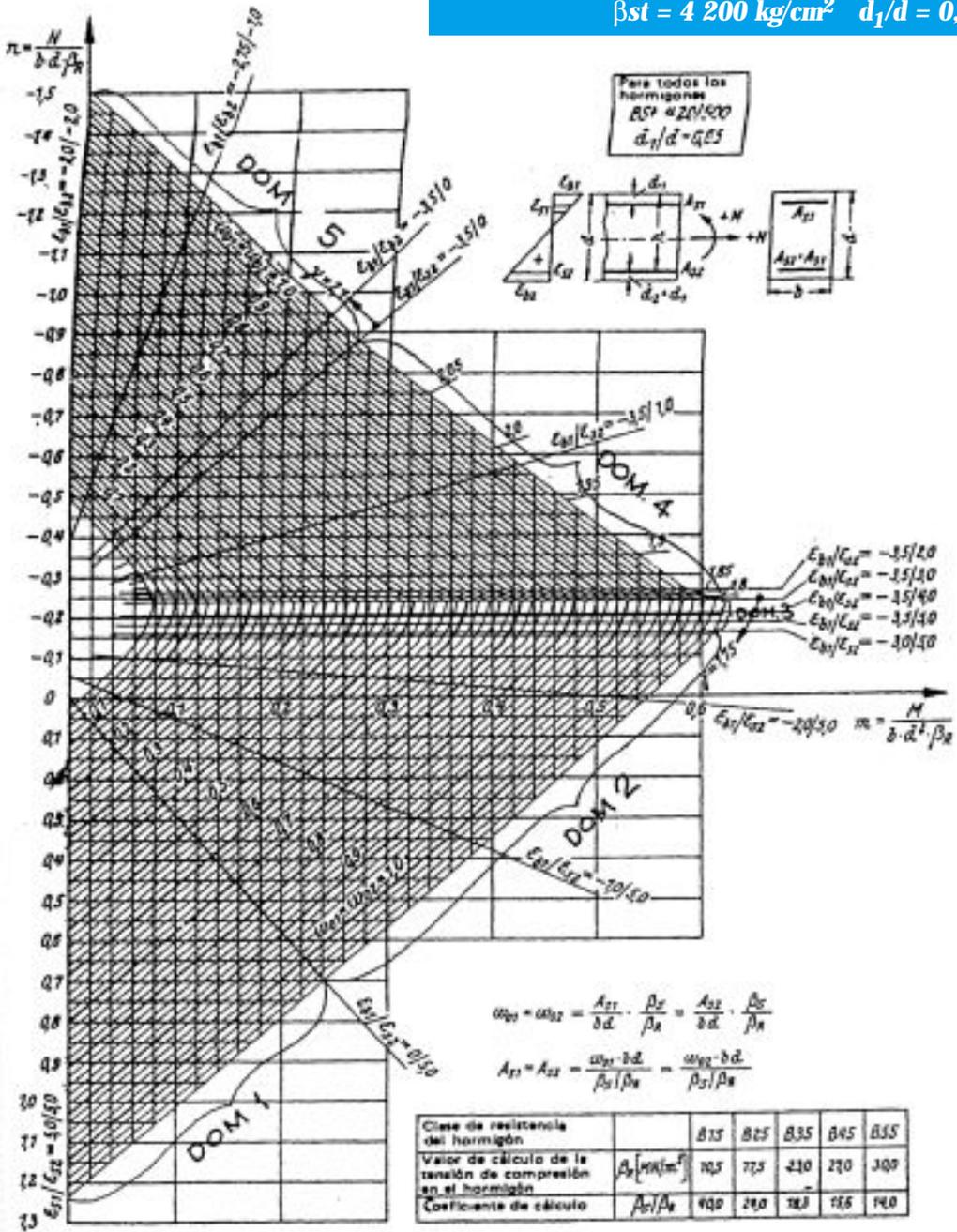


Diagrama para el dimensionamiento de secciones rectangulares, con armadura simétrica
 $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d = 0,15$

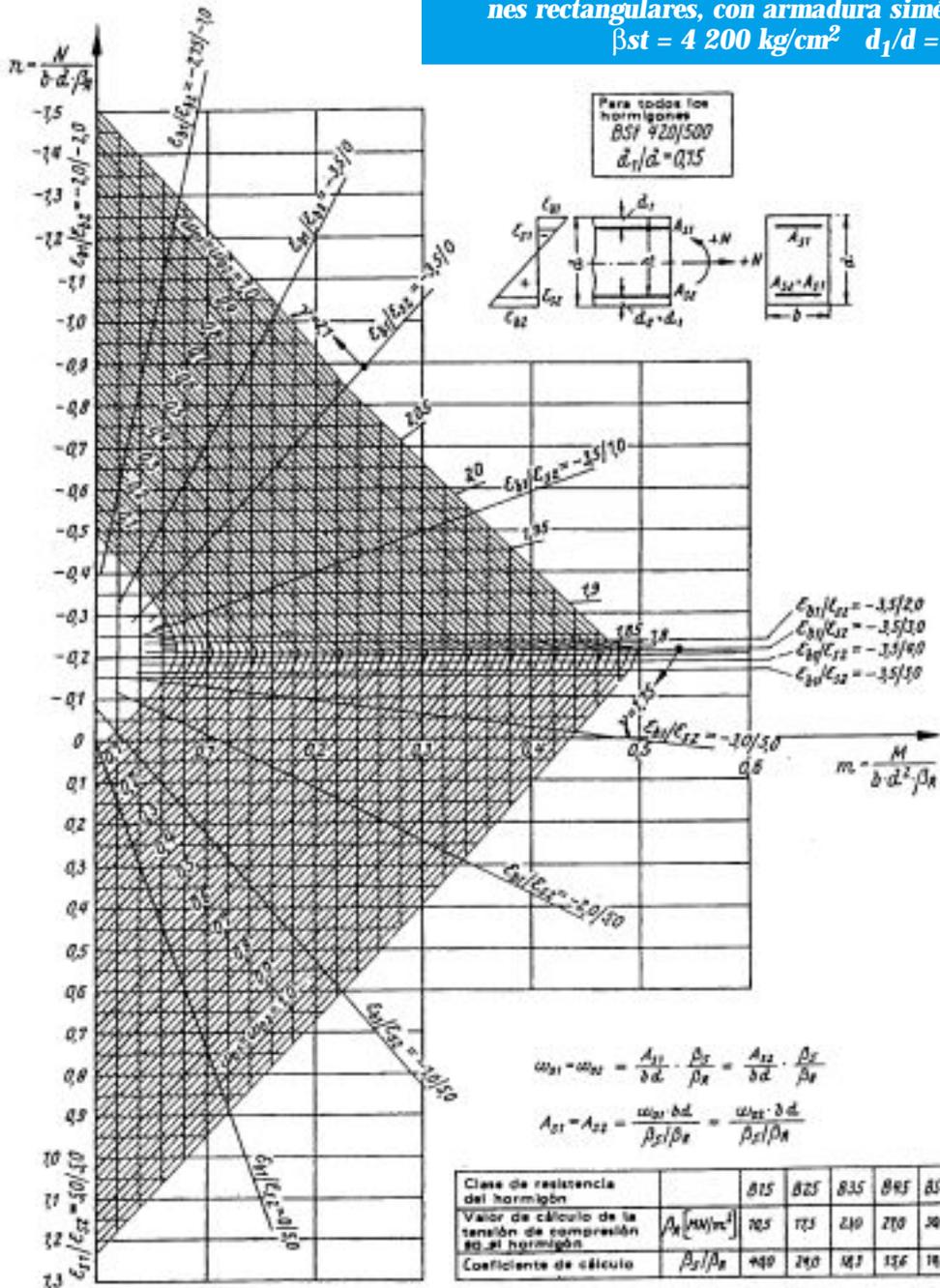
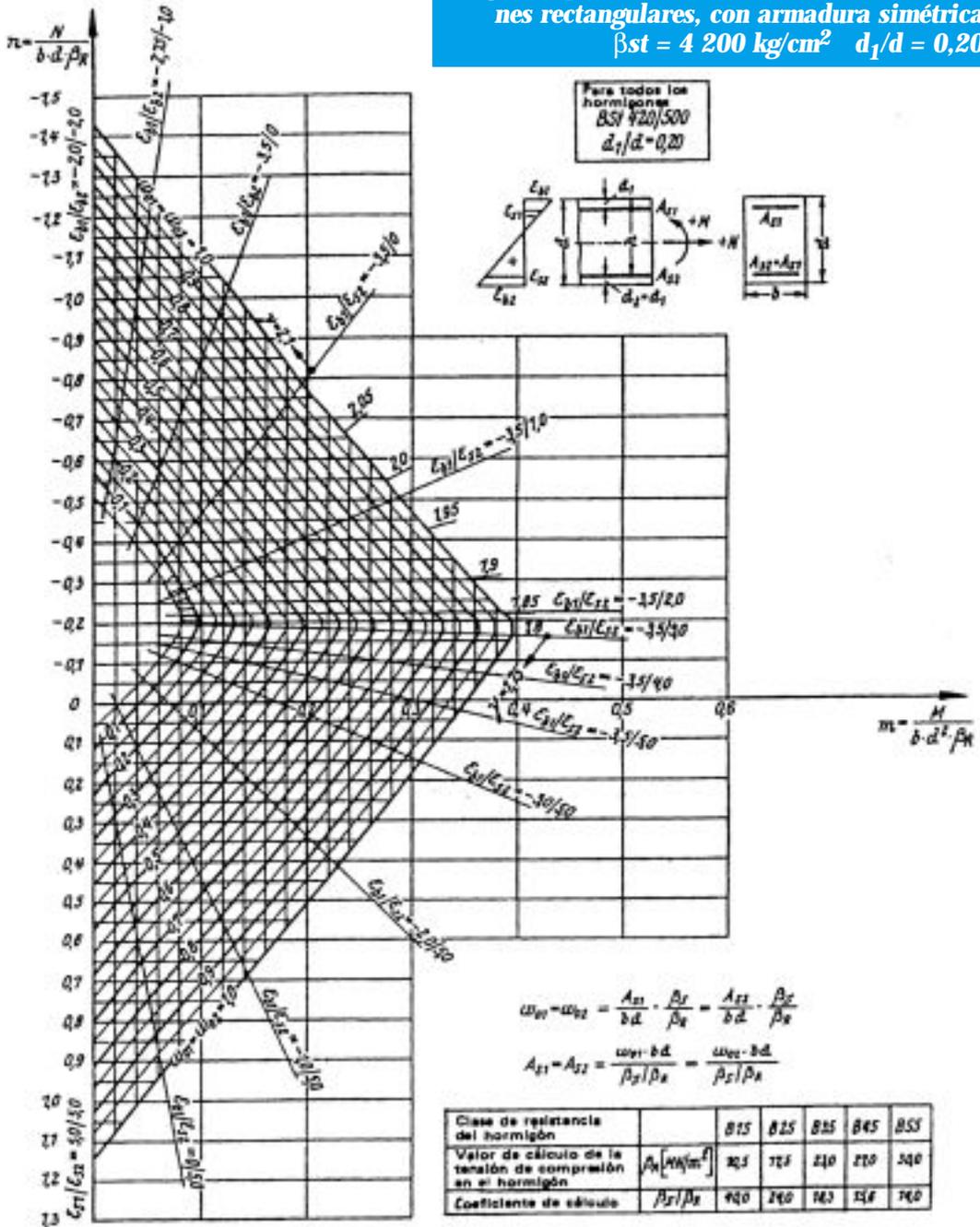


Diagrama para el dimensionamiento de secciones rectangulares, con armadura simétrica
 $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ $d_1/d = 0,20$



En el eje de abscisa marcamos el valor de $m = 0,12$ y en la ordenada $n = 0,59$; en la intersección de las perpendiculares a los ejes trazados por dichos valores y la curva oblicua obtenemos el valor de w_0 (grado mecánico), $w_0 = 0,44$.

11. Cálculo de la armadura y cantidad de barras

$$A_{S1} = A_{S2}$$

$$A_{S1} = (w_0 \cdot b \cdot d \cdot \beta_r) / \beta_{st}$$

$$A_{S1} = (0,44 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2) / 4 \text{ 200 kg/cm}^2$$

$$A_{S1} = 17,6 \text{ cm}^2 \text{ Adoptamos } 6 \phi 20 \quad A_{S1 \text{ real}} = 18,84 \text{ cm}^2$$

$$A_{S2} = 17,6 \text{ cm}^2 \text{ Adoptamos } 6 \phi 20 \quad A_{S1 \text{ real}} = 18,84 \text{ cm}^2$$

En el plano y-y se produce un esfuerzo de compresión simple.

En el caso de columnas sometidas a compresión pura, la cuantía (mecánica y geometría) permite establecer la relación de capacidad resistente entre el acero y el hormigón.

La Norma fija valores límites, inferiores y superiores de las cuantías geométricas.

Estos límites son:

Cuantía geométrica. Se define como el cociente entre la sección de la armadura y la sección del hormigón.

$$\mu = A_S / A_b$$

Donde:

- A_S es la sección de la armadura.
- A_b es la sección del hormigón.

En porcentaje:

$$\mu = (A_S / A_b) \cdot 100$$

Cuantía mecánica. Se define como el cociente entre la resistencia del acero y la resistencia del hormigón.

$$w = (A_S \cdot \beta_{st}) / (A_b \cdot \beta_r)$$

También se puede definir como:

$$w = (\mu \cdot \beta_{st}) / \beta_r$$

Valores límites de μ	Límite inferior %	Límite superior %
		0,80

Volviendo al cálculo de la armadura en el plano y-y, dado que en él la columna está sometida a compresión simple, alcanza con verificar los valores de las cuantías:

$$\begin{array}{r}
 6 \phi 20 \text{ ————— } 18,84 \text{ cm}^2 \\
 6 \phi 20 \text{ ————— } 18,84 \text{ cm}^2 \\
 A_{Sr} \text{ (total)} = 37,68 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

$$A_b = 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm}$$

$$A_b = 1.200 \text{ cm}^2$$

$$\mu = (A_{Sr} / A_b) \cdot 100$$

$$\mu = (37,68 \text{ cm}^2 / 1.200 \text{ cm}^2) \cdot 100$$

$$\mu = 3,14 \%$$

Como $9 \% > 3,14 \% > 0,80 \%$, entonces la armadura calculada para la dirección x-x resiste la compresión simple en la dirección y-y.

Respecto de los estribos. Como la armadura longitudinal tiene un diámetro $\phi 20$, la Norma permite

En el caso de columnas de lados mayores a 40 cm, se hace necesario colocar estribos compuestos que abracen a las barras laterales y que, de este modo, impidan su movimiento

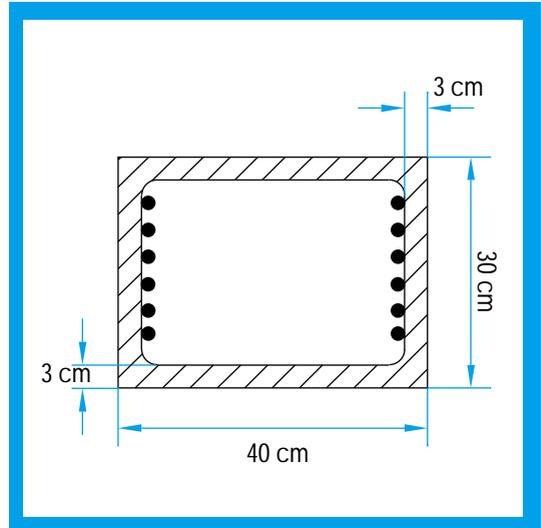


usar estribos de $\phi_e = 6$. Pero, como la columna tiene un lado > 30 cm, conviene colocar $\phi_e = 8$ para que tengan rigidez, impidiendo así el desplazamiento lateral de las barras longitudinales, de manera especial de las barras no próximas a las esquinas.

Para la separación, consideramos $12 \cdot \phi$ de la armadura longitudinal o bien el menor lado de la columna $d = 30$ cm. De ambos es determinante optar por el menor valor.

$$\text{sep} = 12 \cdot 20 \text{ mm}$$

$$\text{sep} = 24 \text{ cm}$$



Actividad 6.7

Es interesante que sus alumnos encaren un problema como éste:

En un edificio de vivienda multifamiliar de planta baja y cuatro pisos, una columna indesplazable ubicada en la medianera entre el segundo y tercer piso recibe una carga de 85 t. La luz libre entre nivel y nivel es de 2.60 m y el espesor de las losas de 0.20 m. Por razones arquitectónicas, el lado mayor de la columna es de 0.45 m.

- **¿Qué tipo de esfuerzo debemos considerar en la verificación de la columna?**
- **¿Cómo obtenemos la carga a la que está sometida la columna?**
- **¿Qué calidad de hormigón y de acero podemos usar? ¿Cómo los identificamos? Un lado de la columna es dato, ¿cómo determinamos el otro lado de la columna?**

Es posible plantear la misma actividad pero respecto de una columna interna y de otra ubicada en una esquina

Análisis de carga

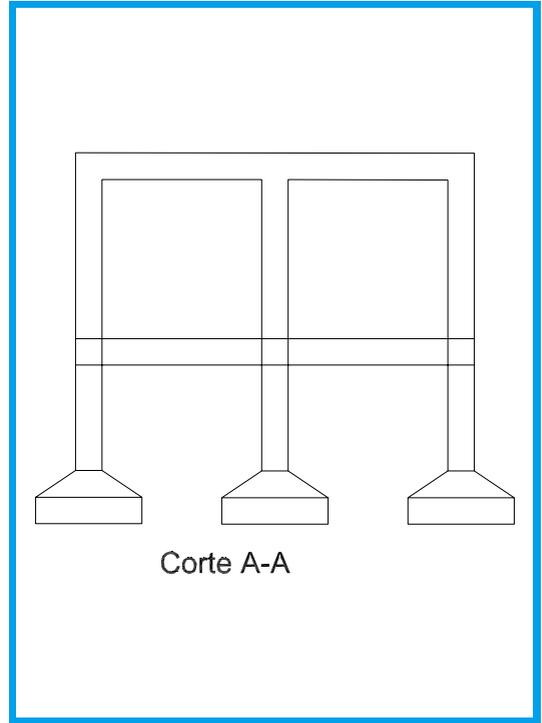
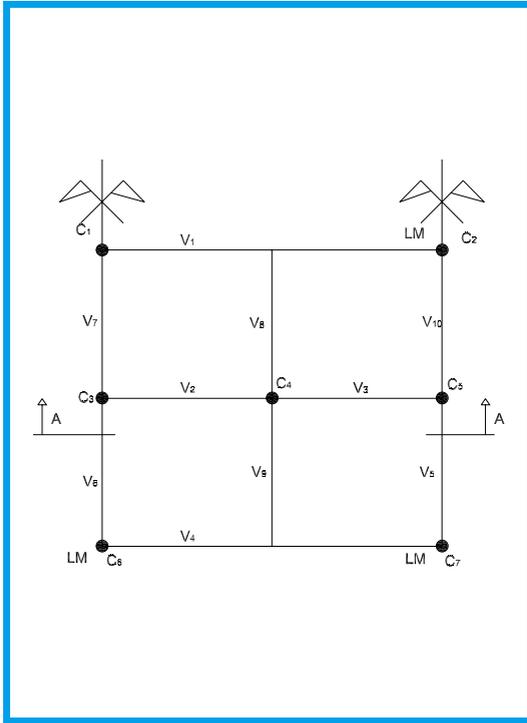
En los problemas que hemos resuelto, como dato figura la carga que recibe la columna. Lo hemos planteado así por razones didácticas; pero, el futuro diseñador y calculista de estructuras sabe que es él quien debe determinar el valor de dicha carga. Por tal motivo, presentamos aquí, el análisis de carga de una estructura simple.

Según la posición que ocupen las columnas en el diseño de la estructura de un edificio, se clasifican en :

- columnas internas,
- columnas de borde (en la línea de medianera),
- columnas de borde en esquina (en dos líneas de medianeras concurrentes).

En todos los casos, el análisis de las cargas que soportan las columnas es fundamental al momento del dimensionamiento.





1. Determinación de la posición de cada una de las columnas:

- La columna C_4 es una columna interna.
- La columna C_3, C_5, C_6 y C_7 son columnas de borde.
- C_1 y C_2 son columnas de borde en esquina.

2. Determinación de las cargas que reciben las columnas (consideramos solamente una columna de cada caso)

C_3 recibe las siguientes cargas:

- Reacciones de las vigas V_2, V_7 y V_6 .
- Carga de la columna C_3 sobre el primer piso.
- Peso propio de C_3 .

El peso propio se lo considera en el pie de la respectiva columna.

C_4 recibe:

- Reacciones de V_2, V_3, V_8 y V_9 .
- Carga de la columna C_4 sobre el primer piso.
- Peso propio de C_4 .

C_1 recibe:

- Reacciones de V_1 y V_7 .
- Carga de la columna C_1 sobre el primer piso.
- Peso propio de C_1 .

Solicitaciones

De acuerdo con el artículo 15.4.2 del CIRSOC 201, en estructuras de edificios se podrán despreciar "los momentos flexores originados bajo cargas verticales en columnas interiores unidas rigidamente a vigas y losas de hormigón armado, siempre que todas las



fuerzas horizontales, bajo cargas de servicio, sean absorbidas por tabiques de arriostramiento”.

En cuanto a las columnas de borde, “siempre se tendrán que verificar como pies de pórticos unidos rigidamente con losas, vigas o vigas placas”.

Consideramos una de las columnas de borde ubicada en planta baja, por ejemplo C₃.

Por tratarse de una columna de borde, debemos considerar el efecto de pórtico debido a la unión con la viga V₂.

La Norma DIN 1045 y el CIRSOC 201 establecen la obligatoriedad de considerar empotramientos en cada nudo de borde y la transferencia de los momentos de las vigas a las columnas.

En nuestro caso, el momento en el extremo de la viga V₂ se transfiere a la columna.

En el nudo de la columna de borde no existe continuidad de la viga; es la columna la que toma los momentos.

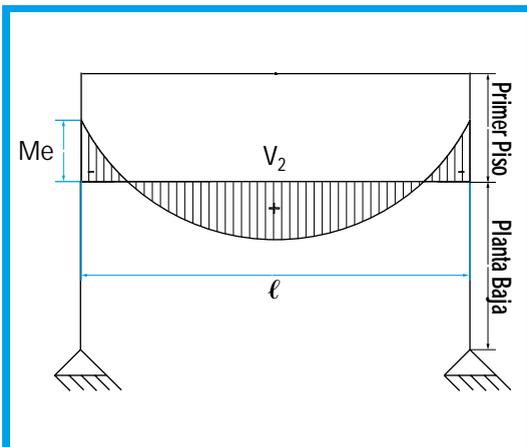


Diagrama de momento flexor en la viga V₂

Distribución del momento de la viga a la columna

Distribución del momento de la viga a la columna

- 1 Momento ideal de empotramiento en el apoyo exterior de la viga
- 2 Factores de rigidez
 - Nudo de baja rigidez
 - Nudo muy rígido
- 3 Distribución del momento de la viga a la columna
 - En el apoyo externo de la viga
 - En la cabeza de la columna inferior
 - En el pie de la columna superior

1. Momento ideal de empotramiento en el apoyo exterior de la viga

$$M_e = q \cdot \ell^2 / 12$$

Establecido en el artículo 15.4.1.2 del CIRSOC.

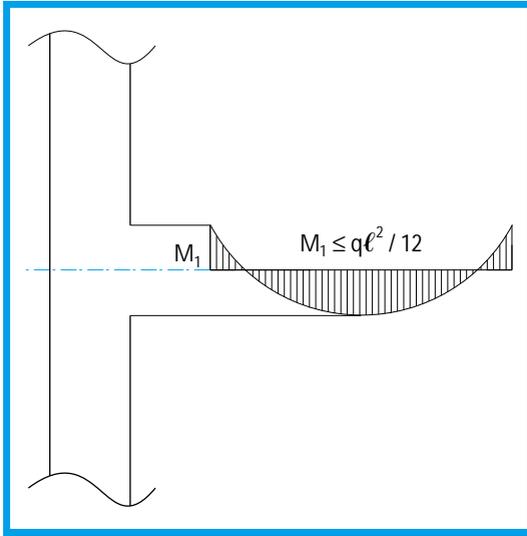
2. Factores de rigidez

El momento Me se reduce en función de la relación de rigidez entre la viga y la columna.

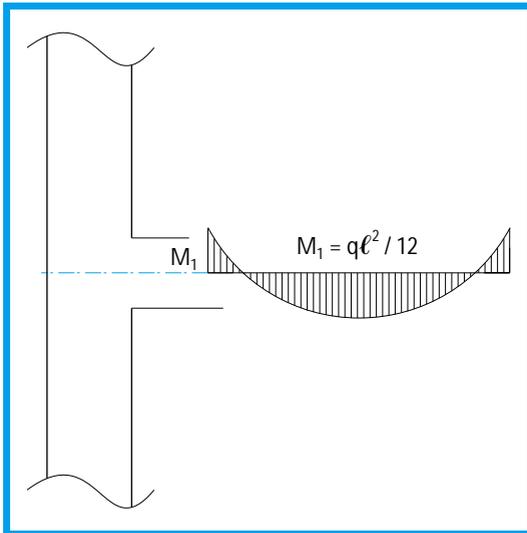
En este sentido, se pueden presentar las siguientes alternativas:

Nudo de baja rigidez. Es el caso de una columna de reducida sección y de una viga de sección elevada; esto implica un empotramiento débil en el nudo.





Nudo muy rígido. Es el caso de una columna que soporta una viga de baja inercia. La columna absorbe los momentos del apoyo.



La Norma DIN 1045 fija un método aproximado de distribución de los momentos de las vigas a las columnas, en función de los denominados factores de rigidez.

Los factores de rigidez se calculan mediante la relación entre los momentos de inercia y las longitudes de los respectivos elementos que concurren al nudo.

Visualización del nudo

Factores de rigidez

$$c_s = \frac{\ell_v}{h_s} \cdot \frac{J_s}{J_v}$$

$$c_i = \frac{\ell_v}{h_i} \cdot \frac{J_i}{J_v}$$

Significado de la notación

ℓ_v : Longitud de la viga.
 h_s : Altura de la columna superior.
 h_i : Altura de la columna inferior.
 J_s : Momento de inercia de la columna superior.
 J_i : Momento de inercia de la columna inferior.
 J_v : Momento de inercia de la viga.

3. Distribución del momento de la viga a la columna

Con los factores de rigidez establecemos la



distribución del momento en los elementos que constituyen el nudo.

En el apoyo externo de la viga: Este momento se distribuye en la columna superior y en la inferior.

$$M_e = M'e \cdot \frac{c_s + c_i}{1 + c_s + c_i}$$

En la cabeza de la columna inferior:

$$M_s = M_e \cdot \frac{c_i}{c_s + c_i}$$

En el pie de la columna superior:

$$M_i = M_e \cdot \frac{c_s}{c_s + c_i}$$

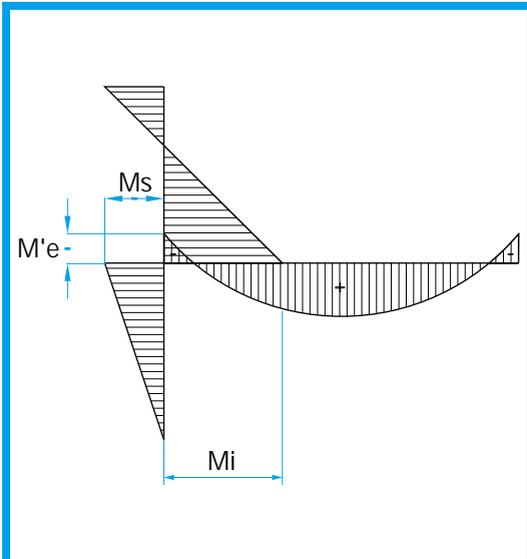


Diagrama final del momento flexor

Si bien la Norma DIN 1045, en su Cuaderno 240, permite el uso de los factores de rigidez para la distribución en los nudos de los momentos de las vigas a las columnas, éstos se ajustan más a materiales homogéneos (acero, madera) que a los heterogéneos (como el hormigón), ya que en los primeros la transferencia de los momentos flexores se produce de acuerdo a la rigidez a la flexión de los elementos.

En el caso del hormigón armado, la transmisión de momentos de la viga a la columna depende de las armaduras y de la sección de hormigón no fisurada.

Según la forma de colocación y la cantidad, en las armaduras podemos fijar momentos internos que equilibren a los momentos externos.

No obstante, seguimos las normativas de la DIN 1045 y del CIRSOC 201. La diferencia que puede existir con los resultados que es posible obtener con métodos exactos (resolución de sistemas hiperestáticos) en el caso del dimensionamiento con el momento de segundo orden de columnas de esbeltez moderada, se ve compensada con el incremento que produce la excentricidad adicional.

En el caso de esbeltez reducida, se puede corregir esta diferencia incrementando los momentos finales en un 30 %.

Profundizamos este tema en el capítulo 8 de este libro.



Actividad 6.8

Le proponemos que plantee a los estudiantes una situación problemática con las siguientes consignas:

- Seleccionamos una planta de un edificio en construcción o ya construido entre medianeras.
- Dibujamos el diseño arquitectónico y el de la estructura.



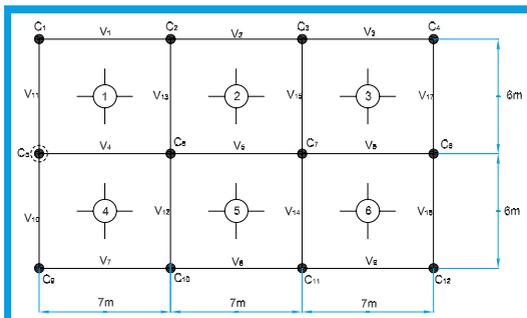
Como usted puede apreciar, en el planteo del problema 6.8, los objetivos que nos proponemos tienen que ver no sólo con el aprendizaje de un procedimiento de cálculo, sino también con las siguientes cuestiones:

- Búsqueda de información.
- Toma de decisión.
- Trabajo autónomo.
- Relevamiento de una planta de arquitectura y el diseño de su estructura.
- Práctica profesionalizante (en condiciones similares a la de su futura realidad laboral).

Consideremos el desarrollo de la solución a esta situación problemática.

Elección de la estructura; diseño arquitectónico y de la estructura

Elegimos la siguiente estructura de un edificio de planta baja y cuatro pisos.



Esquema del nudo de la columna C5

Selección de una columna y dimensionamiento



Consideramos la columna C_5 para su dimensionamiento.

El dimensionamiento implica:

- 1 Determinación de la sección de la columna.
- 2 Cálculo de las cargas actuantes.
- 3 Cálculo del momento de empotramiento de la viga V_4 .
 - 3.1 Cálculo de la distribución del momento de la viga a la columna.
 - 3.2 Determinación de los factores de rigidez.
 - 3.3 Determinación del momento de inercia de la viga (J_{xG} v).
- 4 Cálculo del momento de inercia de la columna.
- 5 Cálculo de factores de rigidez.
- 6 Distribución del momento de la viga en la columna.
- 7 Determinación de la longitud de pandeo (sk).
- 8 Determinación de la esbeltez (λ)
- 9 Cálculo de λ_{lim} .
- 10 Cálculo de la excentricidad relativa (e/d).
- 11 Cálculo de la excentricidad adicional f.
- 12 Cálculo del momento de segundo orden.
- 13 Cálculo de los coeficientes adimensionales m y n.
- 14 Determinación del grado mecánico w_0 .
- 15 Determinación de la sección, y cantidad y diámetro del acero.

Verificación en la dirección x-x

- Seleccionamos una columna de borde que no esté en esquina y que no pertenezca al último piso.
- Dimensionamos la columna seleccionada.

Los únicos datos que damos son:

$P_1 = 60$ t (carga que recibe la columna en el extremo superior).

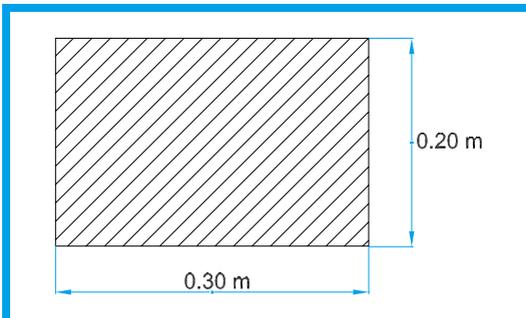
$q_v = 4$ t/m



- 16 Determinación de la longitud de pandeo (sk).
- 17 Determinación de la esbeltez (λ).
- 18 Cálculo de λ_{lim} .
- 19 Cálculo de la relación e/d.
- 20 Cálculo de e_k .
- 21 Cálculo del momento de segundo orden.
- 22 Cálculo de los coeficientes adimensionales m y n.
- 23 Determinación del grado mecánico w_0 .
- 24 Cálculo de la sección de la armadura.

Verificación en la dirección y-y

1. Determinación de la sección de la columna



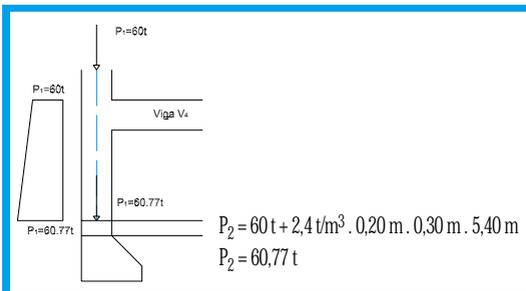
Sección de la columna C5

2. Cálculo de las cargas actuantes

Carga en el borde superior $P_1 = 60 \text{ t}$
 Carga en el borde inferior $P_2 = 60 \text{ t} + pp$

Donde:

- pp es el peso propio de la columna



Podemos preguntar a los alumnos:

- ¿Cómo es el diagrama de carga?
- ¿Qué forma geométrica tiene este diagrama?
- ¿A qué tipo de esfuerzo está sometida la columna en la dirección x-x?
- ¿Existe alguna influencia de la viga sobre la columna?

3. Cálculo del momento de empotramiento de la viga V_4

Las tareas 3 a 15 corresponden a la dirección x-x.

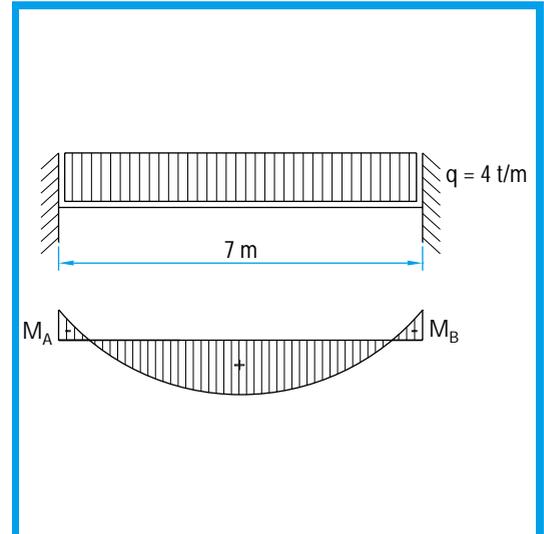
Partimos del supuesto que la viga V_4 está rígidamente empotrada, entonces:

$$M_A = -q \cdot \ell^2 / 12$$

$$M_A = - [4 \text{ t/m} \cdot (7 \text{ m})^2] / 12$$

$$M_A = -16,33 \text{ tm}$$

3.1. Cálculo de la distribución del momento de la viga a la columna



Esquema de carga V_4 y diagrama de momento flexor



3.2. Determinación de los factores de rigidez

Entre la columna y la viga que concurre al nudo A existe una relación de rigidez que permite la reducción del momento M_A de la viga y su posterior distribución en la columna (borde superior e inferior).

Para ello, usamos la siguiente relación entre las longitudes de las barras (columna-viga) con sus respectivos momentos de inercia.

$$c_s = \frac{l_v}{h_s} \cdot \frac{J_s}{J_{XGV}}$$

$$c_i = \frac{l_v}{h_i} \cdot \frac{J_i}{J_{XGV}}$$

3.3. Determinación del momento de inercia de la viga (J_{XGV})

Constituye ésta una oportunidad para recuperar los conocimientos previos que tienen los alumnos sobre diferentes temas de la Estática.

Aquí aparece la segunda toma de decisión. Los alumnos deben definir las dimensiones

de la sección de la viga.

Nosotros consideramos a la viga como viga placa con una sección transversal T que tiene las siguientes dimensiones:

$$d = 0,20 \text{ m}$$

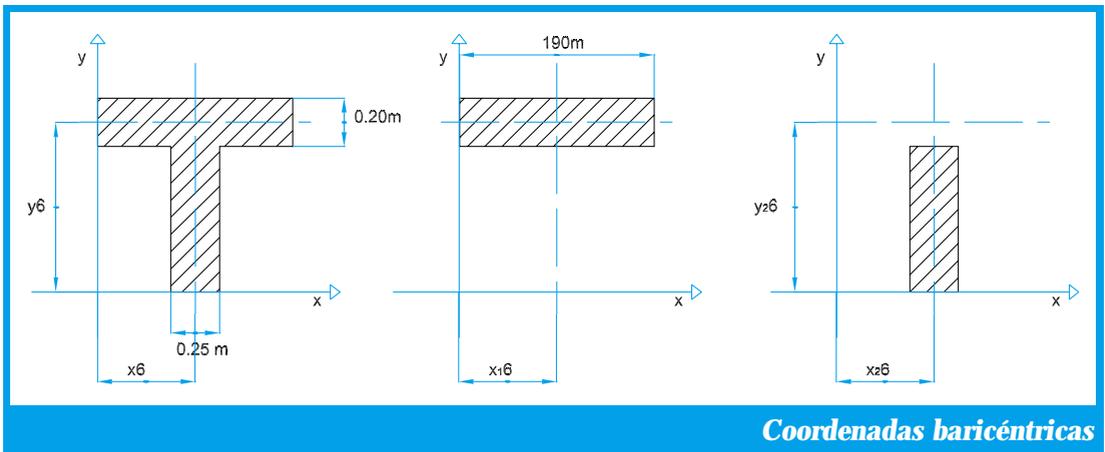
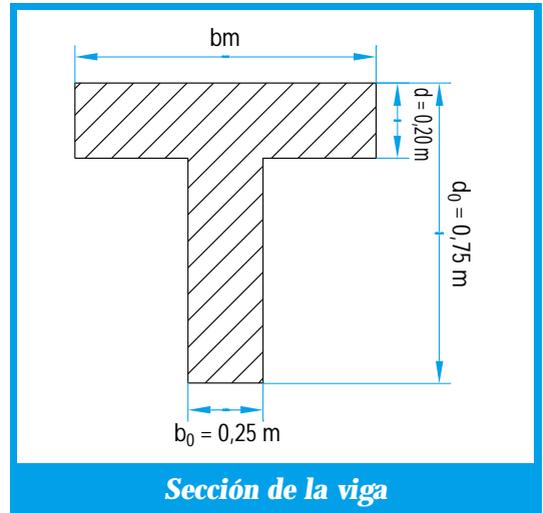
$$b_0 = 0,25 \text{ m}$$

$$d_0 = 0,75 \text{ m}$$

b_m : ancho de colaboración

$$b_m = (0,8 \cdot 7 \text{ m}) / 3, \text{ según Norma DIN 4224.}$$

$$b_m = 1,90 \text{ m}$$



El cálculo del momento de inercia de la viga con respecto al eje x-x implica hallar, en primer término, las coordenadas baricéntricas (x_G , y_G) de la sección.

$$A_T \cdot y_G = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2$$

Momento estático
de toda la sección
respecto del eje x-x

$$y_G = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_T}$$

$$y_G = \frac{20 \text{ cm} \cdot 190 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm} + 25 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm} \cdot 27,5 \text{ cm}}{20 \text{ cm} \cdot 190 \text{ cm} + 25 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm}}$$

$$y_G = \frac{247\,000 \text{ cm}^3 + 37\,812,5 \text{ cm}^3}{3\,800 \text{ cm}^2 + 1\,375 \text{ cm}^2}$$

$$y_G = \frac{284\,812,5 \text{ cm}^3}{5\,175 \text{ cm}^2}$$

$$y_G = \mathbf{55,03 \text{ cm}}$$

$$x_G = \frac{25 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm} \cdot 95 \text{ cm} + 20 \text{ cm} \cdot 190 \text{ cm} \cdot 95 \text{ cm}}{5\,175 \text{ cm}^2}$$

$$x_G = \mathbf{95 \text{ cm}}$$

Por el teorema de Steiner

$$J_{xGv} = J_{xG1} + A_1 \cdot d_1^2 + A_2 \cdot d_2^2$$

$$J_{xGv} = \frac{190 \text{ cm} (20 \text{ cm})^3}{12} +$$

$$+ 190 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot (65 \text{ cm} - 55,03 \text{ cm})^2 +$$

$$+ \frac{25 \text{ cm} (55 \text{ cm})^3}{12} +$$

$$+ 25 \text{ cm} \cdot 55 \text{ cm} \cdot (55,03 \text{ cm} - 27,5 \text{ cm})^2$$

$$J_{xGv} = \mathbf{1\,893\,119 \text{ cm}^4}$$

Otra forma de obtener el momento de inercia de la viga placa

La viga placa se puede asimilar a una viga rectangular de ancho equivalente be.

1. Calculamos los siguientes valores:

$$d/d_o = 20 \text{ cm} / 75 \text{ cm}$$

$$d/d_o = \mathbf{0,266}$$

$$bm/b_o = 190 \text{ cm}/25 \text{ cm}$$

$$bm/b_o = \mathbf{8}$$

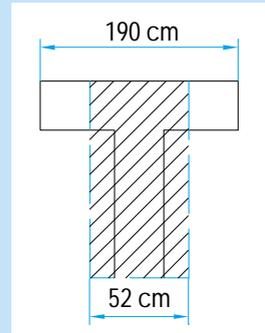
2. Con los valores hallados, entramos en la tabla 25 (ver en el anexo) y encontramos el valor de be/bm

$$be/bm = \mathbf{0,273}$$

$$be = 0,273 \cdot 190 \text{ cm}$$

$$be = \mathbf{52 \text{ cm}}$$

Entonces, la sección de la viga placa se transforma en una sección equivalente rectangular de lados d_o y b_e .



El momento de inercia de esta sección se calcula mediante la expresión matemática:

$$J'_{xGv} = \frac{b_e \cdot (d_o)^3}{12}$$

$$J'_{xGv} = \frac{52 \text{ cm} (75 \text{ cm})^3}{12}$$

$$J'_{xGv} = \mathbf{1\,828\,125 \text{ cm}^4}$$

Como podemos apreciar, la diferencia entre ambos momentos de inercia es de 3.4 %, una diferencia aceptable.



4. Cálculo del momento de inercia de la columna

$$J_{cs} = \frac{20 \text{ cm} (30 \text{ cm})^3}{12}$$

$$J_{cs} = 45\,000 \text{ cm}^4$$

5. Cálculo de factores de rigidez

$$c_s = \frac{l_v}{h_s} \cdot \frac{J_{cs}}{J_{xGV}}$$

$$c_s = \frac{700 \text{ cm}}{280 \text{ cm}} \cdot \frac{45\,000 \text{ cm}^4}{1\,893\,119 \text{ cm}^4}$$

$$c_s = 0,06$$

$$c_i = \frac{l_v}{h_i} \cdot \frac{J_i}{J_{xGV}}$$

$$c_i = \frac{700 \text{ cm}}{540 \text{ cm}} \cdot \frac{45\,000 \text{ cm}^4}{1\,893\,119 \text{ cm}^4}$$

$$c_i = 0,03$$

6. Distribución del momento de la viga en la columna

$$M_{Ae} = M_A \cdot \frac{c_s + c_i}{1 + c_s + c_i}$$

Este momento se distribuye en la columna superior y en la inferior.

$$M_{Ae} = 16,33 \text{ tm} \cdot \frac{0,06 + 0,03}{1 + 0,06 + 0,03}$$

$$M_{Ae} = 1,35 \text{ tm} \quad \text{En el apoyo exterior de la viga.}$$

En la cabeza de la columna inferior:

$$M_{cs} = M_{Ae} \cdot \frac{c_i}{c_s + c_i}$$

$$M_{cs} = 1,35 \text{ tm} \cdot \frac{0,03}{0,09}$$

$$M_{cs} = 0,45 \text{ tm}$$

En el pie de la columna superior:

$$M_{ci} = M_{Ae} \cdot \frac{c_s}{c_s + c_i}$$

$$M_{ci} = 1,35 \text{ tm} \cdot \frac{0,06}{0,09}$$

$$M_{ci} = 0,9 \text{ tm}$$

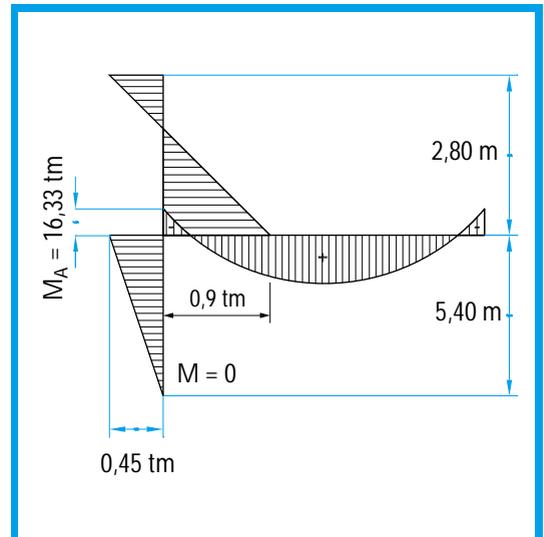


Diagrama de distribución de momentos

7. Determinación de la longitud de pandeo (sk)⁴⁸

$$sk = \beta \cdot l_c$$

Para determinar el valor de β utilizamos el

⁴⁸ Es oportuno que, en este momento de la tarea, sus alumnos organicen los cálculos contando con el diagrama de flujo "Procedimiento para el dimensionamiento de columnas sometidas a la flexo-compresión". Esta tarea de determinación de la longitud de pandeo corresponde al paso 1 de ese diagrama.



Nomograma de Mac.Gregor para pórticos indeseplazables

Hallamos los valores de los coeficientes de rigidez:

- k_A , para la parte superior de la columna,
- k_B , para la parte inferior de la columna.

$$k_A = \frac{\sum (E \cdot J_c / \ell_c)}{\sum (E \cdot J_v / \ell_v)}$$

$$k_A = \frac{\frac{20 \cdot 30^3}{12 \cdot 280} \text{ cm}^3 + \frac{20 \cdot 30^3}{12 \cdot 540} \text{ cm}^3}{\frac{25 \cdot 75^3}{12 \cdot 700} \text{ cm}^3}$$

$$k_A = 0,19$$

Se toma 0,40, ya que es el límite inferior de zona utilizable.

El pie se considera articulado.

$$k_B = \infty$$

Lo consideramos articulado porque tomamos en cuenta que la base aislada representa una rigidez baja. En la cabeza, en cambio, la viga le da cierto empotramiento.

Con estos valores, buscamos el valor de β en el nomograma.

$$\beta = 0,8$$

$$sk = 0,8 \cdot 540 \text{ cm}$$

$$sk = 432 \text{ cm}$$

8. Determinación de la esbeltez (λ)⁴⁹

$$\lambda = 3,47 \cdot sk / d$$

⁴⁹ Corresponde al paso 2 del diagrama de flujo.

$$\lambda = 3,47 \cdot 432 \text{ cm} / 30 \text{ cm}$$

$$\lambda = 50 < 70$$

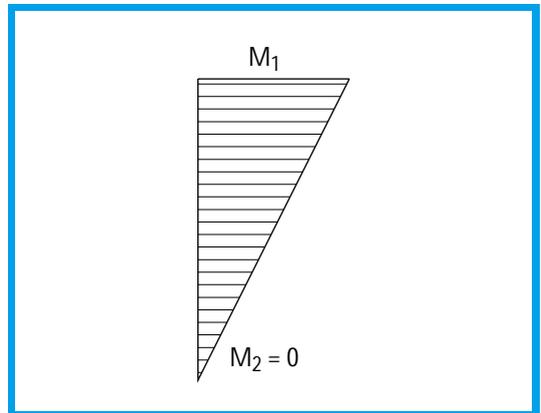
Corresponde a una esbeltez moderada, a partir de aquí seguimos el procedimiento indicado en el diagrama de flujo para $\lambda < 70$.

9. Cálculo de $\lambda \text{ lim}^{50}$

$$\lambda \times \text{limite} = 45 - 25 M_2 / M_1, \quad M_2 = 0,$$

porque consideramos a la columna articulada en su pie

$$\lambda \times \text{limite} = 45$$



Como $\lambda > \lambda \text{ lim}^{51}$

Y, como $\lambda < 70$, entonces calculamos e / d^{52}

10. Cálculo de la excentricidad relativa (e/d)⁵³

$$e = (0,65 \cdot M_1 + 0,35 \cdot M_2) / P$$

$$e = 0,65 \cdot M_1 / P$$

$$e = 0,65 \cdot 45 \text{ tcm} / 60,72 \text{ t}$$

$$e = 0,48 \text{ cm}$$

⁵⁰ En ajuste con el paso 3 del diagrama de flujo.

⁵¹ Paso 4

⁵² Paso 5 del diagrama de flujo.

⁵³ Paso 6 del diagrama de flujo.



$e / d = 0,48 \text{ cm} / 30 \text{ cm}$
 $e / d = 0,016 < 3,5$ Entonces, se calcula la excentricidad adicional f .

11. Cálculo de la excentricidad adicional f ⁵⁴

Entramos en el gráfico con e / d y λ o bien mediante la siguiente expresión matemática:

$$f = d \cdot (\lambda - 20 / 100) \sqrt{0,10 + e/d}$$

$$f = 30 \text{ cm} \cdot (50 - 20 / 100) \sqrt{0,10 + 0,016}$$

f = 3,06 cm

Según el gráfico:

$$f/d = 0,11$$

$$f = 0,11 \cdot 30 \text{ cm}$$

f = 3,3 cm

Tomamos $f = 3,06 \text{ cm}$.

12. Cálculo del momento de segundo orden⁵⁵

$$P_3 = 60 \text{ t} + 0,36 \text{ t}$$

$P_3 = 60,36 \text{ t}$ carga en el tercio central de sk

$$M_{II} = P_3 (e + f)$$

$$M_{II} = 60,36 \text{ t} (0,48 + 3,06) \text{ cm}$$

$M_{II} = 214 \text{ tcm}$

13. Cálculo de los coeficientes adimensionales m y n ⁵⁶

Debemos tomar otra decisión: la de seleccionar la calidad del hormigón y la del acero.

Elegimos un hormigón de $\beta_r = 105 \text{ kg/cm}^2$ y el acero de $\beta_{st} = 4 \text{ 200 kg/cm}^2$.

$$m = M_{II} / (b \cdot d^2 \cdot \beta_r)$$

$$m = 214 \text{ 000 kgcm} / (20 \cdot 30^2 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2)$$

m = 0,113

$$n = P / b \cdot d \cdot \beta_r$$

$$n = 60 \text{ 360 kg} / 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2$$

n = 0,96

14. Determinación del grado mecánico w_0 ⁵⁷

Usamos el diagrama de interacción de ST 42 / 50 y $d_1 / d = 0,10$.

Con $m = 0,113$ en abscisa y $n = 0,96$ en ordenada, leemos $w_0 = 0,84$.

15. Determinación de la sección, y cantidad y diámetro del acero⁵⁸

$$A_{s1} = A_{s2}$$

$$A_{s1} = w_0 \cdot b \cdot d \cdot \beta_r / \beta_s$$

$$A_{s1} = \frac{0,84 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2}{4200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$A_{s1} = 12,6 \text{ cm}^2 \text{ Adoptamos } 2 \phi 16 \text{ } A_{s1} \text{ real} = 13,84 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 12,6 \text{ cm}^2 \text{ Adoptamos } 2 \phi 16 \text{ } A_{s1} \text{ real} = 13,84 \text{ cm}^2$$

Hasta aquí, hemos realizado cálculos correspondientes a la dirección x-x.

Ahora, encaramos la verificación en la dirección y-y.

En la dirección y-y no hay flexión, ya que los momentos transmitidos por las vigas que concurren al nudo se anulan por simetría. No obstante, debemos realizar la verificación al pandeo.

⁵⁴Paso 7 del primer diagrama de flujo "Procedimiento para el dimensionamiento de columnas sometidas a la flexo-compresión de esbeltez $\lambda \leq 70$ ".

⁵⁵Corresponde al octavo paso del diagrama de flujo.

⁵⁶Análogo al paso 9.

⁵⁷Paso 10 del diagrama de flujo.

⁵⁸Paso 11 del diagrama de flujo.



16. Determinación de la longitud de pandeo (sk) ⁵⁹

$$s_k = \beta \cdot \sigma$$

En la dirección y-y, la columna está rigidizada por las vigas V_{10} y V_{11} .

$$k_A = \frac{\frac{30 \cdot 20^3}{12 \cdot 540} \text{ cm}^3 + \frac{30 \cdot 20^3}{12 \cdot 280} \text{ cm}^3}{2 \cdot \frac{25 \cdot 75^3}{12 \cdot 600} \text{ cm}^3}$$

$$k_A = \frac{37,03 + 71,4}{2930}$$

$$k_A = 0,04$$

Se toma el valor mínimo $k_{a \text{ min}} = 0,40$.

$k_B = \infty$, ya que el pie de la columna está articulado.

Buscamos el valor de β en el nomograma de Johnston y Mac Gregor.

$$\beta = 0,80$$

$$s_k = \beta \cdot \ell$$

$$s_k = 0,80 \cdot 5,40 \text{ m}$$

$$s_k = \mathbf{4,32 \text{ m}}$$

17. Determinación de la esbeltez (λ) ⁶⁰

$$\lambda = 3,47 s_k / d$$

$$\lambda = (3,47 \cdot 432 \text{ cm}) / 0,20 \text{ cm}$$

$$\lambda = \mathbf{75}$$

$\lambda > 70$, gran esbeltez ⁶¹

18. Cálculo de λ_{lim}

⁵⁹Paso 1 del diagrama de flujo.

⁶⁰Paso 2 del diagrama de flujo.

⁶¹Paso 5 del diagrama de flujo.

Como M_1 y M_2 tienden a cero

λ límite = $45 - 25 (M_1 / M_2)$
con límite M_1 / M_2

$M_1, M_2 \rightarrow 0$

$$\lambda_{\text{límite}} = 45$$

$$\lambda > \lambda \text{ límite}^{62}$$

19. Cálculo de la relación e/d ⁶³

$e/d = 0$, pues en la dirección y - y, $M_1 = M_2 = 0$, no existe excentricidad.

$$e/d < 3 \text{ y } e / d < 3,5 \cdot 75/70$$

$e/d < 3,8$

Entonces debemos calcular e_k ⁶⁴

20. Cálculo de e_k ⁶⁵

$$e_k = f + ev$$

$$\sigma\varphi = P\varphi / S_b$$

$$P\varphi = 0,7 \cdot P$$

$$P\varphi = 0,7 \cdot 60,77 \text{ t}$$

$$P\varphi = 43 \text{ t}$$

$$\sigma\varphi = 43 \text{ 000 kg} / (20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm})$$

$$\sigma\varphi = 72 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{\sigma\varphi \cdot \lambda^2}{E_b} = \frac{72 \text{ kg/cm}^2 \cdot (75)^2}{275 \text{ 000 kg/cm}^2}$$

⁶²Paso 4 del diagrama segundo de flujo.

⁶³Paso 6 y 7 del diagrama de flujo para $\lambda > 70$.

⁶⁴Pasos 6 y 7 del segundo diagrama de flujo.

⁶⁵Paso 8 del segundo diagrama de flujo.



$$\frac{\sigma\phi \cdot \lambda^2}{E_b} = 1,5$$

La excentricidad estática es:

$$e\phi = M\phi / P\phi$$

$$e\phi = 0$$

La excentricidad constructiva es:

$$e_v = sk/300$$

$$e_v = 432 \text{ cm} / 300$$

$$e_v = \mathbf{1,44 \text{ cm}}$$

$$\frac{e_k}{e\phi + e_v} = 0,28$$

$$e_k = 0,28 \cdot 1,44 \text{ cm}$$

$$e_k = \mathbf{0,40 \text{ cm}}$$

21. Cálculo del momento de segundo orden⁶⁶

$$M_{II} = P \cdot (e\phi + e_k)$$

$$M_{II} = 60 \ 360 \text{ kg} \cdot 0,40 \text{ cm}$$

$$M_{II} = \mathbf{24 \ 144 \text{ kgcm}}$$

22. Cálculo de los coeficientes adimensionales m y n⁶⁷

Con el valor de M_{II} y de P se calculan, respectivamente, los coeficientes adimensionales m y n .

$$m = M_{II} / b \cdot d^2 \cdot \beta_r$$

$$m = 24 \ 144 \text{ kgcm} / (30 \text{ cm} \cdot 20^2 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2)$$

$$m = \mathbf{0,02}$$

$$n = P / b \cdot d \cdot \beta_r$$

$$n = 60 \ 360 \text{ kg} / (30 \cdot 20 \cdot 105 \text{ kg/cm}^2)$$

$$n = \mathbf{0,96}$$

⁶⁶Paso 9 del segundo diagrama de flujo.
⁶⁷Paso 10 del segundo diagrama de flujo.

23. Determinación del grado mecánico w_0 ⁶⁸

Hallamos:

$$\frac{e\phi + e_k}{d} = \frac{0,40 \text{ cm}}{20 \text{ cm}}$$

$$\frac{e\phi + e_k}{d} = 0,02$$

$$\frac{sk}{d} = 21,6$$

Con estos valores y los de m y n , buscamos en el nomograma el valor de w_{0total}

$$w_{0total} = \mathbf{1,60}$$

24. Cálculo de la sección de la armadura⁶⁹

Se hallan las armaduras simétricas:

$$A_{s1} = (0,5 \cdot w_{0total} \cdot b \cdot d \cdot \beta_r) / \beta_s$$

$$A_{s2} = (0,5 \cdot w_{0total} \cdot b \cdot d \cdot \beta_r) / \beta_s$$

$$A_{s1} = (0,5 \cdot 1,60 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 105 \text{ kg/cm}^2) / 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_{s1} = \mathbf{12 \text{ cm}^2}$$

$$A_{s2} = \mathbf{12 \text{ cm}^2}$$

En cada esquina colocamos 1 ϕ 25

Sección necesaria en la dirección y-y	12,00 cm ²
Sección existente	9,82 cm ²
Sección de armadura adicional	<u>2,18 cm²</u>

Adoptamos 2 ϕ 12 A_{s1} adicional real = 2,26 cm²

Respecto de los **estribos**:

Diámetro. Como la armadura longitudinal,

⁶⁸Paso 11 del segundo diagrama de flujo.



tiene un diámetro > 20 , entonces consideramos para los estribos $\phi 8$.

Separación. De acuerdo con la Norma DIN y el CIRSOC (artículo.25.2.2.2):

$$\text{sep.} = 12 \phi$$

sep. = 30 cm o el menor de los lados de la columna.

$$d = 20 \text{ cm}$$

Es determinante el menor de los dos, por lo que en este caso adoptamos sep. = 20 cm

Actividad 6.9

Vamos a dimensionar, ahora, una columna de 30 cm x 30 cm con carga centrada, nudos indesplazables y altura 2,80 m

$P = 90 \text{ t}$

Borde de la columna = Articulado-articulado

$\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$

$\beta = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$

Para el desarrollo de esta actividad, los alumnos analizan si se requiere la verificación al pandeo.

Calculamos la longitud de pandeo:

$$S_k = \beta \cdot \ell_c$$

$$S_k = 1 \cdot 2,80 \text{ m}$$

$$S_k = 2,80 \text{ m}$$

Calculamos la esbeltez λ :

$$\lambda = 3,47 \text{ sk} / d$$

$$\lambda = 3,47 \cdot 280 \text{ cm} / 30 \text{ cm}$$

$$\lambda = 32$$

$$\lambda_{\text{lim}} = 45$$

$$\lambda < \lambda_{\text{lim}}$$

En este caso, dado que no se requiere la verificación al pandeo y la carga es centrada, podemos dimensionar con la fórmula general de compresión pura:

$$A_s \cdot \beta_{st} = \gamma \cdot P - A_b \cdot \beta_r$$

$$A_s = \frac{\gamma \cdot P - A_b \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$A_s = \frac{1}{4200 \text{ kg/cm}^2} (90000 \text{ kg} \cdot 2,1 - 30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2)$$

$$A_s = 15 \text{ cm}^2$$

Verificamos la cuantía geométrica:

$$\mu = \frac{15 \text{ cm}^2}{900 \text{ cm}^2}$$

$\mu = 0,016$ o sea el 1,6 %, cuantía admisible

Adoptamos como armadura

$$3 \phi 20 \text{ Sección real} = 9,42 \text{ cm}^2$$

$$+ 5 \phi 12 \text{ Sección real} = 5,65 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sección total real} = 15,07 \text{ cm}^2$$

Para el diámetro de los estribos, dado que la armadura longitudinal es $\phi 20$, adoptamos $\phi 6$

Y, para la separación:

$$\text{sep.} = 12 \phi$$

sep. = 24 cm o el menor de los lados de la columna.

$$d = 30 \text{ cm}$$

Es determinante el menor de los dos, por lo que adoptamos:

$$\text{sep.} = 24 \text{ cm}$$



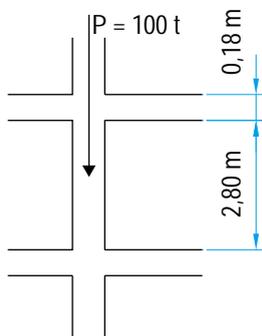
Actividad 6.10

Le proponemos presentar a sus alumnos este problema:

Una columna interna cuadrada ubicada sobre el primer piso de un edificio multifamiliar con una estructura indesplazable recibe una carga de los pisos superiores de 100 t. La altura libre entre piso y piso es de 2.80 m; el espesor total de piso y techo es de 18 cm.

- **Calculamos la sección de armadura.**

Esquema de carga



En el dimensionamiento de una estructura existen cálculos más o menos complejos; indudablemente, los de las columnas son unos de los más laboriosos, pero, resulta imprescindible que los estudiantes, futuros profesionales de la construcción de edificios, adquieran estas capacidades.

Un mal cálculo o la construcción deficiente de un edificio puede matar, como lo hace la mala praxis de un médico.

Es cierto que el dimensionamiento de estructuras de hormigón armado conlleva un

proceso largo; tal vez, se necesite más de un año escolar para su enseñanza. Pero, consideramos que el logro de las capacidades requeridas por el perfil profesional de un técnico de la construcción se verá favorecido con una planificación estratégica e integrada con otras asignaturas o espacios curriculares afines, con una metodología de enseñanza que permita al estudiante tener un rol activo.

La lectura de libros técnicos, de las normas, de artículos en revistas especializadas, en la Internet, la búsqueda de información en folletos, la visita a exposiciones, a obras en construcción, todas son formas de aprendizaje favorecedoras –por supuesto, siempre con el acompañamiento del profesor–.

Por supuesto, tenemos que trabajar –educadores y alumnos– para superar el facilismo, la comodidad, cierta tendencia a conocer sin realizar esfuerzos, la repetición de información sin su comprensión. Esta tarea implica llevar a cabo una enseñanza transformadora, donde el rol del docente sea de un facilitador del proceso de aprendizaje y no sólo el de un transmisor de saberes.



7. DIMENSIONAMIENTO DE FUNDACIONES

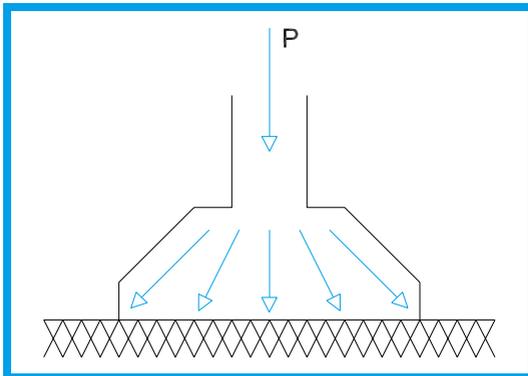
Hemos recorrido juntos –usted, sus alumnos y nosotros– gran parte de la estructura de los edificios. Comenzamos por dimensionar las losas, en sus diferentes formas: armadas en una sola dirección y en dos direcciones (losas cruzadas), continuamos por las vigas: vigas rectangulares y placas, y, en el capítulo anterior dimensionamos columnas: sometidas a la compresión simple y a la flexo-compresión con verificación al pandeo.

En este capítulo nos dedicamos a las fundaciones.

¿Qué son las fundaciones?

La clave para encarar una respuesta, está en la finalidad.

Las **fundaciones** tienen por finalidad soportar las cargas que traen las columnas (cargas totales del edificio) y/o las paredes de carga, y transmitirlas al suelo.



El diseño de las fundaciones se realiza en función del tipo de suelo –no es lo mismo fundar en un suelo arcilloso que en uno are-

noso– y, lógicamente, en función de la intensidad de carga y del tipo de sollicitación.

Esta diversidad requiere una clasificación de las fundaciones.

Categorías de fundaciones

- Directas o superficiales
- Indirectas o por pilotines
- Profundas o por pozos
- Hidráulicas
- Por consolidación
- Submuraciones

En este capítulo nos referimos a las fundaciones directas o superficiales.

Las **fundaciones directas o superficiales** son las que apoyan directamente sobre el suelo –es decir, no poseen elementos estructurales intermedios–; se utilizan en edificaciones que transmiten cargas de poca magnitud al suelo.

En el caso de edificios importantes y cargas consideradas elevadas, cuando el estrato del suelo es compacto, homogéneo, fuerte y capaz de recibir cargas considerables en su magnitud, también se usan estas fundaciones.

Asimismo, se proyectan fundaciones directas cuando la construcción incluye sótanos.

Entre las **fundaciones directas** podemos mencionar:

- Fundaciones lineales
- Fundaciones aisladas
- Plateas
- Vigas de encadenado con pilotines



Consideremos, brevemente, una descripción de cada una:

Fundaciones lineales. Son fundaciones continuas. Soportan cargas provenientes de paredes o muros de carga. Estas fundaciones son recomendables para suelos arenosos y estables; es decir, cuando el contenido de humedad no hace variar el volumen del suelo. También se las usa en el caso de un conjunto de columnas muy próximas unas de las otras, con menos de 3 m de separación.

Fundaciones aisladas. Conocidas comúnmente como bases o zapatas aisladas; se utilizan para soportar y transmitir cargas de columnas o pilares suficientemente distanciados entre sí. Resultan la solución más económica.

Plateas. Son fundaciones de pequeño espesor y extendidas, que se requieren en suelos de baja capacidad de soporte. Para este tipo de fundación se deben evitar las columnas, debido al efecto de punzonamiento –en unas páginas más nos detenemos en este efecto– que estas columnas provocan.

Vigas de encadenado con pilotines. Cuando el suelo no es estable –por ejemplo, en un suelo de arcilla expandida– o sea cuando el volumen aumenta con la humedad y se contrae cuando se seca, no sirven las fundaciones anteriormente descritas. En estos casos, resulta común utilizar la combinación de vigas con pilotines.

¿Por qué las vigas de encadenado? ¿Cuál es su función?

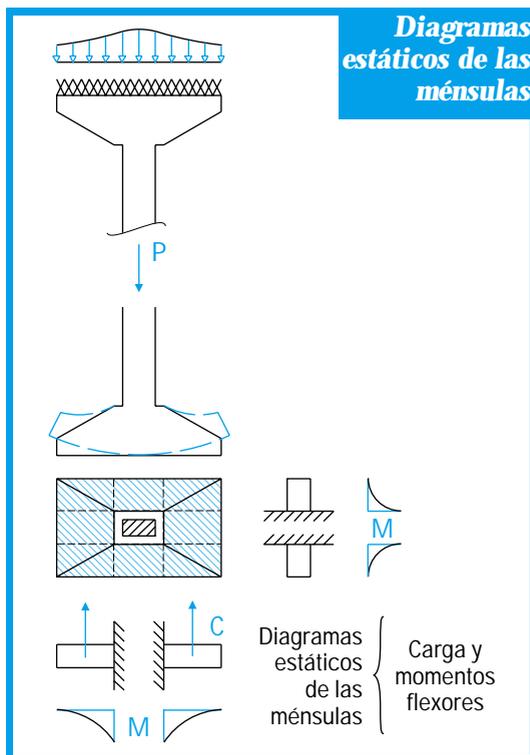
Porque los movimientos horizontales del suelo tienen que ser atenuados de algún modo. Entonces, las vigas de encadenado constituyen un marco rígido que hace que el suelo dentro de él se mantenga estable ante cualquier movimiento horizontal de la superficie.

Los pilotines trabajan como anclajes en la profundidad del terreno. De este modo, el suelo se fija y se evitan los posibles movimientos verticales, no sólo los que se producen en el sentido de arriba hacia abajo sino también las fisuras de la construcción por la presión que ejerce la expansión hacia arriba.

¿Cómo reacciona el suelo?

El suelo reacciona como si todo el conjunto –columna y/o pilar, base y suelo– estuviera dado vuelta con una carga distribuida en toda la superficie de apoyo. La mayor carga se produce en el centro. Esta forma de reaccionar provoca, en la base, un efecto de flexión hacia arriba.

El comportamiento de la base se puede asimilar al de 4 ménsulas invertidas y empotradas en el tronco de la columna.



Actividad 7.1

Volvamos por un momento a la situación planteada por el señor Mohre.

Seguramente, la fundación de cada una de las viviendas será diseñada con bases aisladas.

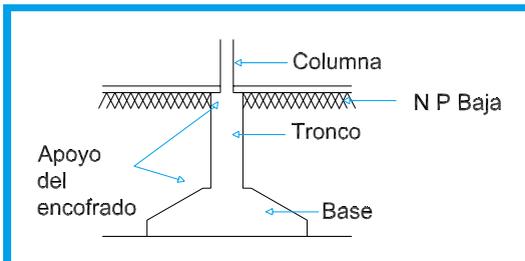
En el diseño estructural, se nos pueden presentar:

- que un grupo de viviendas tenga sótano y
- que otro grupo no lo tenga.

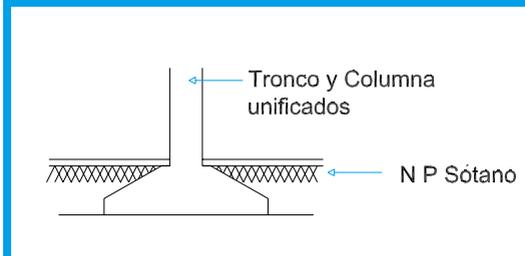
¿Qué resolución particular de diseño va a registrarse en uno u otro caso?

Si los edificios tienen sótano, las bases quedan a nivel del piso terminado. No así, cuando no haya sótano.

Estas situaciones hacen que las bases tengan diseños diferentes:



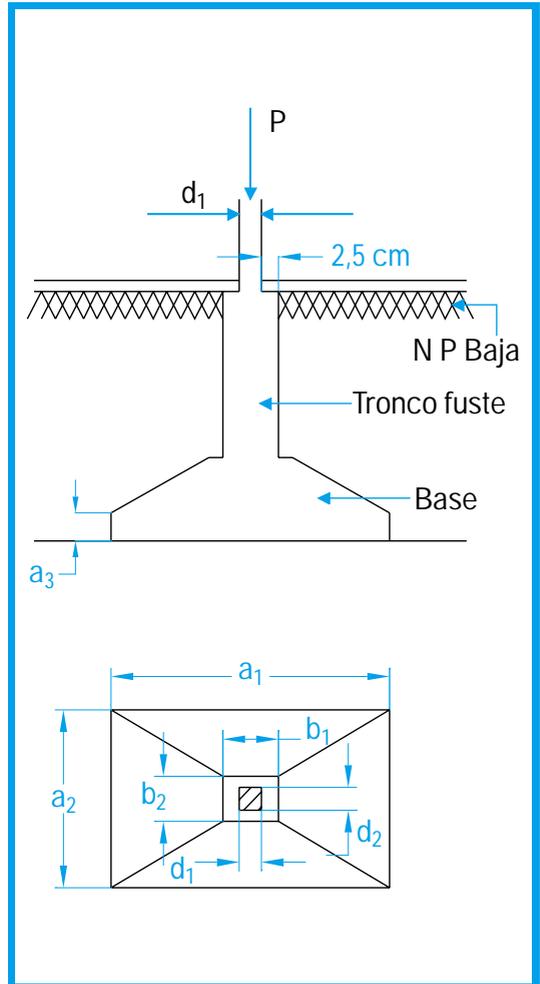
Base aislada en edificio sin sótano



Base aislada en edificio con sótano

Antes de presentarle el procedimiento del dimensionamiento, veamos el esquema de una base aislada y la notación que usamos en toda la temática de fundaciones.

- Lados de la columna ($d_1 - d_2$)
- Lados del tronco ($b_1 - b_2$)
- Lados de la base ($a_1 - a_2$)
- Talón a_3



El procedimiento de dimensionamiento de las bases depende del tipo de base que se necesite dimensionar.





Actividad 7.2

A partir del diseño estructural planteado en el ítem *Análisis de cargas*, en el capítulo 6, surge la necesidad de diseñar la fundación.

Entonces planteamos a los alumnos:

- **Supongamos que la fundación es directa; en este caso, en primer término, debemos analizar qué tipo de fundación directa construiremos.**
- **Elegido el tipo de fundación directa, procedemos a su diseño.**
- **Realizamos el dimensionamiento.**



En la búsqueda de las alternativas de solución, el primer planteo que debemos hacer está relacionado con el tipo de fundación que conviene adoptar.

La pregunta que inmediatamente surge es: ¿Fundación lineal, base aislada, platea o viga de encadenado con pilotines?

Para dar respuesta a este interrogante, se hace necesario considerar las siguientes variables:

- Tipo de suelo.
- Distancia entre columnas.

Para determinar el **tipo de suelo** –porque los tipos de suelo se comportan de diferente manera ante la carga de la construcción–, recurrimos al informe dado por el *Laboratorio de Ensayos*

Este informe da el nivel del agua subterránea, si hay cursos de agua en las cercanías, el tipo de suelo, la tensión admisible. En el caso de terrenos montañosos también considera el peligro de aludes.

de Suelos, donde hacemos nuestra consulta.

La Norma DIN 1054 distingue tres tipos de suelo:

- Suelos no coherentes: arena, grava, cantos rodados y sus mezclas.
- Suelos coherentes: limos, arcillas y sus mezclas, también con tipos de suelos no coherentes, como arcilla, fango...
- Otros suelos: roca, suelos orgánicos como turba y fangos podridos, y terraplenes.

El informe se basa en métodos específicos de la mecánica de suelos, y en las normas consideradas: la Norma DIN 4020 o la normativa dada por el Código de Edificación de la respectiva ciudad.

Si estamos en algún lugar donde no existe un laboratorio específico que nos provea estas especificaciones, podemos utilizar algún informe previo o hacer pruebas *in situ*.

Partimos del supuesto que, por las características del suelo, podemos proyectar y construir bases aisladas.

La segunda variable, la **distancia entre las columnas**, nos permite discernir entre base aislada o zapata corrida.

Veamos cada uno de los casos que se pueden presentar:

- a Base aislada rígida con carga centrada.
- b Base excéntrica.

Nuestra tarea es, entonces, analizar las bases correspondientes a la estructura planteada en el capítulo 6 en el ítem *Análisis de carga*.



a. Base aislada rígida con carga centrada

Consideramos la columna C4 (columna interna).

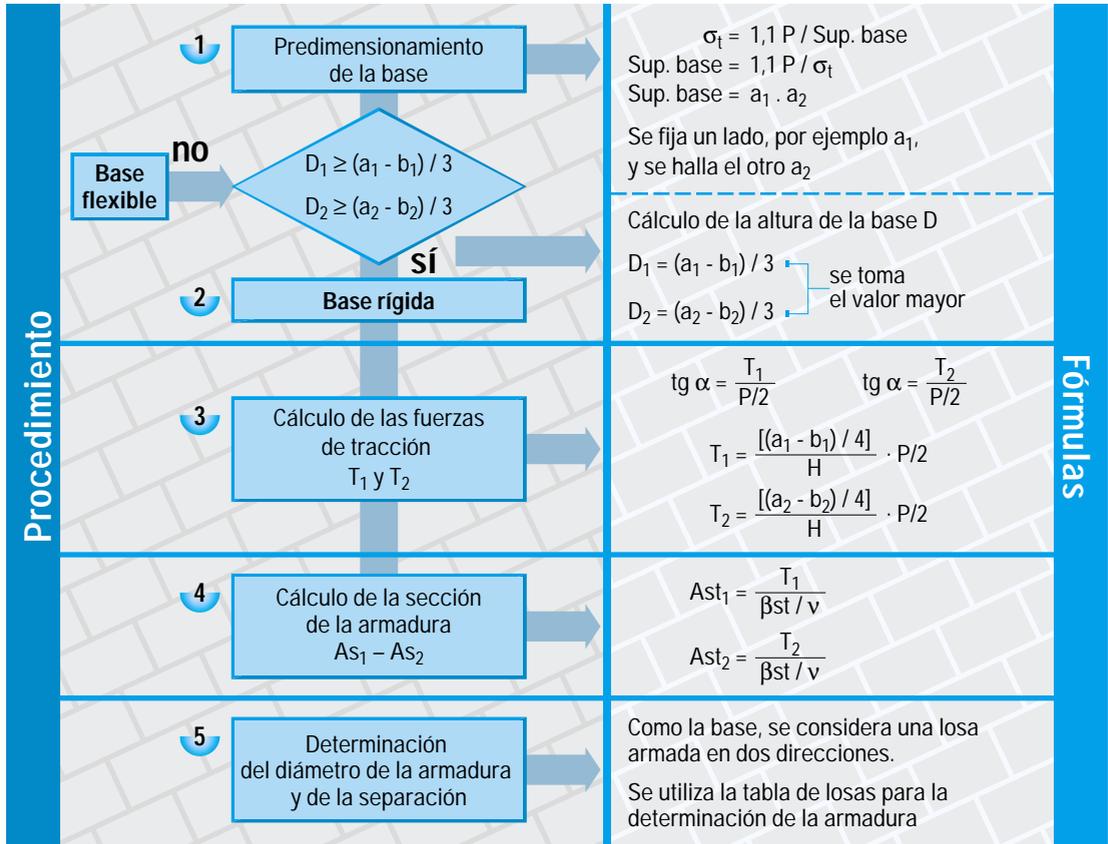
La base recibe de la columna C4 una carga P. Podemos diseñar una base aislada, ya que la separación con otra base contigua es mayor que 3 m; y, como la carga P es centrada, se trata de una base aislada con carga centrada.

¿Cuáles son los datos que necesitamos conocer?

- Tensión de rotura del hormigón (β_r)
- Tensión del acero (β_{st})

- Carga que transmite la columna (P)
- Tensión del terreno (σ_t)
- Lados de la columna ($d_1 - d_2$)
- Lados del tronco ($b_1 - b_2$)
- Lados de la base ($a_1 - a_2$)
- Talón (a_3)
- Coeficiente de seguridad (v)
- Recubrimiento (r)
- Altura de la base (D)
- $H = D - r$

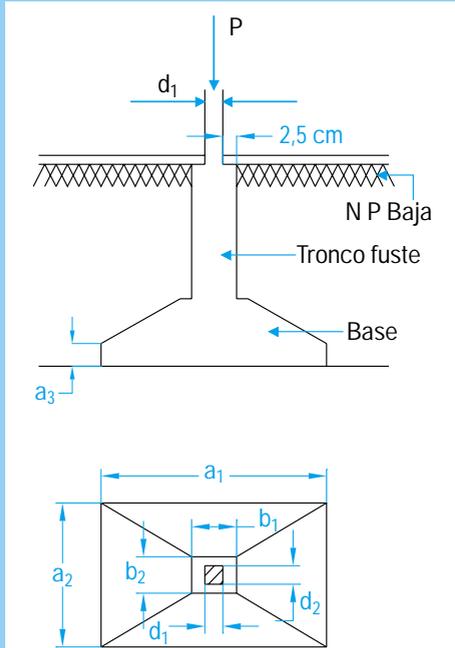
Veamos, entonces, uno de los procedimientos para el dimensionamiento de una base centrada; corresponde al denominado: **método de la biela**.



Actividad 7.3

Consideramos que hemos diseñado una base aislada rígida centrada.

Sus datos son:



- Tensión de rotura del hormigón (β_r) = 140 kg/cm²
- Tensión del acero (β_{s1}) = 4 200 kg/cm²
- Carga que transmite la columna (P) = 79 000 kg
- Tensión del terreno (σ_t) = 2,1 kg/cm²
- Lados de la columna ($d_1 - d_2$)
- Lados del tronco: $b_1 = 49$ cm ; $b_2 = 25$ cm
- Coeficiente de seguridad (v) = 2 (Código de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires)
- Recubrimiento (r) = 5 cm

De acuerdo con el diagrama de cinco pasos que hemos analizado para el método de la biela, planteamos a nuestros alumnos:

- 1 Efectuar el predimensionamiento de la base.
- 2 Obtener una base rígida.
- 3 Calcular las fuerzas de tracción T_1 y T_2 .
- 4 Calcular la sección de la armadura AS_1-AS_2 .
- 5 Determinar el diámetro de la armadura y de la separación.

1. Predimensionamiento

$$\begin{aligned} \text{Sup. base} &= 1,1 P / \sigma_t \\ \text{Sup. base} &= (1,1 \cdot 79\,000 \text{ kg}) / 2,1 \text{ kg/cm}^2 \\ \text{Sup. base} &= 41\,380,95 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Consideramos una base rectangular:

$$\text{Sup. base} = a_1 \cdot a_2$$

Fijamos un lado; por ejemplo, $a_1 = 200$ cm.

Calculamos a_2 :

$$\begin{aligned} a_2 &= 41\,381 \text{ cm}^2 / 200 \text{ cm} \\ a_2 &= 207 \text{ cm} \end{aligned}$$

2. Para que la base sea rígida, se verifica que:

$$\begin{aligned} D_1 &\geq (a_1 - b_1) / 3 \\ D_2 &\geq (a_2 - b_2) / 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= (200 \text{ cm} - 49 \text{ cm}) / 3 \\ D_1 &= 50,3 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= (207 \text{ cm} - 25 \text{ cm}) / 3 \\ D_2 &= 60,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

De ambos valores, consideramos como valor mínimo de D el valor mayor.

A los efectos de facilitar la construcción de la base, la diseñamos con $D = 70$ cm.

$$\begin{aligned} H &= D - r \\ H &= 65 \text{ cm} \end{aligned}$$



3. Cálculo de las fuerzas de tracción T_1 y T_2

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{T_1}{P/2}$$

$$T_1 = \frac{a_1 - b_1}{4} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1,1 P}{2} \quad \text{Fuerza de tracción}$$

$$T_1 = \frac{200 \text{ cm} - 49 \text{ cm}}{4 \cdot 65 \text{ cm}} \cdot \frac{1,1 \cdot 79000 \text{ kg}}{2}$$

$$T_1 = 25234 \text{ kg}$$

En la otra dirección:

$$T_2 = \frac{a_2 - b_2}{4} \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{P}{2}$$

$$T_2 = \frac{207 \text{ cm} - 25 \text{ cm}}{4 \cdot 65 \text{ cm}} \cdot \frac{1,1 \cdot 79000 \text{ kg}}{2}$$

$$T_2 = 30415 \text{ kg}$$

4. Cálculo de la sección de la armadura $As_1 - As_2$

$$As_{t_1} = \frac{T_1}{\beta_{st} / v}$$

$$As_{t_1} = \frac{25\,234 \text{ kg}}{4 \cdot 200 \text{ kg/cm}^2 / 2}$$

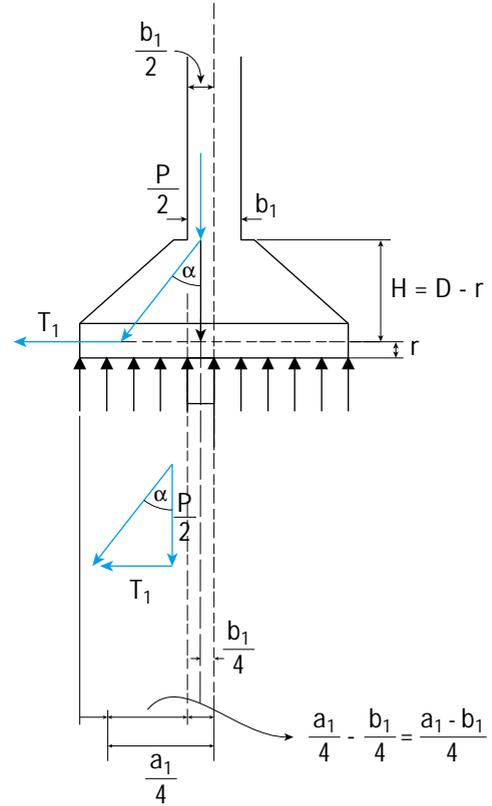
$$As_{t_1} = 12 \text{ cm}^2$$

$$As_{t_2} = \frac{T_2}{\beta_{st} / v}$$

$$As_{t_2} = \frac{30\,415 \text{ kg}}{4 \cdot 200 \text{ kg/cm}^2 / 2}$$

$$As_{t_2} = 14,5 \text{ cm}^2$$

5. Determinación del diámetro de la armadura y de la separación



En la dirección 1-1

adoptamos $\phi 12 \text{ c} / 9 \text{ cm}$ $As_{t_1} \text{ real} = 12,57 \text{ cm}^2$

En la dirección 2-2

adoptamos $\phi 12 \text{ c} / 7,5 \text{ cm}$ $As_{t_2} \text{ real} = 15,08 \text{ cm}^2$

Además del método de la biela planteado hasta aquí, existe otro procedimiento para el cálculo de una base con carga centrada: el **método de las ménsulas o líneas de rotura**, establecido por la Norma DIN 1045.

Este segundo método parte del supuesto que la base rompe según las líneas en la dirección



de cada lado de la sección de la columna (líneas de rotura).

Presentamos el procedimiento –del mismo modo que lo hicimos con el método de las bielas– mediante un diagrama:

	Procedimiento	Fórmulas
Determinación del momento flexor máximo (se considera a la base como si estuviera conformada por cuatro ménsulas)	1 Predimensionamiento de la base	$\text{Sup. base} = 1,1 P / \sigma_t$ $\text{Sup. base} = a_1 \cdot a_2$ <p>Se fija un lado, por ejemplo a_1, y se halla el otro a_2</p>
	2 Cálculo de D y H	$D_1 = (a_1 - b_1) / 3$ $D_2 = (a_2 - b_2) / 3$ <p>se toma el valor mayor</p>
	3 Determinación de la reacción del terreno	$\sigma_t = \frac{R_t}{\text{Sup. } \blacksquare}$ $R_t = \frac{\sigma_t (a_1 - d_1)}{2} \cdot a_2$
	4 Cálculo del momento flexor máximo de la ménsula	$M = R_t \cdot a$ $a = \frac{a_1 - d_1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
	5 Verificación de la altura	<p>Se procede en forma similar a la verificación de la altura de una losa.</p> $m_s = \frac{M}{d \cdot H^2 \cdot \beta_r}$
Dimensionamiento	<p>no</p> <p>ms < 0,193</p> <p>Redimensionamos H</p> <p>sí</p>	
	Determinación del grado mecánico w_M	Se usa la tabla 12.
	Cálculo de la sección de la armadura As	$A_s = \frac{w_M \cdot d \cdot H \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$
	6 Determinación del diámetro de la armadura y la separación	Se usa la tabla 17.

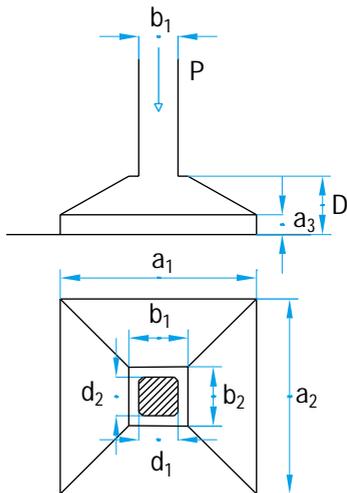




Actividad 7.4

Consideramos que hemos diseñado una base aislada rígida centrada.

Sus datos son: _____



- Tensión de rotura del hormigón (β_r) = 140 kg/cm²
- Tensión del acero (β_{st}) = 4 200 kg/cm²
- Carga que transmite la columna (P) = 65 000 kg
- Tensión del terreno (σ_t) = 2 kg/cm²
- Lados de la columna ($d_1 - d_2$)
- Lados del tronco: $b_1 = 30$ cm ; $b_2 = 30$ cm
- Coeficiente de seguridad (v) = 2 (Código de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires)
- Recubrimiento (r) = 5 cm

De acuerdo con el diagrama de siete pasos que hemos analizado, planteamos a nuestros alumnos:

- 1 Efectuar el predimensionamiento de la base.
- 2 Calcular D y H
- 3 Determinar la reacción del terreno
- 4 Calcular el momento flexor máximo de la ménsula
- 5 Verificar la altura
- 6 Calcular la sección de la armadura A_s
- 7 Determinar el diámetro de la armadura y de la separación

1. Predimensionamiento

$$\text{Sup. base} = 1,1 P / \sigma_t$$

$$\text{Sup. base} = (1,1 \cdot 65\,000 \text{ kg}) / 2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Sup. base} = 35\,750 \text{ cm}^2$$

Consideramos una base cuadrada

$$\text{Sup. base} = a_1 \cdot a_2$$

$$a_1 = a_2$$

Calculamos a_1

$$a_1 = \sqrt{35\,750 \text{ cm}^2}$$

$$a_2 = 189 \text{ cm}$$

$$a_1 = 189 \text{ cm}$$

2. Cálculo de D y H

$$D_1 \geq (a_1 - b_1) / 3$$

$$D_2 \geq (a_2 - b_2) / 3$$

$$D_1 = (189 \text{ cm} - 30 \text{ cm}) / 3$$

$$D_1 = 53 \text{ cm}$$

$$D_2 = 53 \text{ cm}$$

Consideramos:

$$D = 55 \text{ cm}$$

Como $r = 5$ cm, entonces $H = 50$ cm

$$a_3 = 0,4 H \text{ (talón)}$$

$$a_3 = 20 \text{ cm}$$



3. Determinación de la reacción del terreno

$$R_t = \sigma_t \cdot a_2 \cdot \frac{a_1 - b_1}{2}$$

$$R_t = 2 \text{ kg/cm}^2 \cdot 189 \text{ cm} \cdot \frac{189 \text{ cm} - 30 \text{ cm}}{2}$$

$$R_t = 30\,051 \text{ kg}$$

4. Cálculo del momento flexor máximo de la ménsula

$$M_f = R_t \cdot a$$

$$M_f = 30\,051 \text{ kg} \cdot 39,75 \text{ cm}$$

$$M_f = 1\,194\,527 \text{ kgcm}$$

5. Verificación de la altura

$$m_s = \frac{M_f}{d \cdot H^2 \cdot \beta_r}$$

$$m_s = \frac{1\,194\,527 \text{ kgcm}}{30 \text{ cm} (50 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$$

$$m_s = 0,113 < 0,193, \text{ verifica la altura}$$

6. Cálculo de la sección de la armadura A_s

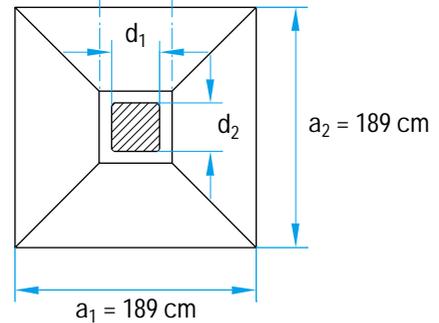
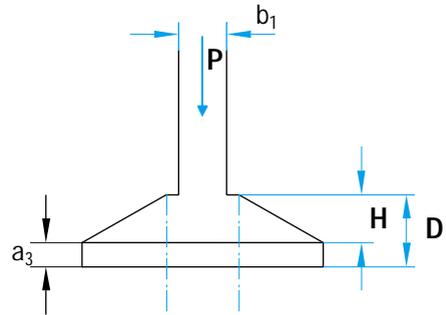
Para el valor de $m_s = 0,113$ corresponde $w_M = 0,241$

$$A_s = \frac{w_M \cdot d \cdot H \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$A_{st1} = 0,241 \cdot \frac{30 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}{4\,200 \text{ kg/cm}^2}$$

$$A_{st1} = 12,05 \text{ cm}^2$$

$$A_{st2} = 12,05 \text{ cm}^2$$



7. Determinación del diámetro de la armadura y la separación

En la dirección 1-1 adoptamos $\phi 12$ c/ 9 cm $A_{st1} \text{ real} = 12,57 \text{ cm}^2$

En la dirección 2-2 adoptamos $\phi 12$ c/ 9 cm $A_{st2} \text{ real} = 12,57 \text{ cm}^2$

Para completar la última actividad, es necesario que los alumnos efectúen la:

8. Verificación del punzonado

¿Qué es el punzonado?

Existe la tendencia a la perforación de la base por parte de un volumen de tronco de cono que se desliza según un ángulo de 45° respecto del resto de la base. A este fenómeno se



lo denomina **punzonamiento**.

Entonces, resulta necesario verificar que este fenómeno no se produzca.

La verificación del punzonamiento requiere:

- a Determinación el valor del diámetro del círculo menor (sección menor) del tronco del cono.
- b Determinación del valor del círculo mayor del tronco de cono.
- c Cálculo del esfuerzo de punzonamiento (Q_p).
- d Cálculo de la tensión tangencial.

b. Determinación del valor del círculo mayor del tronco de cono

$$dk = c + 2 H$$

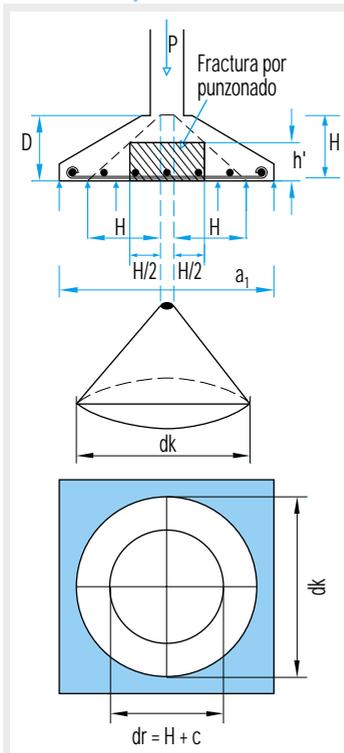
c. Cálculo del esfuerzo de punzonamiento (Q_p)

El esfuerzo de punzonado Q_p se calcula reduciendo la carga P que transmite la columna. Esto es así porque se supone una expansión de la carga a 45° .

$$Q_p = \text{Carga total} - \text{Carga bajo la base del cono de fractura}$$

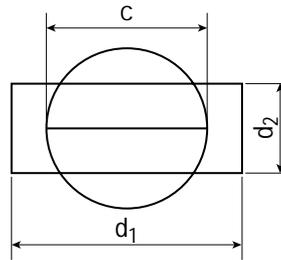
a. Determinación del diámetro del círculo menor (sección menor) del tronco del cono:

$$Q_p = P - \frac{q_t \cdot \pi \cdot d_k^2}{4}$$



$$\text{Área del círculo} = \frac{\pi \cdot c^2}{4}$$

Se halla una sección circular equivalente a la sección de la columna o del tronco.



Rectángulo de lados d_1 - d_2 equivalente al círculo de diámetro c .

En este caso, se toma la sección de la columna cuadrangular de lado d .

$$\frac{\pi \cdot c^2}{4} = d^2 \rightarrow \text{Área del cuadrado}$$

$$c = \sqrt{\frac{4 \cdot d^2}{\pi}}$$

$$\pi \cdot c^2 = 4 \cdot d^2 \rightarrow \text{Área del círculo}$$

$$c = \frac{2d}{\pi} \sqrt{\pi}$$

$$c^2 = \frac{4 \cdot d^2}{\pi}$$

$$c = 1,13 d$$

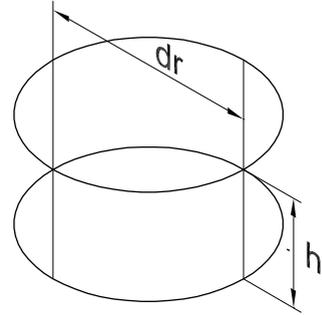


d. Cálculo de la tensión tangencial

$$\tau_p = \frac{Q_p}{\pi \cdot d_r \cdot h'}$$

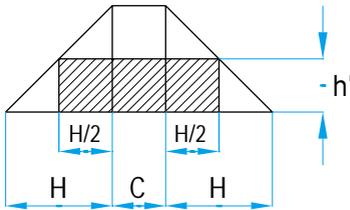
→ superficie lateral del cilindro

$$\tau_p = \frac{Q_p}{\pi \cdot (H + c) \cdot h'}$$



El valor de \$h'\$ se puede obtener en forma gráfica. Veamos cómo se procede.

Por los puntos medios de la base de los triángulos se levantan sendas perpendiculares hasta cortar al talud de la base. Se obtiene el cilindro de diámetro \$d_r = c + H\$, cuya superficie lateral es \$\pi \cdot d_r \cdot h'\$. Si el gráfico se hace en escala se puede medir \$h'\$.



¿Qué puede suceder una vez calculada la tensión de punzonado?

Se pueden dar los siguientes tres casos:

1. Si \$\tau_p < \gamma_1 \cdot \tau_{011} \left(\frac{0,2}{D} + 0,33 \right)\$ \$\tau_{011}\$ se obtiene de la tabla 28.

En este caso, no es necesario colocar armadura de corte.

$$\gamma_1 = 1,6 \alpha_e \sqrt{\mu (\%)}$$

$\alpha_e \begin{cases} 1 & \text{para acero } \beta_{st} = 2\ 200 \text{ kg/cm}^2 \\ 1,3 & \text{para acero } \beta_{st} = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2 \\ 1,4 & \text{para acero } \beta_{st} = 5\ 000 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$

$$\mu = \frac{A_{S_k}}{h \text{ (cm)} \cdot d_k \text{ (cm)}} \quad (70)$$

$$A_{S_k} = \frac{A_1 S_k + A_2 S_k}{2}$$

promedio de las dos armaduras en la zona de \$d_k\$

También se obtiene en forma analítica.

$$h' = \frac{h_1 + h_2}{2}; \text{ siendo } h_1 = \frac{a_1 - d_r}{a_1 - d_1} (H_1 - a_3) + a_3$$

$$h_2 = \frac{a_2 - d_r}{a_2 - d_2} (H_2 - a_3) + a_3$$

⁷⁰ Dado que el cálculo de la cuantía resulta muy laborioso, entonces se puede tomar \$\mu = 0,5\%\$. Se comete un error, pero se está considerando un error que implica una estructura más segura, por cuanto las tensiones admisibles son menores. La Norma DIN 1045 fija las tensiones admisibles en función de las tensiones del acero, del hormigón y de la cuantía, según puede verse en la tabla 29.



También debe verificarse:

$$0,5 \leq \frac{0,2}{D \text{ (m)}} + 0,33 \leq 1$$

2. Si $\gamma_1 \cdot \tau_{011} \left(\frac{0,2}{D \text{ (m)}} + 0,33 \right) < \tau_p < \gamma_2 \cdot \tau_{02}$

$$\gamma_2 = 0,60 \cdot \alpha_e \cdot \sqrt{\mu \text{ (\%)}}$$

τ_{011} y τ_{02} se obtiene de la tabla 28.

En este caso se hace necesario colocar armadura de corte. ¿Con qué esfuerzo se dimensiona esta armadura?

Se toma el valor 0,75 Qp

$$A_s = \frac{0,75 Q_p \cdot 1,75}{\beta_{st}}$$

$$A_s = \frac{1,31 \cdot Q_p}{\beta_{st}}$$

3. Si $\tau_p > \gamma_2 \cdot \tau_{02}$, entonces se debe redimensionar la base, aumentando la altura. →

Con esta información, podemos completar la actividad 7.2, viendo si verifica la tensión de punzonamiento.

a. Determinación del diámetro del círculo menor (sección menor) del tronco del cono

$$c = 1,13 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}$$

$$c = 34 \text{ cm}$$

b. Determinación del valor del círculo mayor del tronco de cono

$$dk = c + 2 H$$

$$dk = 34 \text{ cm} + 2.50 \text{ cm}$$

$$dk = 134 \text{ cm}$$

$$dr = c + H$$

$$dr = 34 \text{ cm} + 50 \text{ cm}$$

$$dr = 84 \text{ cm}$$

Tabla 28. Tensiones límite de corte (kg/cm ²)								
	110	130	170	210	300	380	470	β_{cn}
	70	105	140	175	230	270	300	β_r
τ_{011}	2,7	3,5	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	
τ_{012}	4	5	6,5	7,5	10	11	12,5	
τ_{02}	9	12	15	18	24	27	30	
τ_{03}	15	20	25	30	40	45	50	

Tabla 29. Tensiones admisibles de punzonamiento				
Tensión del acero kg/cm ²	Cuantía %	Tensión del hormigón kg/cm ² β_{cn}	Tensión admisible al punzonado kg/cm ²	Tensión admisible al punzonado kg/cm ²
$\beta_{st} = 4 \text{ 200 kg/cm}^2$	$\mu = 0,5$	130	$\tau_p = 1,19 \cdot \tau_{011}$	4,16
		170		5,35
		210		5,95
	$\mu = 1,5$	130	$\tau_p = 2,07 \cdot \tau_{011}$	7,24
		170		9,31
		210		10,31



c. Cálculo del esfuerzo de punzonamiento (Qp)

$$Q_p = 1,1 \cdot 65\,000 \text{ kg} - \frac{2 \text{ kg/cm}^2 \cdot \pi (134 \text{ cm})^2}{4}$$

$$Q_p = 43\,310 \text{ kg}$$

d. Cálculo de la tensión tangencial

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2}; \text{ siendo } h_1 = \frac{189 \text{ cm} - 84 \text{ cm}}{189 \text{ cm} - 34 \text{ cm}} (50 \text{ cm} - 20 \text{ cm}) + 20 \text{ cm}$$

$$h_1 = 40,4 \text{ cm}$$

$$h_2 = 40,4 \text{ cm}$$

$$h = 40,4 \text{ cm}$$

$$\tau_p = \frac{43\,310 \text{ kg}}{\pi \cdot 84 \text{ cm} \cdot 40,4 \text{ cm}}$$

$$\tau_p = 4,07 \text{ kg/cm}^2$$

Para una cuantía $\mu = 0,5 \%$;
 $\beta_{st} = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$;
 $\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$

Verifica que $\tau_p < 5,35 \text{ kg/cm}^2$

También podemos comprobar si

$$\tau_p < \gamma_1 \tau_{011} \cdot \left(\frac{0,2}{D} + 0,33 \right)$$

En nuestro caso:

$$\begin{aligned} \gamma_1 \tau_{011} \cdot \left(\frac{0,2}{D} + 0,33 \right) &= 1,5 \cdot 4,5 \cdot 0,70 \\ &= 4,72 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Como $\tau_p = 4,07 \text{ kg/cm}^2$

Entonces $\tau_p < 4,72 \text{ kg/cm}^2$; no es necesario colocar armadura de corte.

b. Base excéntrica



Actividad 7.5

En el dimensionamiento de la estructura del edificio de vivienda unifamiliar encargada por el señor Mohre, que sus alumnos ya están diseñando y calculando, es posible que aparezca la necesidad de construir una base de borde en la medianera.

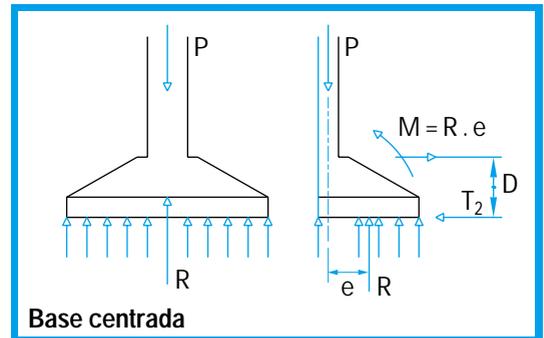
No olvidemos que con nuestra construcción no podemos invadir la propiedad del vecino, tanto en altura como por debajo de nivel de terreno.

Entonces, resulta evidente que bases como las que hemos presentado en los casos anteriores no pueden ser construidas.

¿Qué hacemos?



Para una mejor comprensión del tema, podemos presentar a los alumnos una base centrada que invade al vecino, cortar la parte que no se puede construir y analizar el funcionamiento de la parte restante.



En este caso, la recta de acción de la resultante de la carga del terreno ya no coincide con la recta de acción de la carga que trae la columna. Por este motivo, aparece un momento $M = R \cdot e$.



Este momento tiende a provocar el volcamiento de la base. Entonces, debemos solucionar este problema mediante un elemento estructural que permita neutralizarlo.

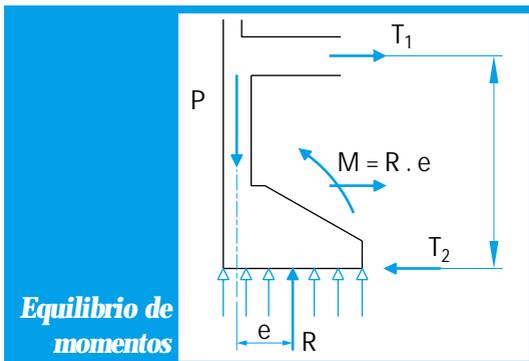
Para ello analicemos cómo podemos contrarrestar el momento $M = R \cdot e$.

Una **alternativa de solución**. Un momento se neutraliza con otro momento de igual intensidad y de sentido contrario.

Podemos pensar en un par o cupla (T_1 , T_2).

- Materializamos T_2 como la fuerza de fricción del apoyo de la base en el suelo.
- Materializamos T_1 mediante un elemento constructivo que trabaje a tracción. Nos estamos refiriendo a un tensor.

Entonces, una alternativa de solución es la de colocar un tensor entre la columna y el tronco.



Veamos, entonces cómo procedemos a dimensionar este tipo de base.

El procedimiento es similar al que utilizamos en la resolución de la base centrada por el método de las líneas de rotura.

La próxima situación problemática puede servirle como punto de partida para encarar la tarea con sus alumnos:



Actividad 7.6



Las fotografías que presentamos corresponden a dos edificios entre medianeras construidos en una zona comercial de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Como se puede apreciar, las edificaciones corresponden a diferentes épocas y ambos edificios comparten una parte de la pared medianera. En el edificio más alto, construido con posterioridad al otro, la fundación está constituida por bases aisladas.

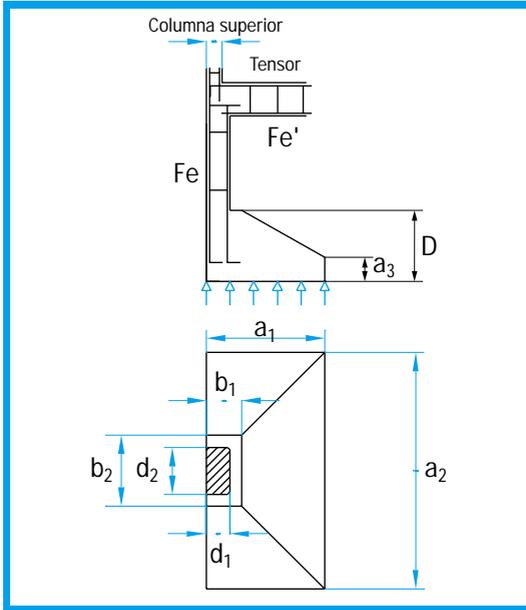
Pensemos, por un instante en el diseño estructural del edificio más alto y, específicamente, en el diseño de una de las bases de borde.

Para advertir cómo está lograda la resolución, proponga a los estudiantes:

- 1 Diseñar una de las bases de borde (interna).
- 2 Dimensionar los lados de la base (a_1 y a_2), considerándola rectangular, de la altura (H) y del talón (a_3).
- 3 Analizar el estado de sollicitación al que está sometida la base y dimensionarla.
- 4 Analizar el estado de sollicitación al que está sometido el tronco y dimensionarlo.
- 5 Dimensionar el tensor.
- 6 Verificar el vuelco.



1. Diseño de una de las bases internas de borde



2. Dimensionar los lados de la base, la altura y el talón

Para poder resolver esta cuestión, debemos buscar algunos valores. Necesitamos conocer:

- la tensión del terreno correspondiente al lugar de la fundación,
- la carga que trae la columna y
- las dimensiones de los lados de ésta.

Nuestros alumnos consideraron la Ciudad Autónoma de Buenos Aires; pero, sus alumnos pueden tomar en consideración los datos de la localidad donde viven.

La tensión del terreno, en nuestro caso, es:

$$\sigma_t = 2 \text{ kg/cm}^2$$

Suponemos que la carga P que trae la columna es de 30 t y que sus lados son $d_1 = 30 \text{ cm}$ y $d_2 = 20 \text{ cm}$.

Dimensiones de los lados de la superficie de apoyo de la base:

$$\text{Sup. base} = 1,1 P / \sigma_t$$

$$\text{Sup. base} = (1,1 \cdot 30\,000 \text{ kg}) / 2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Sup. base} = 16\,500 \text{ cm}^2$$

Como en las consignas fijamos que la base es rectangular, establecemos una relación entre sus lados. Por ejemplo, fijamos que $a_2 / a_1 = 2,5$

$$\text{Sup. base} = a_1 \cdot 2,5 \cdot a_1$$

$$\text{Sup. base} = 2,5 \cdot a_1^2$$

$$16\,500 \text{ cm}^2 = 2,5 \cdot a_1^2$$

$$\frac{16\,500 \text{ cm}^2}{2,5} = a_1^2$$

$$a_1 = \sqrt{6\,600} \text{ cm}$$

$$a_1 = 81,24 \text{ cm}$$

$$\text{Adoptamos } a_1 = 82 \text{ cm}$$

$$a_2 = 2,5 a_1$$

$$a_2 = 2,5 \cdot 82 \text{ cm}$$

$$a_2 = 205 \text{ cm}$$

Dimensión de la altura (H) y del talón (a3):

Para que la base sea rígida debe verificarse que:

$$D_1 \geq (a_1 - b_1) / 3$$

$$D_2 \geq (a_2 - b_2) / 3$$

$$D_2 = (205 \text{ cm} - 25 \text{ cm}) / 3$$

$$D_2 = 60 \text{ cm}$$

$$D_1 = (82 \text{ cm} - 35 \text{ cm}) / 3$$

$$D_1 = 16 \text{ cm}$$

Se considera la mayor de las dos dimensiones

$$\mathbf{D = 60 \text{ cm}}$$



$H = 55 \text{ cm}$ con $r = 5 \text{ cm}$

$a_3 = 0,4 H$
 $a_3 = 0,4 \cdot 55 \text{ cm}$
 $a_3 = 22 \text{ cm}$

3. Análisis del estado de sollicitación a la que está sometida la base y dimensionamiento

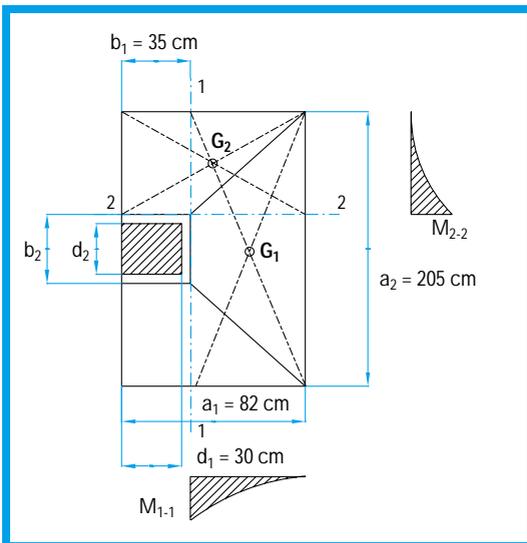
En forma similar al cálculo realizado en la actividad 7.4, consideramos que la base se comporta como si estuviera compuesta por tres ménsulas invertidas y empotradas en el tronco de la columna.

Determinación de la reacción del terreno:

Consideramos la ménsula de lados a_1 y $(a_2 - b_2) / 2$.

$R_t = \sigma_t \cdot a_1 \cdot (a_2 - b_2) / 2$ (En este caso, consideramos el lado del tronco b_2 y no el de la columna d_2).

$R_t = 2 \text{ kg/cm}^2 \cdot 82 \text{ cm} \cdot (205 \text{ cm} - 25 \text{ cm}) / 2$
 $R_t = 14\ 760 \text{ kg}$



Cálculo del momento flexor máximo de la ménsula:

Consideramos el eje 2-2.

$M_{f\ 2-2} = R_t \cdot e_2$

$M_{f\ 2-2} = 14\ 760 \text{ kg} \cdot 45 \text{ cm}$
 $M_{f\ 2-2} = 664\ 200 \text{ kgcm}$

Verificación de la altura Hy:

Para la verificación de la altura de la base, debemos tomar otra decisión: elegir la calidad del hormigón y la del acero.

En nuestro caso consideramos:

Calidad del hormigón: $\beta_r = 140 \text{ kg/cm}^2$

Calidad del acero: $\beta_{st} = 4\ 200 \text{ kg/cm}^2$

$m_{s_2} = \frac{M_f}{b_1 \cdot Hy^2 \cdot \beta_r}$

$m_{s_2} = \frac{664\ 200 \text{ kgcm}}{35 \text{ cm} \cdot (55 \text{ cm})^2 \cdot 140 \text{ kg/cm}^2}$

$m_{s_2} = 0,0448 < 0,193$; verifica la altura Hy

Determinación de la reacción del terreno:

Consideramos la ménsula de lados a_2 y $(a_1 - b_1)$.

$R_t = \sigma_t \cdot a_2 \cdot (a_1 - b_1)$
 (En este caso, consideramos el lado del tronco b_1 y no el de la columna d_1)

$R_t = 2 \text{ kg/cm}^2 \cdot 205 \text{ cm} \cdot (82 \text{ cm} - 35 \text{ cm})$

$R_t = 19\ 270 \text{ kg}$



Cálculo del momento flexor máximo de la ménsula:

Consideramos el eje 1-1.

$$M_{f\ 1-1} = R_t \cdot e_1$$

$$M_{f\ 1-1} = 19\ 270\ \text{kg} \cdot 23,5\ \text{cm}$$

$$M_{f\ 1-1} = 452\ 845\ \text{kgcm}$$

Verificación de la altura Hx:

$$m_{s1} = \frac{M_f}{b_2 \cdot Hx^2 \cdot \beta_r}$$

$$m_{s1} = \frac{452\ 845\ \text{kgcm}}{25\ \text{cm} (54\ \text{cm})^2 \cdot 140\ \text{kg/cm}^2}$$

$$m_{s1} = 0,044 < 0,193; \text{ verifica la altura Hx}$$

Cálculo de la sección de la armadura

Para el valor de $m_{s2} = 0,0448$;
corresponde $w_M = 0,094$

$$As_2 = w_M \cdot \frac{b_1 \cdot H_y \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$As_2 = 0,094 \cdot \frac{35\ \text{cm} \cdot 55\ \text{cm} \cdot 140\ \text{kg/cm}^2}{4\ 200\ \text{kg/cm}^2}$$

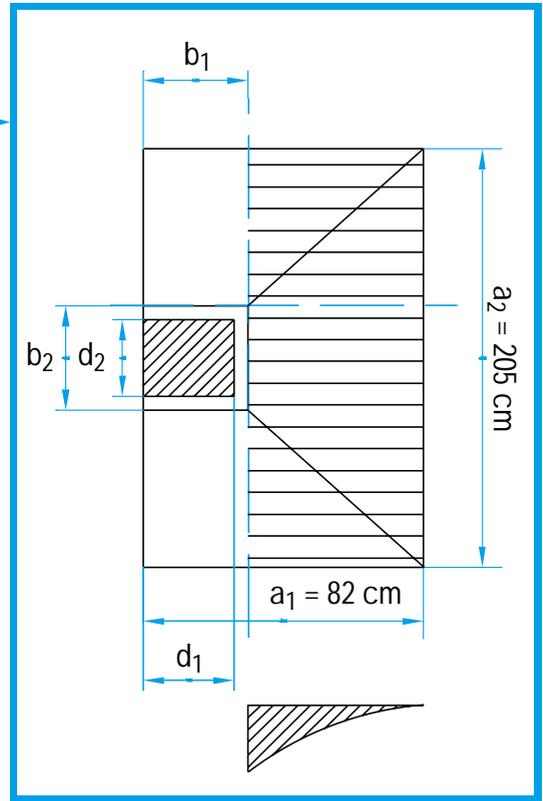
$$As_2 = 6,03\ \text{cm}^2,$$

corresponde $\phi\ 10\ \text{c/}\ 13\ \text{cm}$
 $As_{2\ \text{real}} = 6,04\ \text{cm}^2$

Para el valor de $m_{s2} = 0,044$;
corresponde $w_M = 0,094$

$$As_1 = w_M \cdot \frac{b_2 \cdot Hx \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$As_1 = \frac{0,094 \cdot 25\ \text{cm} \cdot 54\ \text{cm} \cdot 140\ \text{kg/cm}^2}{4\ 200\ \text{kg/cm}^2}$$



$$As_1 = 4,23\ \text{cm}^2,$$

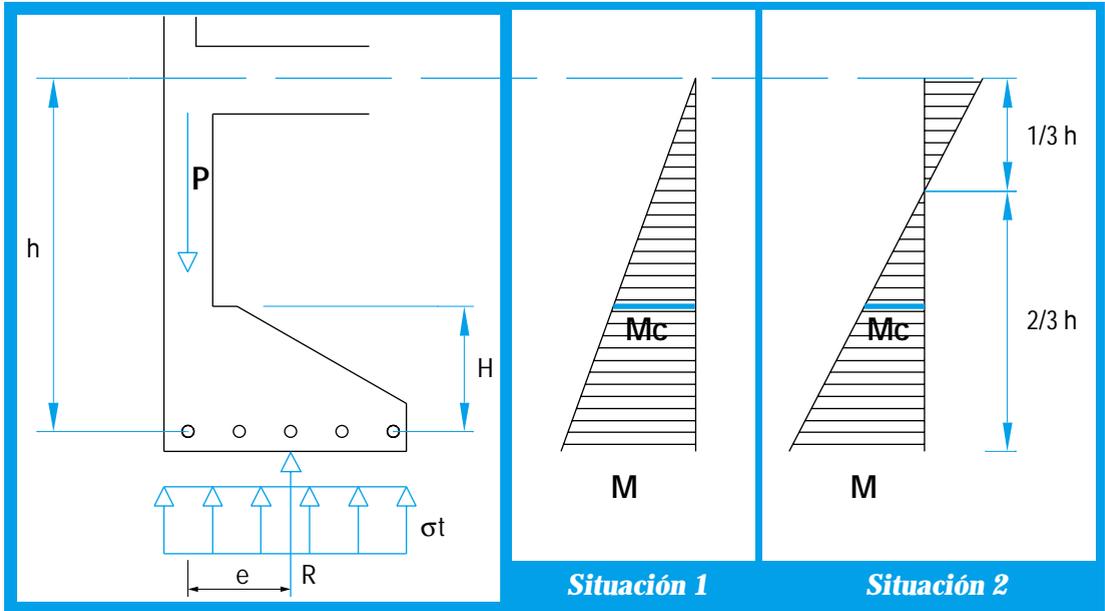
corresponde $\phi\ 10\ \text{c/}\ 18,5\ \text{cm}$
 $As_{1\ \text{real}} = 4,25\ \text{cm}^2$

4. Análisis del estado de sollicitación al que está sometido el tronco y dimensionamiento

Ya hemos analizado que tanto el tronco como la columna soportan una carga de compresión. Suponemos que la distribución de tensiones en el suelo es uniforme. Entonces, aparece un momento provocado por la excentricidad de las cargas.

La fuerza P de compresión y el momento flexor provocan en el tronco una sollicitación del flexo-compresión.





Situación 1. Suponemos articulado el encuentro entre el tensor y la columna. El diagrama de momentos es lineal.

Situación 2. Suponemos empotrado el encuentro entre el tensor y la columna. El diagrama de momento es doble triángulo (lineal).

En ambos casos, el cálculo se hace con el momento flexor M_C en la sección x-x (cuello de la base), por ser la sección más comprometida, ya que en ella se produce un cambio brusco de las dimensiones.

El tronco, en cualquiera de las dos situaciones debe ser dimensionado a la flexo-compresión con armadura simétrica.

Cálculo de la excentricidad e:

$$e = (a_1 - b_1) / 2$$

$$e = (82 \text{ cm} - 35 \text{ cm}) / 2$$

$$e = 23,5 \text{ cm}$$

Cálculo del momento M y del M_C :

$$M = 1,1 P \cdot e$$

$$M = 1,1 \cdot 30\,000 \text{ kg} \cdot 23,5 \text{ cm}$$

$$M = 775\,500 \text{ kgcm}$$

$$M = 7,75 \text{ tm}$$

Si consideramos el esquema de la situación 2.

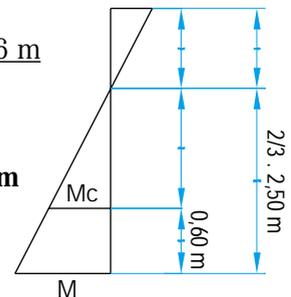
$$\frac{M_C}{\frac{2}{3} \cdot 2,50 - 0,60} = \frac{M}{\frac{2}{3} \cdot 2,50}$$

$$M_C = \frac{M \cdot 1,06}{1,66}$$

$$M_C = \frac{7,75 \text{ tm} \cdot 1,06 \text{ m}}{1,66 \text{ m}}$$

$$M_C = 4,95 \text{ tm}$$

$$M_C = 495\,000 \text{ kgcm}$$



Cálculo de los coeficientes adimensionales m y n:

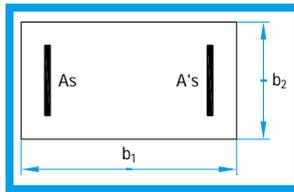
Dado que estamos en presencia de un elemento estructural que trabaja a la flexo-compresión, debemos utilizar los diagramas de interacción de la flexo-compresión para una determinada calidad del acero y para las distintas posibilidades del recubrimiento.

En nuestro caso, utilizamos el diagrama de interacción para $\beta_{st} = 4\ 200\ \text{kg/cm}^2$ y $r = 0,05$

La utilización de estos diagramas exige conocer los valores de los coeficientes adimensionales ms y ns

- ms corresponde a la flexión,
- ns a la compresión.

$$m_s = \frac{M c}{b_2 \cdot b_1^2 \cdot \beta_r}$$



$$m_s = \frac{495\ 000\ \text{kgcm}}{25\ \text{cm} \cdot (35\ \text{cm})^2 \cdot 140\ \text{kg/cm}^2}$$

$$m_s = 0,115$$

$$n_s = \frac{-1,1 P}{b_2 \cdot b_1 \cdot \beta_r} \quad (\text{El signo negativo corresponde a la compresión})$$

$$n_s = \frac{-1,1 \cdot 30\ 000}{25\ \text{cm} \cdot 35\ \text{cm} \cdot 140\ \text{kg/cm}^2}$$

$$n_s = -0,27$$

Con el valor de $m_s = 0,115$ y de $n_s = -0,27$,

hallamos en el diagrama de interacción el valor de w_M .

En este caso $w_M = 0,18$

$$A_{s1} = w_M \cdot \frac{b_2 \cdot b_1 \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$

$$A_{s1} = 0,18 \cdot \frac{25\ \text{cm} \cdot 35\ \text{cm} \cdot 140\ \text{kg/cm}^2}{4200\ \text{kg/cm}^2}$$

$$A_{s1} = 5,25\ \text{cm}^2; \text{ Adoptamos } 5\ \phi\ 12$$

$$A_{s1\text{real}} = 5,65\ \text{cm}^2$$

$$A_{s2} = 5,25\ \text{cm}^2; \text{ Adoptamos } 5\ \phi\ 12$$

$$A_{s1\text{real}} = 5,65\ \text{cm}^2$$

5. Dimensionamiento del tensor

El tensor trabaja a la tracción. Para ello debemos buscar la fuerza de tracción, a la que llamamos F

Considerando la **situación 2**.

$$F = \frac{1,5 \cdot 1,1 P \cdot e}{h}$$

$$F = \frac{1,5 \cdot 1,1 \cdot 30\ 000\ \text{kg} \cdot 23,5\ \text{cm}}{250\ \text{cm}}$$

$$F = 4\ 653\ \text{kg}$$

Expresiones matemáticas para la determinación de la fuerza F

$$F = \frac{1,1 P \cdot e}{h}$$

para la
situación
1

Como el tensor trabaja a la tracción, lo dimensionamos con la carga F

$$F = \frac{1,5 \cdot 1,1 P \cdot e}{h}$$

para la
situación
2

Mediante las siguientes expresiones matemáticas, calculamos la sección del acero y la del



hormigón del tensor.

$$A_s = \frac{F}{\sigma} \quad \sigma = \frac{4\,200 \text{ kg/cm}^2}{1,75}$$

$$\sigma = 2\,400 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_s = \frac{4\,653 \text{ kg}}{2\,400 \text{ kg/cm}^2}$$

$$A_s = 1,94 \text{ cm}^2;$$

Adoptamos 2 ϕ 12 A_s real = 2,26 cm²

$$F_b = \frac{A_s}{\mu} \quad \text{sección de hormigón}$$

$$F_b = \frac{2,26 \text{ cm}^2}{0,01}$$

$$F_b = 226 \text{ cm}^2$$

Adoptamos un tensor de sección cuadrangular de lados c_1 y c_2 :

$$c_1 = \sqrt{226 \text{ cm}^2}$$

$$c_1 = 15 \text{ cm}$$

$$c_2 = 15 \text{ cm}$$

Otra alternativa de solución de base excéntrica. Analicemos la siguiente situación: se inclina el tronco en ángulo α

Solicitaciones:

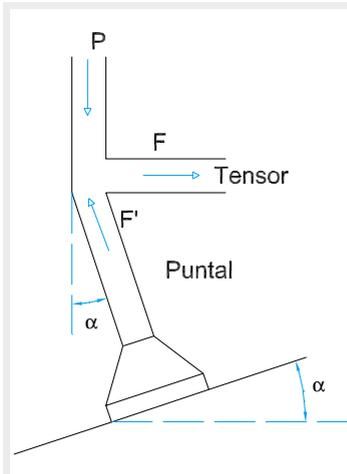
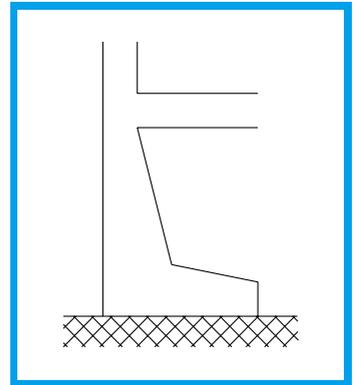
En este caso el tronco trabaja a la compresión y la base se comporta como una base céntrica.

El ángulo de desviación α con el talud vertical se toma $\leq 15^\circ$, para evitar fuertes cargas en el tensor y esfuerzos secundarios originados por la característica monolítica del hormigón.

La base inclinada no elimina la presencia del tensor. Razones constructivas hacen que se rellene el espacio que queda entre el tronco y el talud vertical, y que la superficie de apoyo quede horizontal.

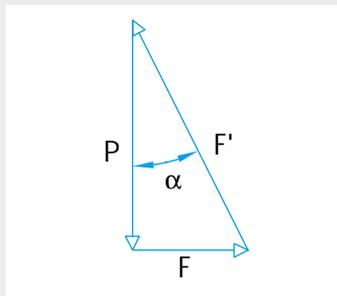
Se aconseja utilizar este tipo de base para cargas menores o iguales a 60 t.

Entonces, ¿resulta ésta la alternativa más apropiada?



Análisis de carga:

El polígono de fuerzas es cerrado.



→ F fuerza de tracción

→ F' fuerza de compresión

$$F' = \frac{P}{\cos \alpha}$$

Analicemos una **tercera alternativa** de solución de base excéntrica.

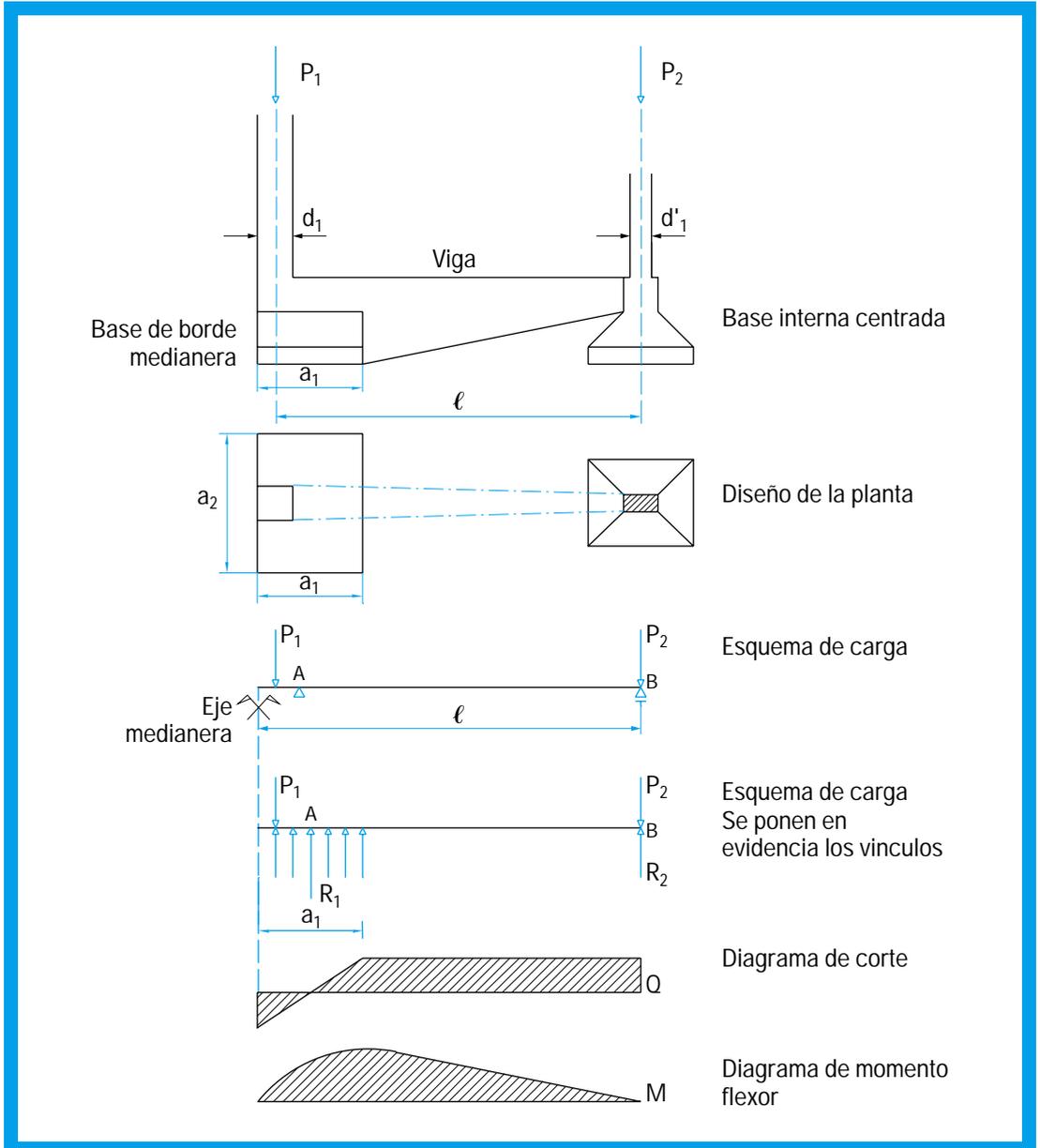
Si existe una base de borde medianera, habrá también una base centrada próxima a la primera.



Esta situación permite vincular ambas zapatas o bases, la de medianera y la interior, mediante una viga.

La viga absorbe el momento flexor provocado por la excentricidad de la carga que trae la columna de medianera respecto de la reacción del terreno. Esta viga se denomina Viga Cantilever.

¿Cuál es la función de la viga?



Determinación de la fuerza R_1 :

La fuerza R_1 se halla mediante la aplicación de la ecuación de equilibrio $\sum M^B = 0$

$$-1,1 P_1 \cdot \ell + R_1 \left(\ell - \frac{a_1}{2} \right) = 0$$

$$R_1 = \frac{1,1 P_1 \cdot \ell}{\ell - \frac{a_1}{2}}$$

Determinación de las dimensiones geométricas de la base de medianera:

Conviene fijar un valor de a_2/a_1 que esté entre 1,5 y 2,5; con el fin de evitar una descarga excesiva sobre la base centrada.

Fijado el valor de a_1 , se determina el valor de a_2 .

$$a_2 = \frac{R_1}{a_1 \cdot \sigma_\tau}$$

Determinación de las dimensiones geométricas de la base centrada:

$$R_2 = R_1 - 1,1 P_1$$

$$P = 1,1 P_2 - 0,5 R_2 \quad (\text{Se minora a } R_2)$$

Con el valor de esta carga, procedemos al cálculo y al dimensionamiento de la base centrada.

Dimensionamiento de la viga:

La viga se calcula en forma similar a la de cualquier viga rectangular.

Una pregunta que esperamos de los alumnos es: ¿Por qué se disminuye la altura de la viga?

La reducción de la altura de la viga permite llegar a la columna central con poca inercia y con un momento flexor prácticamente nulo.

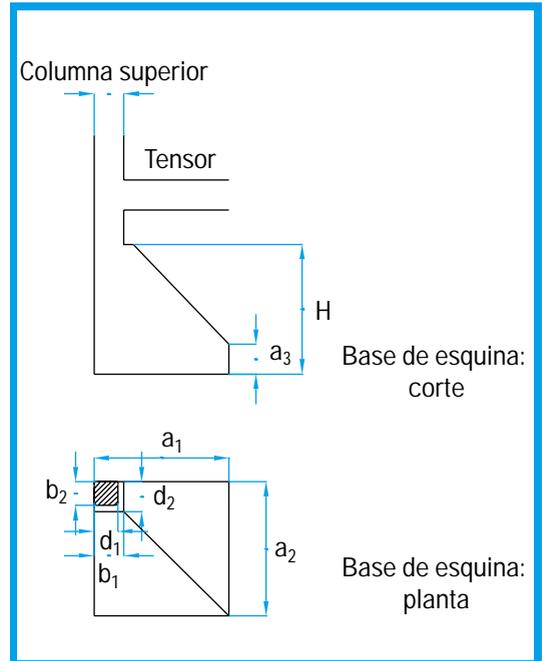


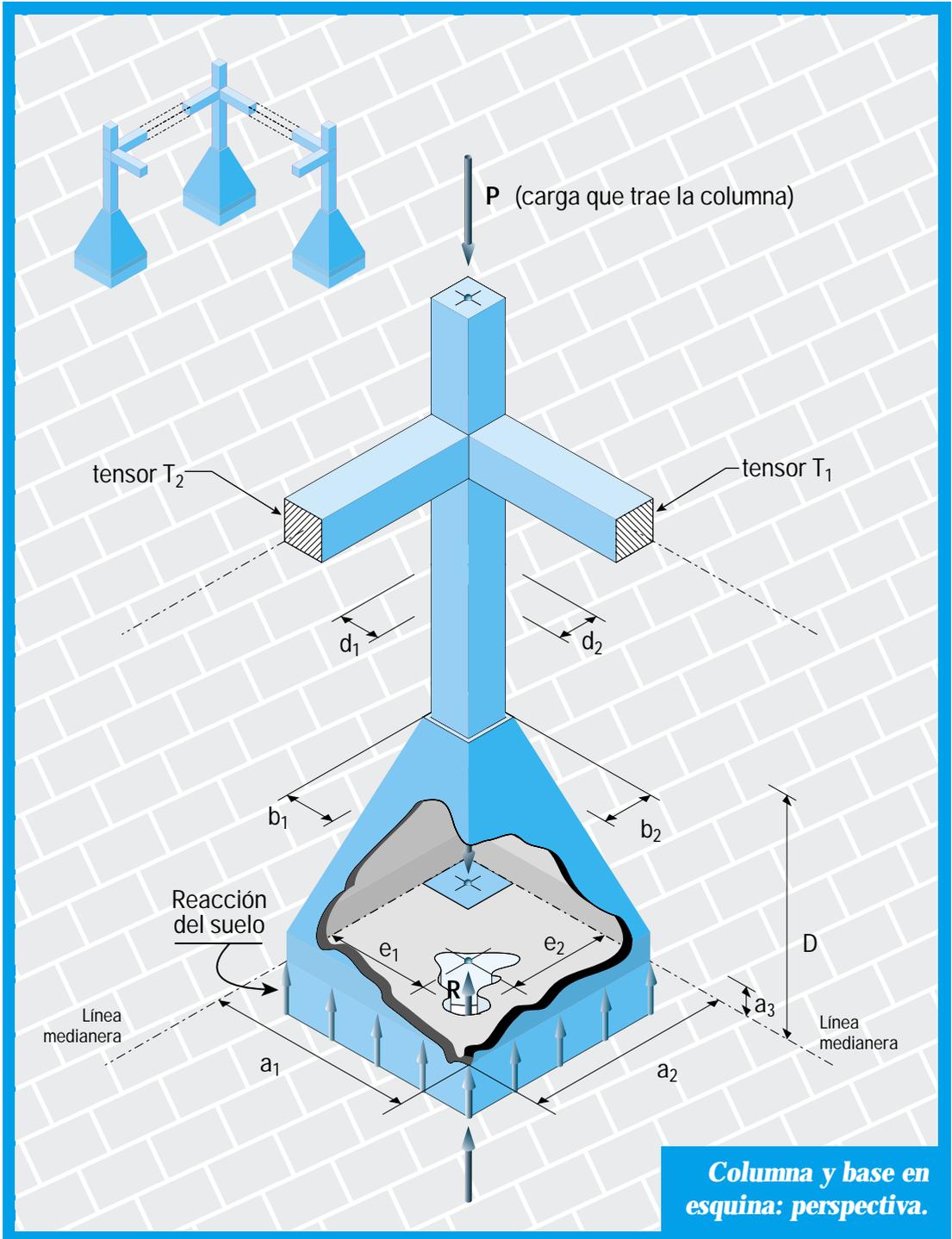
Actividad 7.7

Le proponemos que plantee a sus alumnos una situación problemática mediante la cual deban encontrar las distintas alternativas de solución para el dimensionamiento de una base de borde de medianera.

Sugerimos analizar todas las alternativas de solución, variando la carga, para $P < 50 \text{ t}$ y para $50 \text{ t} \leq P \leq 60 \text{ t}$.

En el diseño de la estructura que sus alumnos están proyectando puede aparecer la necesidad de diseñar una base aislada entre dos líneas de medianera, tal como se presenta en la siguiente estructura.





Si los alumnos comprendieron el caso de una base excéntrica, no tendrán ninguna dificultad en analizar esta situación.

Rápidamente podrán entender que se trata de un cálculo similar al de la base excéntrica, pero con dos tensores.

Veamos el procedimiento de cálculo.

Dimensionamiento de la base:

Calculamos las dimensiones a_1 , a_2 y D

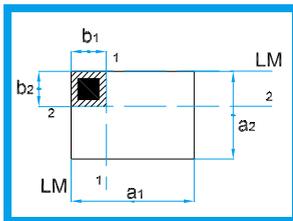
$$\text{Anec.} = \frac{1,1 P}{\sigma_{\text{rad}}}$$
 Conociendo Anec, se determinan los valores de a_1 , a_2

$$D = \frac{a_1 - b_1}{3}$$
 Resulta conveniente considerar la relación $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

$$D = \frac{a_2 - b_2}{3}$$
 De los dos valores D se elige el mayor

Determinación de la armadura para la base:

Cálculo de los momentos flexores máximos:



$$\sigma_t = \frac{1,1 P}{a_1 \cdot a_2}$$

$$R_t = \sigma_t \cdot \text{Sup}_{\text{base}}$$

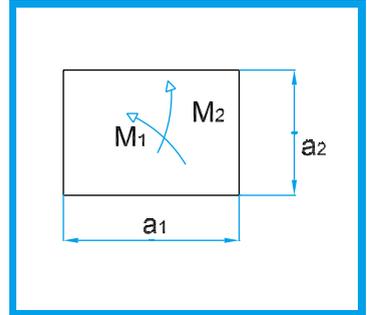
$$R_t = \frac{1,1 P}{a_1 \cdot a_2} (a_1 - b_1) a_2$$

$$M_1 = \frac{1,1 P}{a_1 \cdot a_2} (a_1 - b_1) a_2 \cdot \frac{(a_1 - b_1)}{2}$$

$$M_1 = \frac{1,1 P}{2 a_1} (a_1 - b_1)^2$$

En forma análoga, se calcula M_2 :

$$M_2 = \frac{1,1 P}{2 a_2} (a_2 - b_2)^2$$



Verificación de la altura:

Para la verificación de la altura se calcula el coeficiente ms. Si $ms < 0,193$ entonces verifica; de lo contrario, se debe redimensionar (Considere los casos anteriores).

Cálculo de la sección de la armadura:

La sección de la armadura, en ambas direcciones, se calcula con la misma expresión matemática que se utiliza para los otros casos de bases.

$$As_1 = w_M \cdot \frac{b_1 \cdot Hx \cdot \beta r}{\beta st}$$

$$As_1 = w_M \cdot \frac{b_2 \cdot Hy \cdot \beta r}{\beta st}$$

Dimensionamiento del tronco:

El tronco está sometido a flexión compuesta oblicua. Los momentos flexores para tensores ubicados como en la figura, dependen de si se trata de tensores articulados o empotrados.

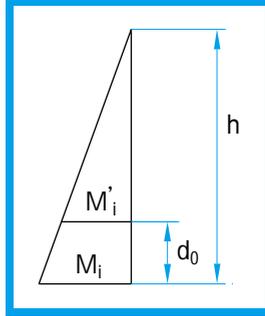
Esquema articulado:



$$M_1 = P \cdot e_1$$

$$M'_1 = P \cdot e_1 \cdot \frac{h - d_0}{h}$$

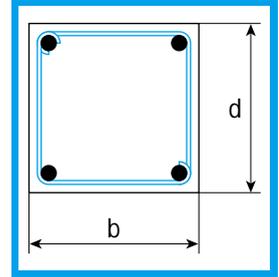
$$M'_2 = P \cdot e_2 \cdot \frac{h - d_0}{h}$$



$$n = \frac{P}{b \cdot d \cdot \beta_r}$$

$$m_x = \frac{M'_1}{b \cdot d^2 \cdot \beta_r}$$

$$m_y = \frac{M'_2}{b^2 \cdot d \cdot \beta_r}$$



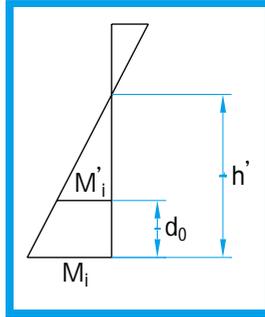
Se utilizan los ábacos de flexión compuesta oblicua.

Esquema empotrado:

$$M_1 = P \cdot e_1$$

$$M'_1 = P \cdot e_1 \cdot \frac{h' - d_0}{h'}$$

$$M'_2 = P \cdot e_2 \cdot \frac{h'' - d_0}{h'}$$



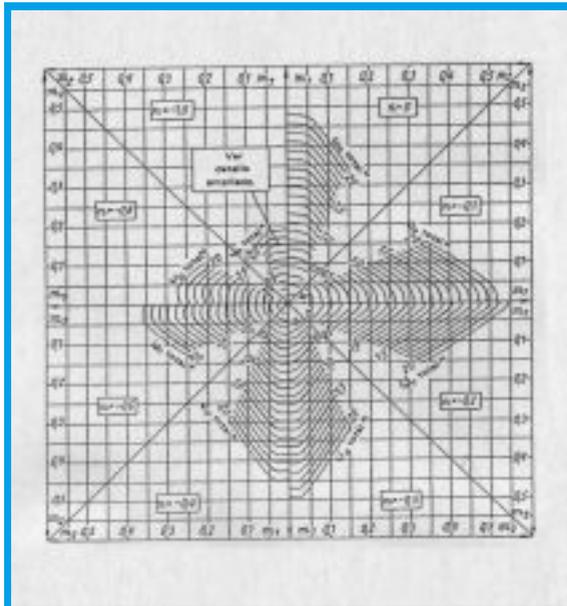
Procedimiento para el uso de los ábacos:

Con el valor de n, se busca la zona y mediante el valor de m₁ (mayor valor) y de m₂ se determina el valor de tot. w₀ ó μ₀ total.

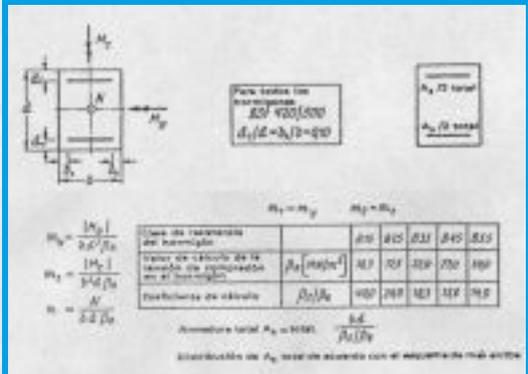
Los valores obtenidos en el respectivo ábaco permiten hallar el valor de la sección del acero en cada esquina.

Con estas solicitaciones se calculan las solicitaciones específicas adimensionales.

$$\frac{A_s}{4} = \mu_0 \text{ total} \cdot \frac{b \cdot d \cdot \beta_r}{\beta_{st}}$$



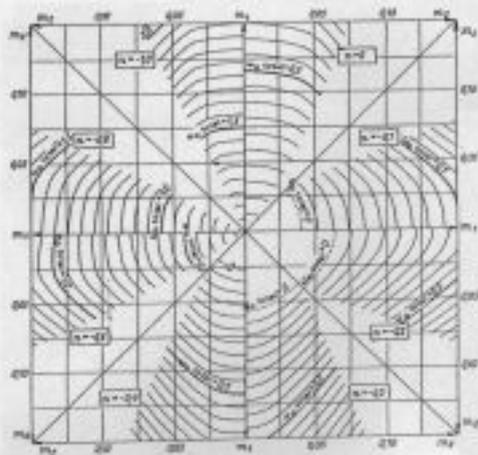
Ábacos; flexión compuesta oblicua



Shear modulus

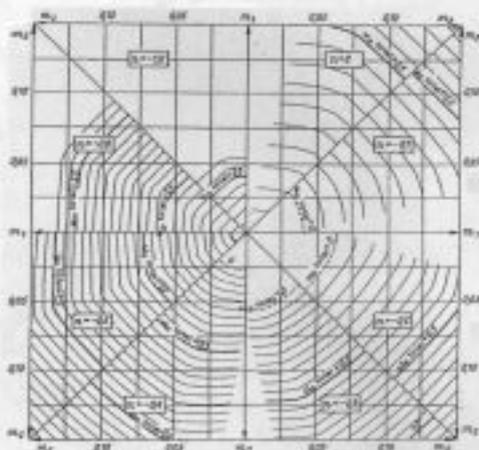
Shear modulus for
homogeneity
 $2G' = 4G'_{12}$
 $G'_{12} = G'_{21} = G'$

A_x, D axis
 A_y, D axis



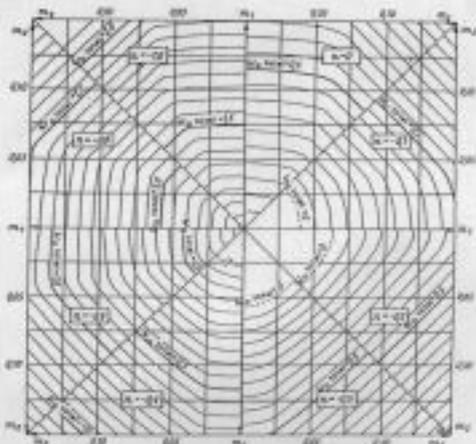
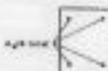
Shear modulus

Shear modulus for
homogeneity
 $2G' = 4G'_{12}$
 $G'_{12} = 2G'_{21} = 2G'$



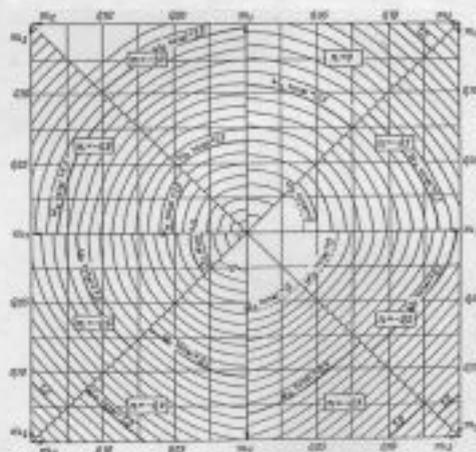
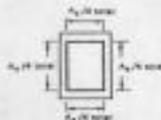
Shear modulus

Shear modulus for
homogeneity
 $2G' = 4G'_{12}$
 $G'_{12} = 2G'_{21} = 2G'$



Shear modulus

Shear modulus for
homogeneity
 $2G' = 4G'_{12}$
 $G'_{12} = G'_{21} = G'$



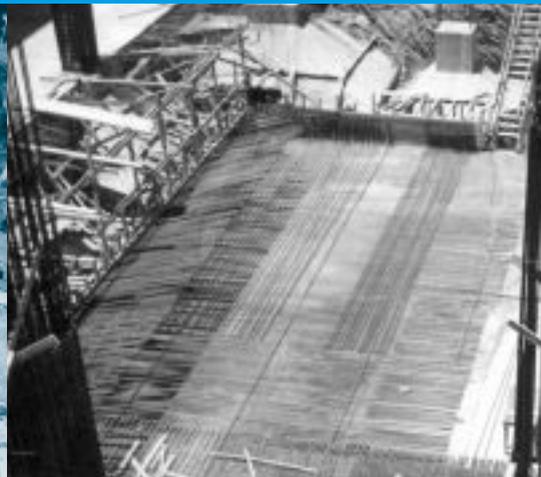
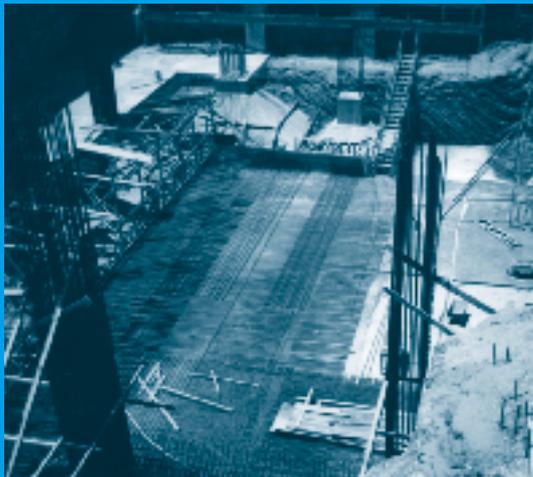
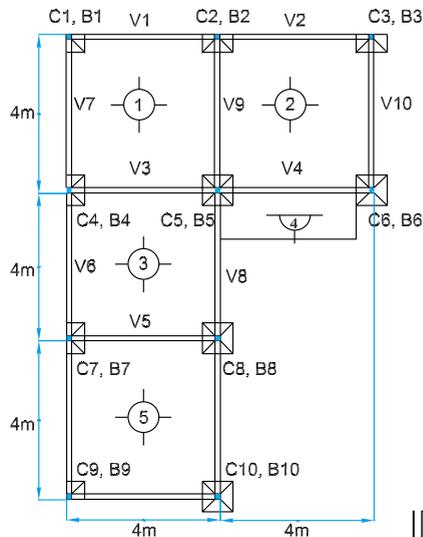


Actividad 7.8

El siguiente diseño de estructura corresponde a una planta de dos pisos de una vivienda unifamiliar. La estructura es de hormigón armado.

- Dimensionar las bases de las columnas C_1 y C_7 .

Como se plantea una situación problemática, son los alumnos quienes realizan el relevamiento de los datos y encuentran las diferentes alternativas de solución.



Construcción de bases



8. ARMADO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

En este capítulo nos referimos a las reglas dadas por las Normas para el armado de los diferentes elementos estructurales de una estructura de hormigón armado. Tal como lo hicimos hasta ahora, nos ajustamos a las Normas DIN; al Proyecto de Reglamento CIRSOC y a las Normas IRAM-IAS.

Por supuesto, pudimos haber trabajado este tema en cada uno de los capítulos anteriores y referirnos a los procedimientos del armado de cada elemento estructural por separado –de hecho, es probable que usted lo haga de este modo con sus alumnos–; pero, nos parece que la importancia del tema merece que le dediquemos un capítulo específico.

El primer ítem de esta actividad permite a los alumnos familiarizarse con el manejo de las Normas. Porque no suele resultarles fácil la comprensión y la búsqueda de las diferentes temáticas, por la forma de escritura del texto y por su organización. Dado que las Normas mutan, es importante que los estudiantes realicen una lectura comprensiva y que, sobre todo, aprendan a recurrir a ellas cada vez que lo necesiten, comprendiendo que las Normas constituyen una herramienta de trabajo imprescindible para el calculista de estructuras.

El segundo ítem les permite encarar el **análisis de un producto**: los folletos técnicos de los fabricantes constituyen elementos que, durante toda su vida profesional, el especialista va a consultar, ya que la información del proveedor es la única que hace referencia a la calidad y a las características intrínsecas del producto que se va a utilizar en la construcción. El **análisis de productos** constituye una valiosa estrategia de enseñanza y de aprendizaje, ya que permite a los alumnos tomar contacto con situaciones reales, concretando el estudio y la síntesis de trabajos ya realizados por profesionales de la construcción.

El **análisis de productos** puede llevarse a cabo como una actividad previa, o bien durante el proceso de diseño y de cálculo estructural.

En el tercer ítem, se destaca otro análisis de producto; esta vez, el de los planos de estructuras con los respectivos diseños y cálculos.

Actividad 8.1

Una primera actividad que usted puede proponer a sus alumnos con respecto a esta temática es la siguiente:

- A través de la Internet, en la biblioteca escolar, en el IRAM-IAS y/o en el CIRSOC, buscamos las Normas referidas al acero para el hormigón y a las reglas del armado de los diferentes elementos.
- Analizamos folletos técnicos de empresas fabricantes del acero para el hormigón y producimos un informe.
- Buscamos algún plano de estructura. Analizamos la distribución de la armadura en cada elemento estructural el diámetro, la separación, la calidad del acero, la cantidad, etc.



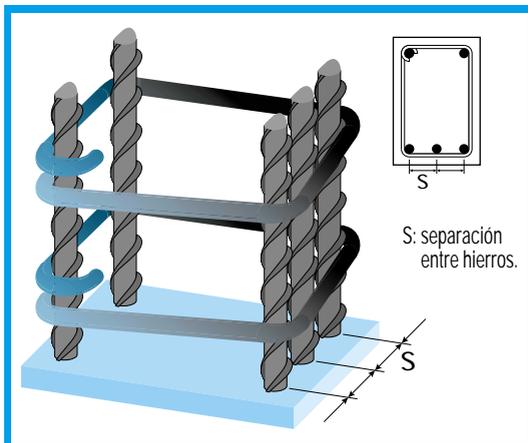
Esta tarea conforma otro aporte importante, por cuanto, además de posibilitar el estudio de los diferentes componentes de un diseño de estructura y su cálculo, también permite visualizar los requerimientos de presentación ante la Municipalidad local.

Las barras de acero



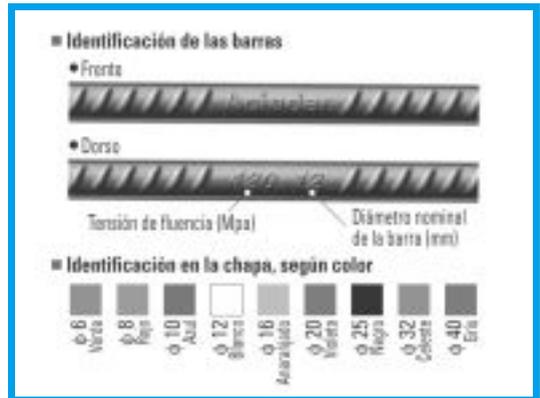
Separación entre las barras. La separación libre entre las barras rectas de la armadura, paralelas entre sí, debe ser mayor o igual a 2 cm y/o mayor que el diámetro de la barra (ϕ). De los dos valores, se toma el mayor.

Esta regla no rige para el caso de la separación entre una barra asilada y otra soldada a la armadura transversal cuyo diámetro sea $\phi \leq 12$ mm, y/o $s \geq 2$ cm; $s \geq \phi$.



Diámetros de las barras de acero y su identificación. El siguiente cuadro⁷¹ muestra la forma de suministro e identificación de las barras de acero para hormigón armado DNA-420.

Presentación		Diámetros
Barras de 12	72	A granel
Cortado y doblado	Según planilla	6 a 40



Colocación de la armadura. Las armaduras se limpian cuidadosamente. Para que se produzca una efectiva adherencia con el hormigón, las armaduras deben estar libres de polvos, barro, grasas, aceites, pinturas, herrumbre y/o cualquier otra sustancia. La limpieza también es necesaria si la armadura está cubierta con mortero, pasta de cemento u hormigón endurecido.

Las barras no pueden sufrir desplazamientos, y tienen que mantener su forma y posición durante la colocación.

Las barras que conforman la armadura principal o resistente se vinculan a los estribos, zunchos, barras de repartición y otras armaduras, mediante la forma más conveniente, de modo que queden firmes.

⁷¹ Tomado del folleto técnico de acero de ACINDAR.

⁷² El folleto indica que para largos especiales es necesario consultar con la oficina de asesoramiento técnico-comercial de la empresa.





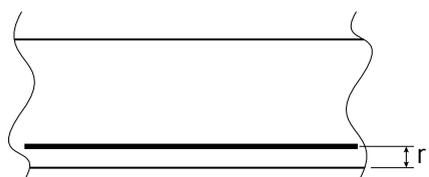
Operarios colocando la armadura de una estructura de hormigón armado; FEMATEC 2005

metálicas. No pueden usarse como separadores y/o espaciadores trozos de ladrillo, trozos de madera, trozos de caño o partículas de áridos.

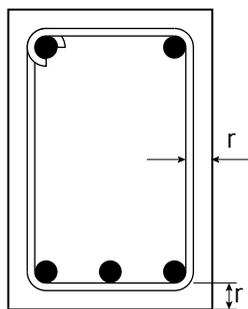
Recubrimiento de la armadura. Todas las armaduras de acero incluidas en los elementos estructurales son protegidas de la corrosión, en forma duradera, mediante un recubrimiento cuyo espesor depende del uso del local donde está el respectivo elemento estructural.

Se denomina **recubrimiento** a la distancia entre el punto más saliente de la armadura y la superficie externa del elemento estructural (no incluye revoques ni material de terminación).

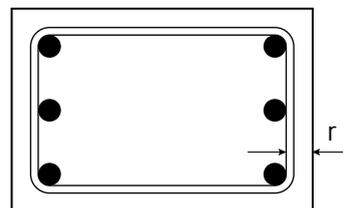
Las armaduras se separan o se sostienen a través de espaciadores o soportes metálicos, de mortero o material plástico y ataduras



En losas
r: recubrimiento



En vigas



En columnas



El recubrimiento se hace de hormigón modelado conjuntamente con el correspondiente elemento.

¿Qué característica debe tener el hormigón de recubrimiento?

El hormigón de recubrimiento debe ser compacto. Si bien el recubrimiento está en función del destino del local, el mínimo para cubrir a las barras principales es, por lo menos, igual al diámetro de la barra más 0,5 cm, siempre que este valor sea mayor que los mínimos referidos a las condiciones ambientales. El recubrimiento lateral es, como mínimo, de \varnothing estribos + 0,3 cm.

¿En qué caso se tienen que aumentar los recubrimientos mínimos?

- Cuando el tamaño mínimo del agregado grueso es de 30 mm, el recubrimiento mínimo se incrementa en 0,5 cm.
- En el caso que exista peligro de que el hormigón, en la etapa de endurecimiento, se vea afectado por acciones mecánicas –por ejemplo, cuando se usan encofrados deslizantes–, el recubrimiento mínimo se incrementa en 0,5 cm.
- Si los elementos estructurales son arenados o muy amolados por desgaste, el recubri-

Tabla 30. Recubrimiento mínimo referido a las condiciones ambientales
–en cm–

	Condiciones ambientales	Hormigón en obra y premoldeado				Elementos premoldeados fabricados en plantas industrializadas –cm– H II
		General	Elementos portantes tipo losa ⁷³	General	Elementos portantes tipo losa	
		–cm–	–cm–	–cm–	–cm–	
		H I		H II		
1	Elementos constructivos en ambientes cerrados; por ejemplo, en viviendas. Elementos constructivos permanentemente bajo agua o que siempre están secos. Techos con un forro impermeable del lado impermeabilizado.	2,0	1,5	1,5	1,0	1,0
2	Elementos constructivos a la intemperie y elementos que tienen permanente contacto con el aire.	2,5	2,0	2,0	1,5	1,5
3	Elementos constructivos en ambientes cerrados, con frecuente contacto con aire muy húmedo a temperatura ambiente; por ejemplo, en cocinas industriales, baños, lavaderos, en ambientes húmedos de natatorios y en establos. Elementos constructivos expuestos a humedecimiento frecuente. Elementos constructivos expuestos a un ataque químico “débil”, de acuerdo con la Disposición del CIRSOC 260	3,0	2,5	2,5	2,0	2,0
4	Elementos constructivos expuestos a influencias notablemente corrosivas.	4,0	3,5	3,5	3,0	3,0

⁷³Son **elementos portantes tipo losa**, las losas, losas nervuradas, losas construidas con bloques o ladrillos huecos, tabiques, cáscaras, estructuras plegadas y muros.



miento mínimo tiene que ser aumentado en base a la profundidad del trabajo a efectuar y a la perturbación que se puede dar en la estructura interna.

Si bien la armadura se protege de la corrosión con el recubrimiento, se pueden adoptar otras medidas, tales como:

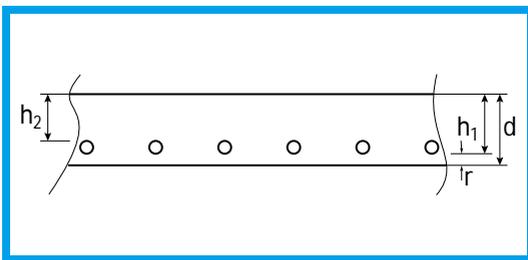
- Colocación de revoque impermeable de cemento.
- Colocación de capas protectoras adecuadas, cuando se prevé que los elementos constructivos de hormigón armado estén en contacto con materiales solubles que pueden producir corrosión.

Disposición del armado. A continuación presentamos las formas de colocación de los diferentes tipos de armadura en los distintos elementos estructurales. Lo hacemos a través de dos casos: losas y vigas.

Primer caso: Losas

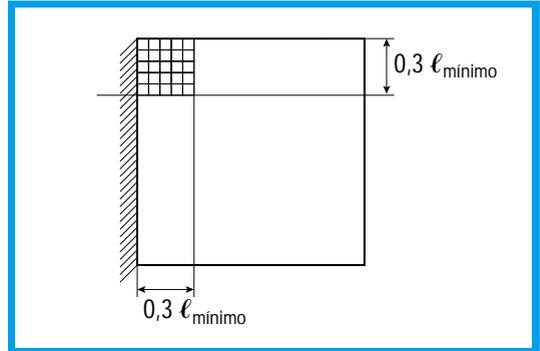
Armadura mínima: $\varnothing 6 \text{ c} / 25 \text{ cm}$; o bien, $\varnothing 6 \text{ c} / 2 \text{ d}$, siendo d el espesor de la losa.

Separación máxima entre barras: En la dirección de mayor sollicitación
 $\rightarrow s = 15 + \frac{d}{10} \text{ cm}$



En la dirección de menor sollicitación
 $\rightarrow s = 25 \text{ cm}$; o bien, $s = 2 \text{ d} \text{ (cm)}$

En el caso de losas donde concurren un borde libremente apoyado y uno empotrado, se coloca la mitad de la armadura indicada, en forma perpendicular al borde libre.



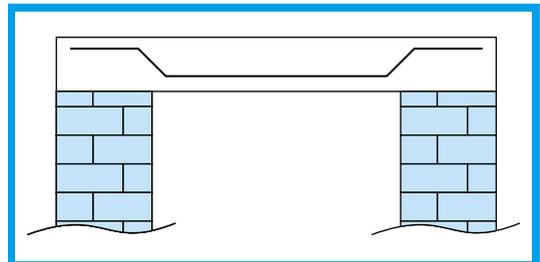
En el caso de losas apoyadas en los cuatro lados pero armadas en una sola dirección, se deben prever refuerzos en las esquinas, a los efectos de limitar su fisuración.

Armadura de distribución: En las losas armadas en una sola dirección, en la longitud mayor se coloca una armadura de distribución.

$A_{sd} \geq \frac{1}{5} A_s \text{ principal}$; y como mínimo, $\varnothing 6 \text{ c} / 25 \text{ cm}$.

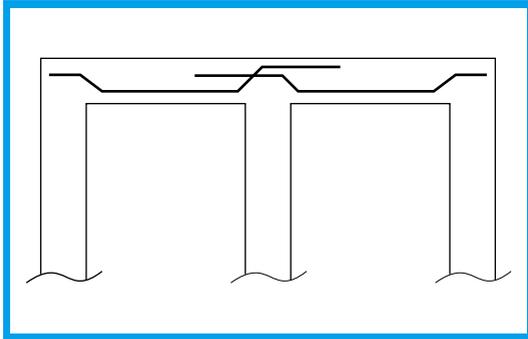
Armadura en los apoyos: En las losas simplemente apoyadas, se tendrá que prever una armadura mínima en los apoyos ya que se hace necesario cubrir eventuales momentos negativos

$$A_{sa} \geq \frac{1}{3} A_s \text{ principal.}$$



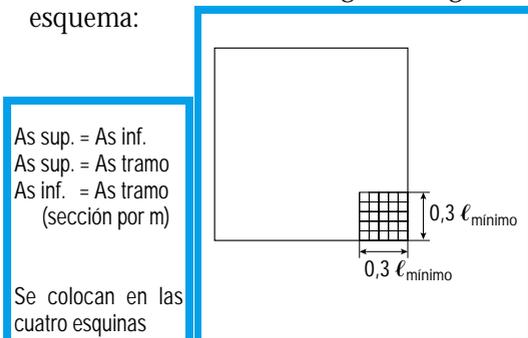
En las losas continuas se pueden levantar barras de la armadura correspondiente al tramo, para cubrir los momentos en los apoyos, hasta como máximo los $\frac{2}{3}$ de dicha armadura. Por lo general, se levanta el 50 %.

En las losas continuas se aconseja que, en las armaduras de una misma dirección, en tramos contiguos, la separación sea la misma o que las separaciones sean múltiplos simples una de otra, con el propósito de facilitar su colocación en obra.



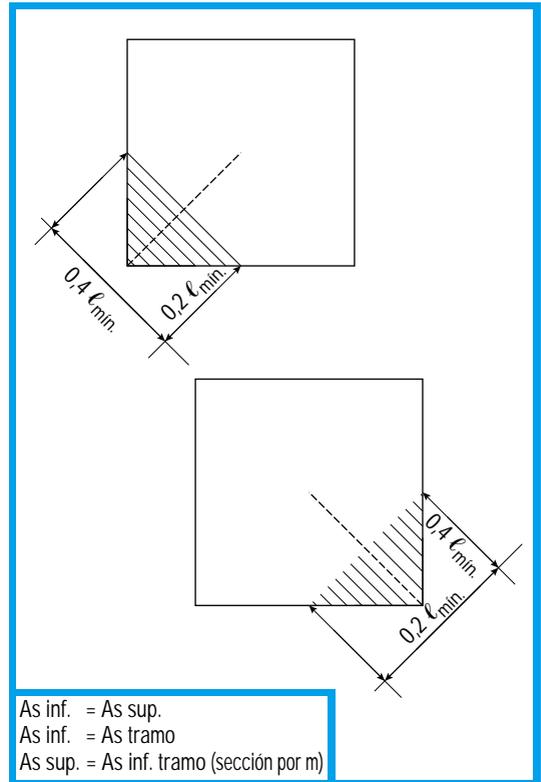
Esquinas: Si es necesaria la colocación de armadura en las esquinas, para contrarrestar el efecto de una sollicitación de torsión, se deben considerar los siguientes criterios:

- Se ubican armaduras en la parte inferior y superior.
- Las armaduras pueden colocarse en forma paralela a los lados y/o inclinadas.
- En el caso de armaduras en forma paralela a los lados, se colocan según el siguiente esquema:



En el caso de armaduras inclinadas:

- La armadura inferior se coloca en forma perpendicular a la bisectriz del ángulo que forman los bordes de la losa.
- La armadura superior se coloca en forma paralela a la bisectriz del ángulo que forman los bordes de la losa.



La armadura puede considerarse anclada en el apoyo y en el tramo en el comienzo del gancho, o en la primera barra transversal

Segundo caso: Vigas

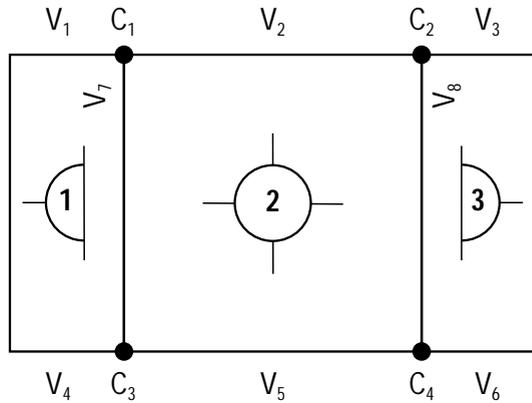
Éste constituye un momento propicio para que sus alumnos revisen los conocimientos sobre las sollicitaciones a las que está sometida una viga.





Actividad 8.2

Una pequeña estructura de hormigón armado está constituida por una losa armada en dos direcciones, dos losas en voladizo, cuatro columnas y cuatro vigas.



Proponemos a nuestros alumnos:

1. Dibujar:

- Diagrama de carga de las losas L_1, L_2, L_3 .
- Diagrama de momento flexor de las losas L_1, L_2, L_3 .
- Diagramas de carga de las vigas $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8$.
- Diagramas de momentos flexores.
- Diagrama de esfuerzos de corte.

2. Analizar las deformaciones: zonas de tracción, compresión y neutra.

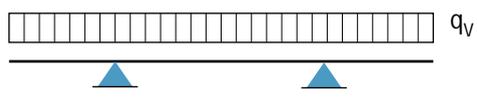
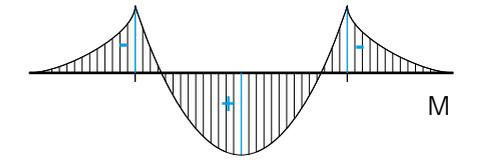
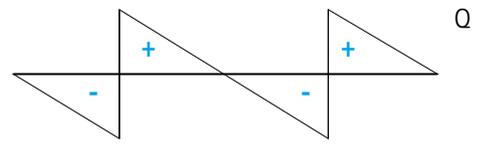
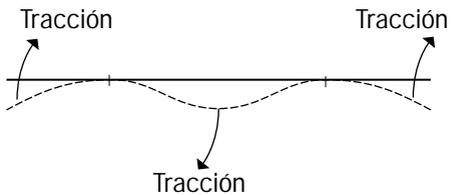
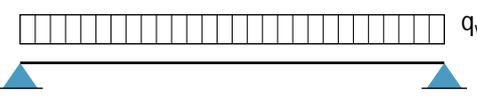
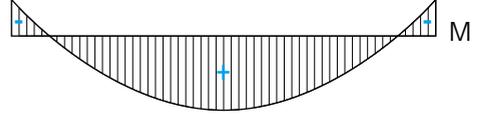
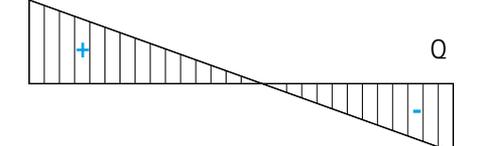


En el siguiente cuadro mostramos, para cada uno de los elementos estructurales, los diagramas de carga, momento flexor y esfuerzo

de corte, como así también el análisis de las deformaciones mediante las respectivas elásticas de deformación

Caso	Diagramas	Análisis Zonas de tracción y de compresión
Losas	Diagrama de carga:	Elástica (deformación):
L_1 L_2 L_3		
	Diagrama de momento flexor:	



Caso	Diagramas	Análisis Zonas de tracción y de compresión
V1 V2 V3 V4 V5 V6	<p>Diagrama de carga:</p>  <p>Diagrama de momento flexor:</p>  <p>Diagrama de esfuerzo de corte:</p> 	<p>Elástica (curva de deformación):</p> 
V7 V8	<p>Diagrama de carga:</p>  <p>Diagrama de momento flexor:</p>  <p>Diagrama de esfuerzo de corte:</p> 	<p>Elástica (curva de deformación):</p> 



Realizada la actividad, usted puede introducir el tema de la armadura para una viga mediante la siguiente pregunta:

Actividad 8.3

Si el acero es el que absorbe los esfuerzos de tracción, ¿dónde se ubica la armadura que absorbe la tracción debido a la flexión, en cada uno de los casos?

La respuesta a la pregunta resulta simple, después de haber resuelto la actividad anterior, y es distinta, según de cuál de estos casos se trate:

- Caso 1. Viga simplemente apoyada.
- Caso 2. Viga en voladizo.
- Caso 3. Viga continua.

Caso 1. Viga simplemente apoyada:

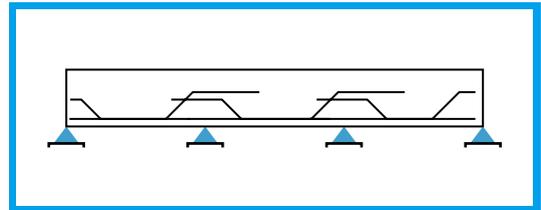
La armadura que absorbe la tracción debido a la flexión se coloca en la parte inferior.

Sección de una viga rectangular

Caso 2. Viga en voladizo:

Armadura que absorbe la tracción debido a la flexión.

Caso 3. Viga continua:



Además de la armadura necesaria para absorber la tracción provocada por la flexión, en el caso de las vigas, es imprescindible colocar armadura que absorba el corte.

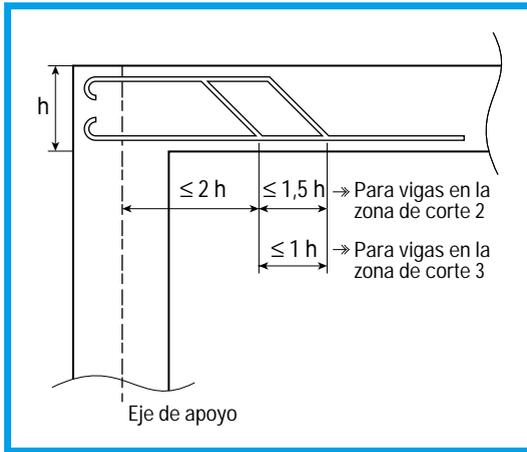
Las barras dobladas y los estribos son las armaduras que absorben el corte.

Las barras dobladas en las vigas. Las barras dobladas pueden considerarse como parte de



la armadura que absorbe totalmente el corte, si se encuentran ubicadas a distancias próximas a los apoyos.

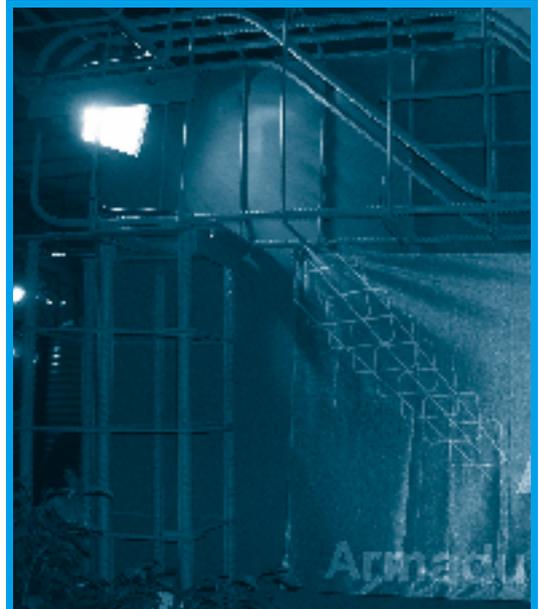
La Norma establece la siguiente separación admisible, de acuerdo a la zona de corte:



Los estribos en la viga. Analicemos con nuestros alumnos los ángulos de inclinación, los tipos de cierre, los diferentes anclajes, las ramas y las secciones transversales mínimas de los estribos.

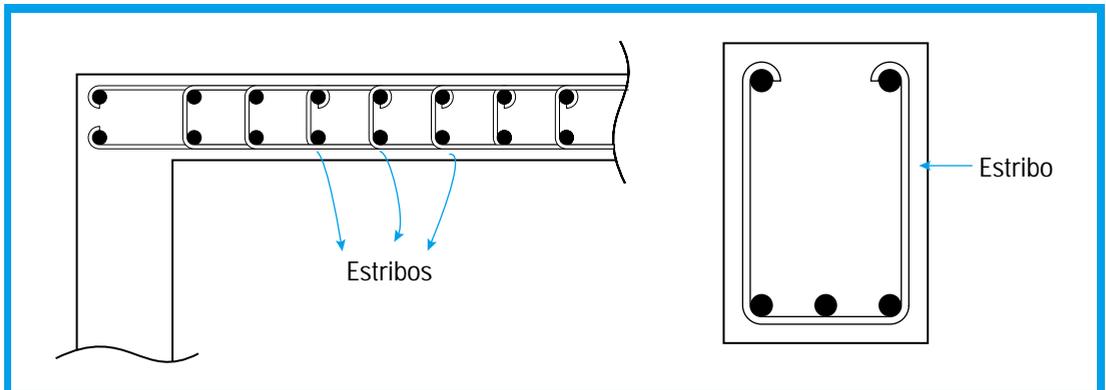
Ángulos de inclinación de los estribos. Los estribos pueden tener diferentes ángulos de inclinación; pero, por lo general, se colocan en forma perpendicular al eje de la viga.

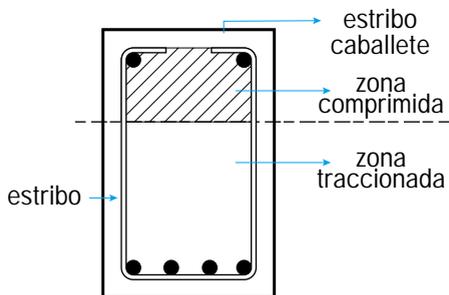
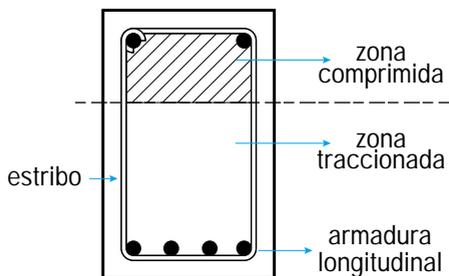
Los estribos siempre deben abrazar a la armadura longitudinal traccionada y a la zona comprimida. Pueden anclarse tanto en la zona comprimida como en la traccionada.



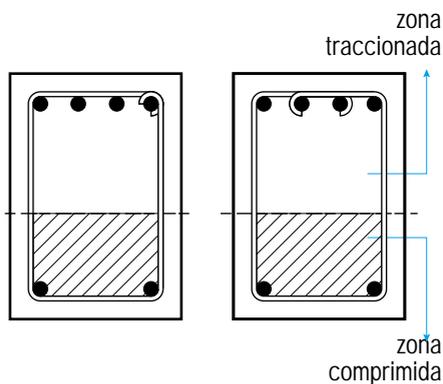
Barras dobladas y estribos en una viga; FEMATEC 2005

Cierre de los estribos. En los esquemas mostramos las diferentes formas de cierre que los estribos pueden tener en la zona comprimida y en la zona traccionada.



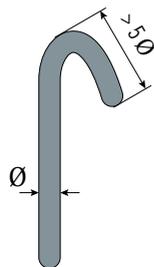


En la zona traccionada

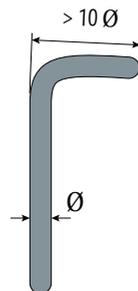


En vigas rectangulares

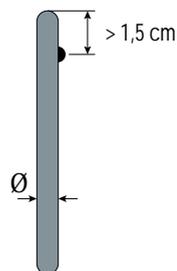
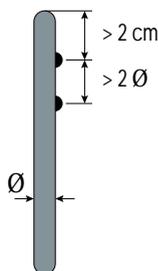
Anclajes de los estribos. Los anclajes de los estribos pueden ser: ganchos doblados, barras soldadas o bien ganchos con barras soldadas.



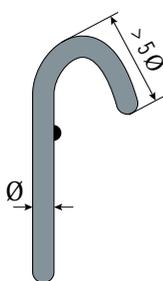
Gancho doblado



Gancho en ángulo recto



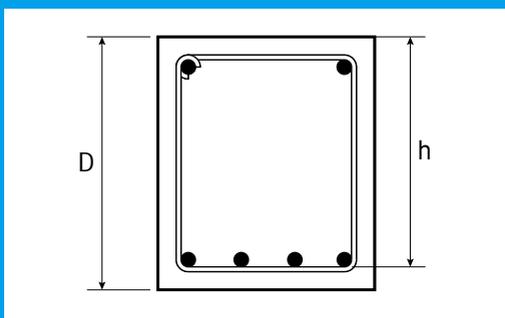
Extremos con barras soldadas



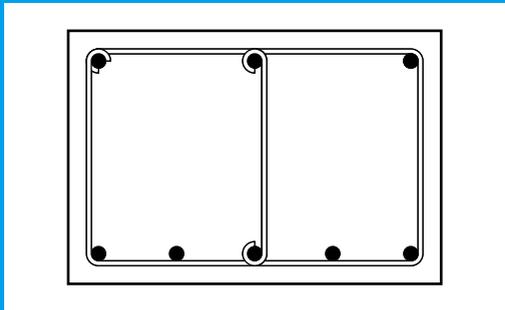
Ganchos con barras soldadas



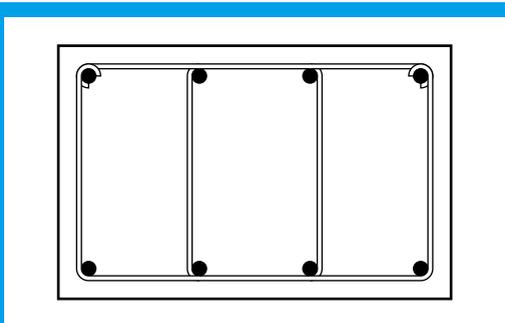
Ramas de los estribos. Consideramos estas posibilidades:



2 ramas

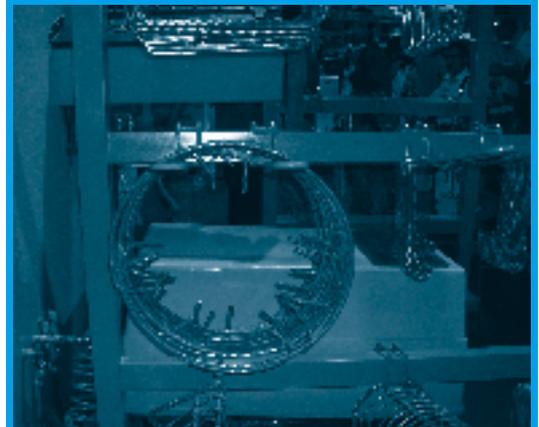


3 ramas

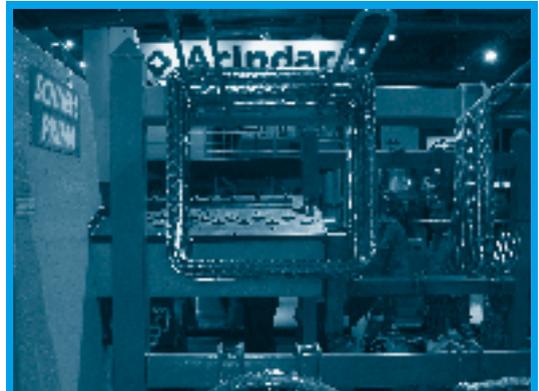


4 ramas

Sección transversal mínima de estribos. La sección transversal mínima de los estribos se determina mediante la tensión de cálculo τ_{est} , que se obtiene según la siguiente expresión matemática:



Estribos circulares; FAMATEC 2005



Estribos cerrados; FAMATEC 2005



Estribos abiertos; FAMATEC 2005



$$\tau_{est} = 0,25 \tau_0$$

Donde:

- τ_0 el valor básico de la tensión de corte.

La Norma fija una separación máxima admisible entre estribos y ramas de los estribos.

En las siguientes tablas mostramos la separación admisible entre estribos en la dirección de la armadura flexo-traccionada, en la dirección perpendicular a la armadura flexo-traccionada, y la cantidad ramas de los estribos según la tensión admisible y zona de corte.

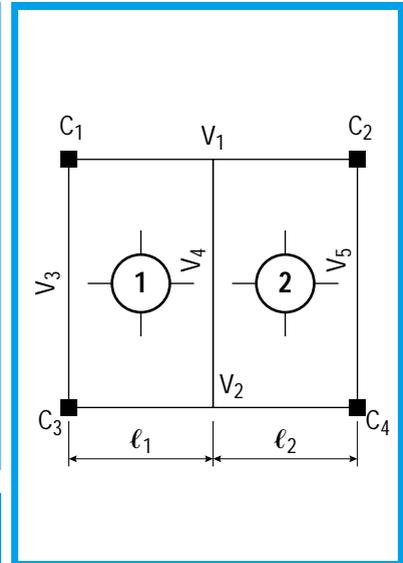
Tabla 32. Separación entre las ramas de los estribos en la dirección perpendicular a la armadura flexo-traccionada

Espesor del elemento estructural	Separación entre las ramas
$D \leq 40 \text{ cm}$	40 cm
$D > 40 \text{ cm}$	80 cm

Tabla 31. Separación admisible entre estribos

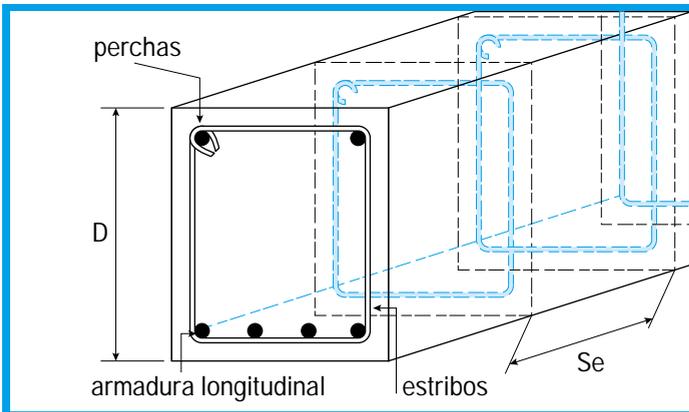
Elemento estructural y zona de corte	Separación admisible entre estribos	Tensión de cálculo de la armadura de corte
Vigas Zona de corte 1	Sep. admisible = $0,8 \cdot D$ ó 30 cm	$\sigma_{ad} \leq 240 \text{ MN} / \text{m}^2$ ⁷⁴
Vigas Zona de corte 2	Sep. admisible = $0,6 \cdot D$ ó 25 cm Si $D < 20 \text{ cm}$ y $\tau_0 \leq \tau_{011}$ la separación no necesita ser $< 15 \text{ cm}$	
Vigas Zona de corte 3	Sep. admisible = $0,3 \cdot D$ ó 20 cm	
	Para toda la zona de corte del mismo signo	

Armadura adicional bajo cargas concentradas



En el diseño estructural que presentamos, cada una de las vigas $-V_1$ y V_2- están sometidas a las siguientes cargas:

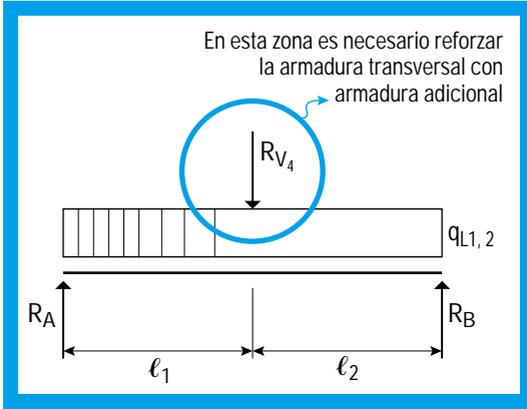
- Reacción de las losas L_1 y L_2 (cargas uniformemente distribuidas).
- Reacción de la viga V_4 (carga puntual o concentrada).



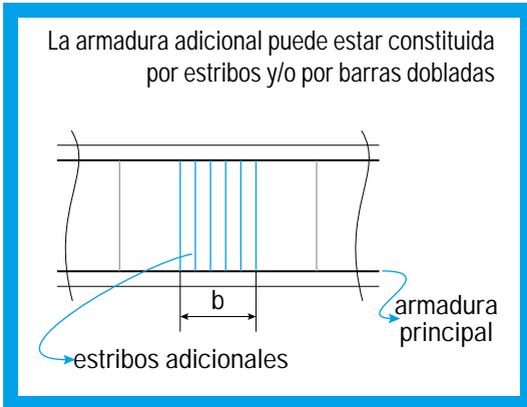
⁷⁴ $1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ kg/cm}^2$



Diagrama de carga de V_1 :



Centrémonos, ahora, en la armadura adicional con estribos



El cálculo de la armadura adicional mediante estribos puede hacerse eligiendo el diámetro ($\emptyset e$) y calculando la cantidad, o bien adoptando el número de estribos y calculando la sección, mediante las siguiente fórmulas:

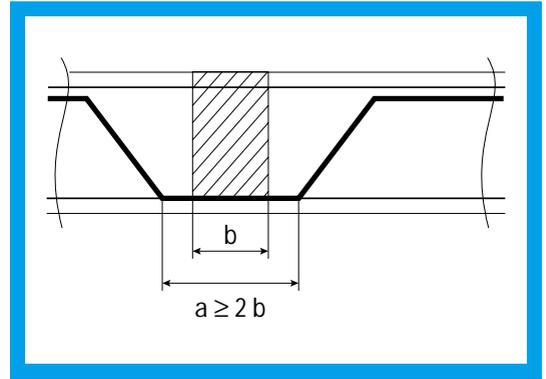
$$c = \frac{P}{n \cdot a_{se} \cdot \sigma_{st}}$$

Donde:

- c: cantidad de estribos.

- P: carga puntual o concentrada.
- n: números de ramas.
- σ_{st} : tensión de cálculo del acero.
- a_{se} : sección de un estribo.

Otro caso de armadura adicional bajo cargas concentradas es el de la armadura adicional con barras dobladas



$$n_B = \frac{P}{\sqrt{2} \cdot a_{sb} \cdot \sigma_{st}}$$

Donde:

- n_B : cantidad de barras dobladas a colocar.
- P: carga puntual o concentrada.
- a_{sb} : sección de la barra doblada.
- σ_{st} : tensión de cálculo del acero.

Armadura adicional en cargas suspendidas

Los dispositivos de suspensión de cargas deben anclarse mediante cualesquiera de los diferentes tipos de anclaje en una longitud l_1 :

- en la mitad superior de la sección,
- en la mitad de la sección alejada de la carga
- empalmándose con estribos.



Disposición de la armadura de corte: diagrama de momento desplazado o decalaje

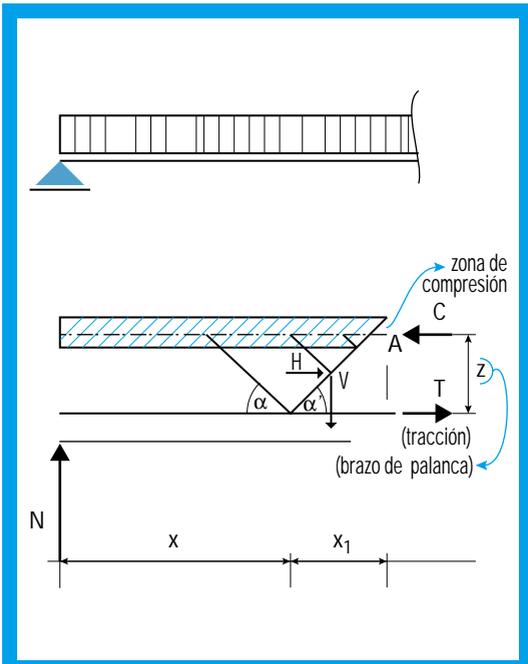
Para ver la disposición de la armadura de corte, analizamos el diagrama de momentos.

Por la teoría de la flexión, sabemos que:
 $T = M / z$ (fuerza de tracción).

Pero, la resultante de las tensiones de tracción T no siempre es igual a M / z , sino que existe una variación de T .

Veamos cómo determinamos el valor del incremento de la tensión de tracción T (ΔT).

Para ello, consideramos una viga sometida a una carga uniformemente distribuida y la analizamos como si fuera un reticulado. Hacemos un corte en la misma dirección de la barra comprimida y tomamos momento respecto del punto A.



Entonces:

$$M_A = 0$$

$$N(x + x_1) - \frac{V \cdot x_1}{2} - \frac{H \cdot z}{2} - T \cdot z = 0$$

$$N \cdot x + N \cdot x_1 - \frac{N \cdot x_1}{2} - \frac{H \cdot z}{2} - T \cdot z = 0$$

Usamos los conocimientos que nos da la trigonometría para expresar el valor de x_1 en función de α' y el de x en función de α .

$$\text{ctg } \alpha' = \frac{x_1}{z}, \text{ entonces } x_1 = z \cdot \text{ctg } \alpha' \quad (1)$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{H}{V}, \text{ entonces } H = V \cdot \text{ctg } \alpha \quad (2)$$

Reemplazando a x_1 por la expresión matemática (1), y la H por la expresión 2, entonces:

$$N \cdot x + N \cdot z \cdot \text{ctg } \alpha' - \frac{N \cdot z \cdot \text{ctg } \alpha'}{2} - \frac{N \cdot \text{ctg } \alpha \cdot z}{2} - T \cdot z = 0$$

$$N \cdot x + \frac{N \cdot z \cdot \text{ctg } \alpha'}{2} - \frac{N \cdot \text{ctg } \alpha \cdot z}{2} - T \cdot z = 0$$

Despejando T .

$$T = \frac{N \cdot x}{z} + \frac{N \cdot \text{ctg } \alpha'}{2} - \frac{N \cdot \text{ctg } \alpha}{2}$$

$$T = \frac{N \cdot x}{z} + \frac{N}{2} \cdot (\text{ctg } \alpha' - \text{ctg } \alpha)$$



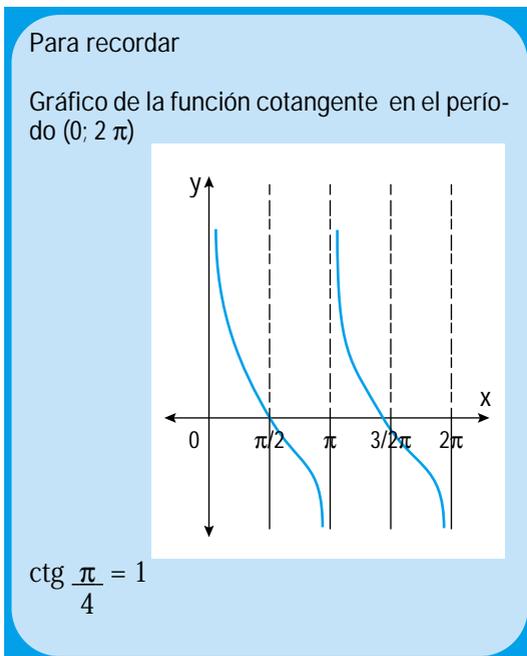
Por la teoría de la flexión sabemos que:

$N \cdot x = T \cdot z$, entonces $N/2$ ($\text{ctg } \alpha' - \text{ctg } \alpha$) es la variación de T (ΔT)

$$T = \frac{N \cdot x}{z} + \Delta T$$

Observamos que el valor de ΔT varía según los valores de α y α' .

Analizando el gráfico de la función $y = \text{ctg } x$, deducimos que a mayor valor de x disminuye el valor de y ; entonces, en nuestro caso, podemos concluir que, a medida que disminuye el valor de la inclinación (α) de la barra del reticulado aumenta el valor de ΔT y viceversa.



Para $\alpha = 45^\circ$ y $\alpha' = 45^\circ$, la variación $\Delta T = 0$

$T = N \cdot x/z + 0 \rightarrow$ No se produce un incremento de la fuerza de tracción (T).

En sus criterios para el dimensionamiento de

la armadura de corte (Art. 17.5.4 - 17.5.5), la Norma CIRSOC 201 admite tener en cuenta:

- En las zonas 1 y 2 (ver tabla 22 del capítulo 5 *Tensiones límites de corte*) se permite una menor inclinación de las barras comprimidas en el caso de cargas predominantes estáticas con $\beta_{s \text{ acero}} = \beta_{st} / 1,75$, sin exceder el valor de $240 \text{ MN/m}^2 = 2.400 \text{ kg/m}^2$. Esto implica que, en las zonas 1 y 2 el valor de ΔT se incrementa y disminuye en la zona 3.
- En vigas y vigas placas siempre se debe disponer armadura de corte.
- En las vigas se exceptúan los dinteles de puertas y ventanas con $\ell \leq 2 \text{ m}$ cargados según la disposición CIRSOC 264: "Mampostería, cálculo y ejecución".

La variación de ΔT nos está diciendo que debemos considerar un diagrama desplazado, también denominado diagrama decalado.

Y, aquí cabe que nos preguntemos: ¿Cuál es la distancia de desplazamiento?

Según lo establecido en el capítulo 18 del Reglamento CIRSOC 201, Art. 18.7.2., el decalaje "v" debe determinarse de acuerdo con los valores presentados en la siguiente tabla:

Tabla 33. Valores del decalaje "v"		
Disposición de la armadura de corte	Cobertura total del corte	Cobertura reducida del corte
Inclinada (45° a 60°) Separación $\leq 0,25 \text{ h}$ (barras dobladas)	0,25 h	0,5 h
Inclinada (45° a 60°) Separación $\geq 0,25 \text{ h}$ (barras dobladas) Combinada: inclinada y aproximadamente normal al eje del elemento estructural (barras dobladas y estribos)	0,5 h	0,75 h
Aproximadamente normal al eje del elemento estructural (estribos)	0,75 h	1,0 h



La Norma también establece una simplificación para los valores de “v”, en el caso de zona 1:

- en losas y vigas con armadura de corte, el decalaje puede tomarse $v = 0,75 h$;
- en losas sin armadura de corte, el valor de “v” debe ser $1,0 h$;
- en las vigas placa, cuando la armadura flexo-traccionada está parcialmente fuera del alma, el valor de “v” debe incrementarse en la distancia al borde del alma de la barra considerada.

El diagrama de momentos, en toda su extensión, debe quedar cubierto con la armadura necesaria.

Esta premisa tiene que ser considerada al doblar barras de corte para absorber esfuerzos.

A partir de todas las consideraciones anteriores, observamos que el reparto de los esfuerzos se obtiene en forma correcta mediante el desplazamiento “v” del diagrama de momento, en la dirección del eje del elemento estructural.

El diagrama de esfuerzos T_s permite que la armadura cubra el diagrama de esfuerzos de tracción en su totalidad.

Disposición de las barras dobladas

El procedimiento a seguir es:

- Se dibuja el diagrama de tensión de corte.
- Se dibuja el diagrama final de tensión de corte, de acuerdo con las diferentes zonas: 1, 2 y/o 3.
- Se determina en el diagrama anterior la superficie del dia-

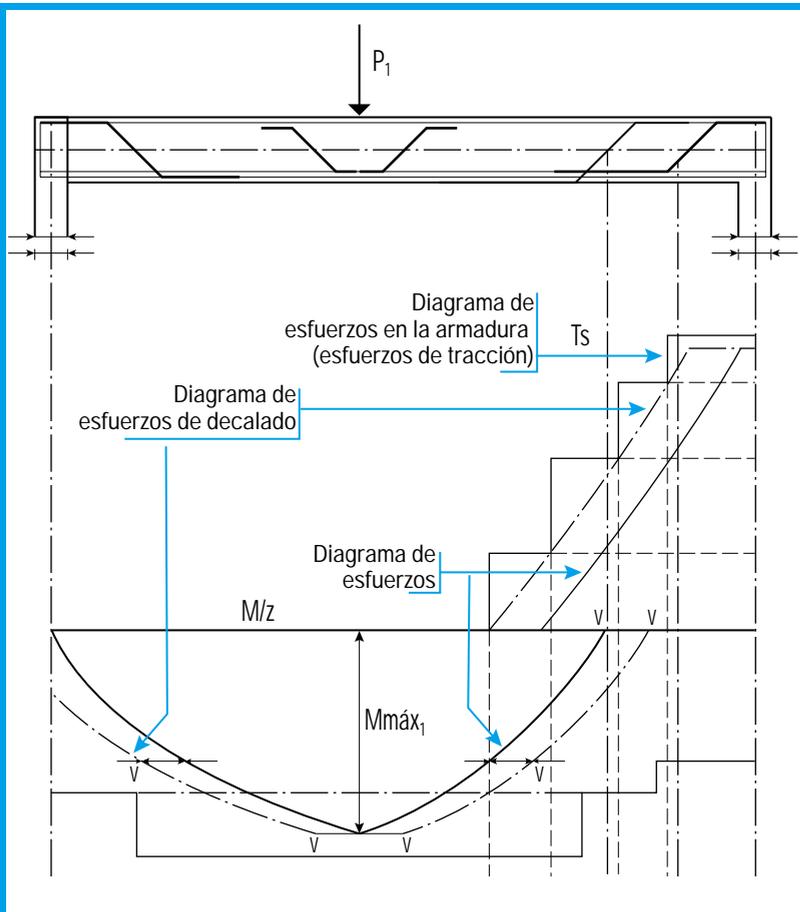


Diagrama de esfuerzos



grama correspondiente a cada barra.

- Se traza por el baricentro de cada diagrama una perpendicular hasta cortar al eje del elemento estructural. Por ese punto de intersección tiene que pasar la barra doblada.

Determinación de la superficie correspondiente a cada barra doblada

El procedimiento difiere en relación con las zonas en que esté considerando el corte

Caso: Zona 3. Consideramos una viga con carga uniformemente distribuida y partimos de los siguientes supuestos:

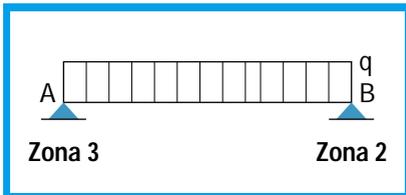
- En las proximidades del apoyo A se está en zona 3 y en el B en zona 2.
- Del lado del apoyo A debemos doblar 3 barras.
- La viga en A apoya sobre una columna (apoyo directo).

tantas como barras dobladas haya; en este caso, en 3 partes. Obtenemos los puntos E y F. Por estos puntos trazamos las perpendiculares a la recta AH que intersecan a la semicircunferencia en los puntos E' y F'.

Rebatimos los puntos E' y F' sobre la recta AO. Obtenemos los puntos E'' y F''; por ellos trazamos las rectas perpendiculares a BO; de este modo, quedan tres figuras geométricas: dos trapecios y un triángulo.

Dividimos a cada una de las bases de estas figuras en 3 partes iguales y, trazando la recta que pasa por cada uno de estos puntos de las bases de los trapecios con cada uno de los vértices opuestos, en la intersección obtenemos la proyección del baricentro de la respectiva figura (puntos I y J; en el triángulo punto K). Por cada proyección trazamos la recta perpendicular al eje del elemento estructural, obteniendo en la intersección con éste un punto.

Por ese punto tiene que pasar la barra doblada.



En el diagrama de tensión de corte final marcamos la τ_d (barras dobladas) y la τ_e (estribos). Consideramos el triángulo como si fuera un rectángulo, con el propósito de simplificar el proceso. Tomamos el punto medio de B'C y, por este punto, trazamos una recta perpendicular a BO que corta a AO en el punto D.

Con diámetro DH, trazamos un arco de circunferencia. Dividimos el segmento DH en partes iguales,

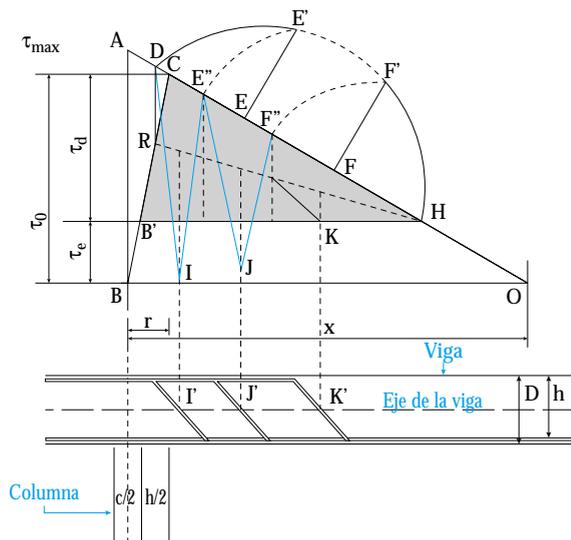


Diagrama de barras dobladas en Zona 3



Caso: Zona 2. Suponemos que, en las proximidades de B, sólo debemos doblar una barra.

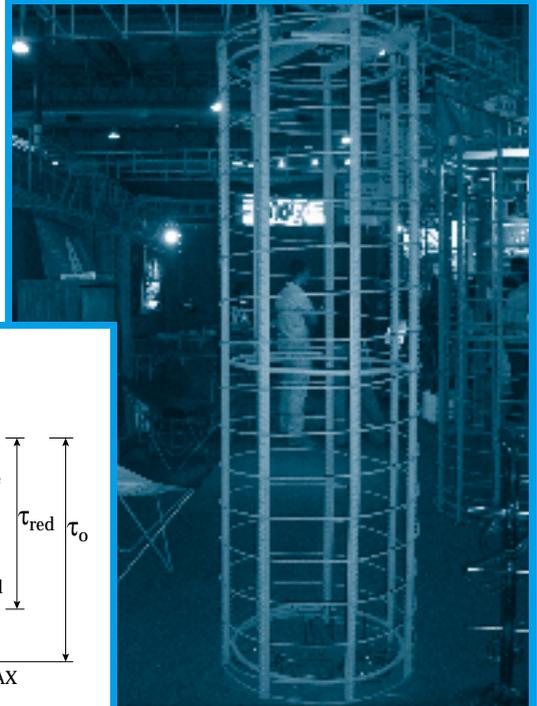
Construimos el diagrama de tensión de corte final y, en él, marcamos τ_d (tensión barra doblada) y τ_e (tensión de los estribos).

En este caso, como la cantidad de barras a doblar es una, buscamos el baricentro del triángulo PTS que corresponde a las barras dobladas. Por el baricentro trazamos la recta perpendicular al eje de la viga. El punto de intersección corresponde al punto por donde debe pasar la barra doblada.

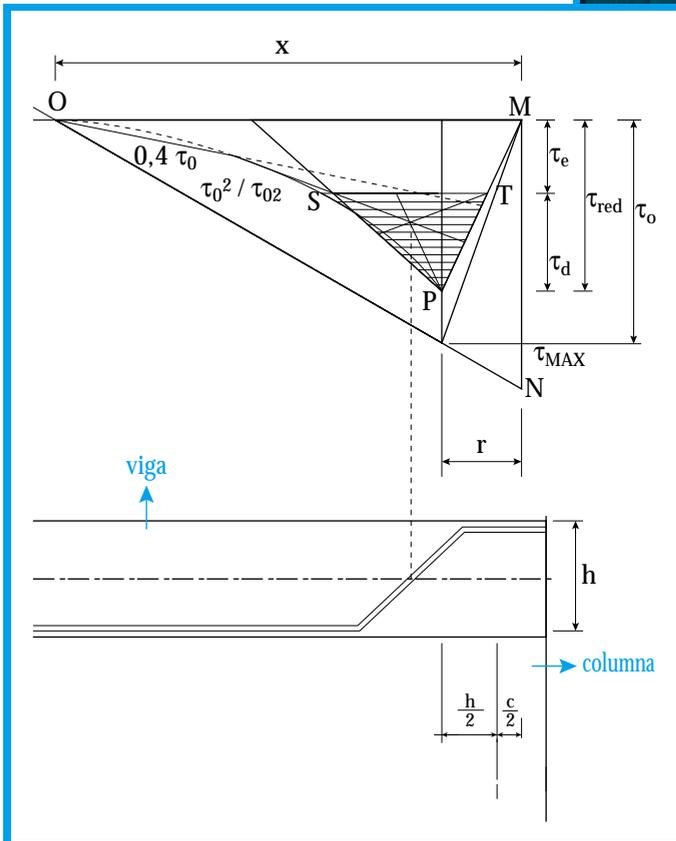
Para mayor cantidad de barras dobladas, se procede en forma similar al caso de Zona 3.

Tercer caso: Elementos comprimidos

En el capítulo 6 hemos presentado a las columnas como elementos estructurales que trabajan a la compresión, dimensionamos los diferentes tipos: columnas centradas y excéntricas; determinamos el diámetro del acero, la cantidad y la sección del hormigón.



Armadura de una columna con estribos circulares; FEMATEC 2005



Veamos qué exige la normativa del CIRSOC respecto de las barras de acero.

Armadura longitudinal. El diámetro mínimo \varnothing_1 de la armadura longitudinal depende del espesor mínimo del elemento comprimido y de la calidad del acero.



Espesor mínimo del elemento comprimido -cm-	Diámetro mínimo -mm-	
	AB - 2200	AB - 4200 / 5000
$e < 10$	10	8
$10 \leq e < 20$	12	10
$e \geq 20$	14	12

La máxima separación de las barras es de 30 cm.

En el caso de columnas con $b \leq 40$ cm, la Norma establece que puede colocarse una barra en cada esquina de la sección.

Armadura de los estribos. Por acción de las cargas de compresión, el hormigón tiende a deformarse en forma transversal, pudiendo llegar a provocarse la rotura oblicua.

Con el fin de evitar esta deformación, se colocan los estribos que cumplen un efecto de zunchado.

Diámetro mínimo de los estribos. Consideremos estos datos:

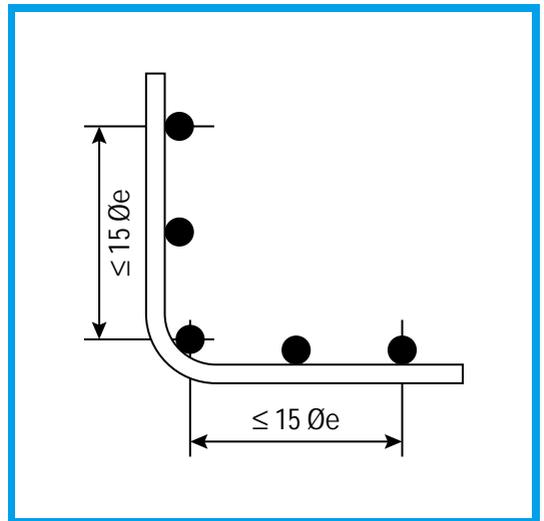
Estribos simples o hélices	Estribos Mallas soldadas	Barras longitudinales con $\phi_1 > 20$ mm	Estribos y hélices $\phi \geq 8$ mm
$\phi_e \geq 5$ mm	$\phi_e \geq 4$ mm	$\phi_e \geq 8$ mm	El ϕ_e puede reemplazarse por un número mayor de estribos de diámetro menor, hasta 8 mm, de sección equivalente.

Separación entre estribos. La separación entre estribos tiene un valor máximo:

- La separación máxima entre estribos debe ser igual al lado menor de la columna (d).
- La separación máxima entre estribos debe ser menor que $12 \phi_1$.

De ambos valores, es determinante el valor menor.

Separación entre cada barra extrema y la barra de la esquina. La máxima separación entre los ejes de cada barra extrema y la barra de la esquina debe ser igual a $15 \phi_e$.



Las barras longitudinales a mayor distancia de la barra de la esquina tienen que estar aseguradas mediante estribos intermedios. Pueden estar ubicadas a una separación igual al doble de la separación de los estribos principales.





En la obra: armado de columnas; armadura longitudinal y estribos



En la obra: armado de columnas; encofrado; folleto técnico de Cementos Minetti. www.grupominetti.com.ar

Formas de anclajes

Ya hemos visto anclajes para los estribos; presentamos, ahora, los elementos de anclaje para cualquier tipo de barra, ya sea traccionada como comprimida.

Los elementos de anclaje son:

- anclajes rectos,
- ganchos, ganchos en ángulos recto, bucles,
- barras transversales soldadas (mallas soldadas),
- cuerpos de anclaje.

Una magnitud importante que se debe tener en cuenta en los elementos de anclaje es su longitud, ya que para el correcto funcionamiento de un elemento de $H^{\circ} A^{\circ}$ resulta necesario asegurar el anclaje de las barras de acero dentro de la masa de hormigón.

La longitud de anclaje depende de la posición de la barra de acero dentro del elemento a hormigonar. Según la Norma DIN 1045, las posiciones pueden ser:

Posición I:

- Todas las barras inclinadas a 45° y 90° .
- Barras con inclinación menor que 45° ubicadas, como máximo, a 25 cm con respecto al borde inferior del hormigón.
- Barras con inclinación menor que 45° ubicadas, como mínimo, a 30 cm debajo del borde superior del elemento constructivo.

Posición II:

- Todas las barras no comprendidas en la posición I

El Proyecto del Reglamento del CIRSOC 201



define la longitud básica de anclaje (ℓ_0) como la longitud de anclaje necesaria para barras plenamente solicitadas, con extremos rectos.

La longitud básica de anclaje se calcula mediante la siguiente expresión matemática:

$$\ell_0 = \frac{\beta_{st} \cdot \varnothing_\ell}{7 \cdot \tau_{1 \text{ adm}}}$$

Donde:

- \varnothing_ℓ : diámetro de la barra.
- $\tau_{1 \text{ adm}}$: tensión de adherencia hormigón-acero.

Los valores de $\tau_{1 \text{ adm}}$ dependen de la tensión del hormigón (β_{cn}); de la del acero (β_{st}) y de la posición de las barras.

La siguiente tabla muestra los valores de $\tau_{1 \text{ adm}}$ en kg / cm^2

Valores de β_{cn}		110	130	170	210	300	380	470	Posición
Valores de β_{st}									
$\beta_{st} 22 / 34$	Posición I	4,5	6	6,5	7	8	9	10	Posición I
	Posición II	2,25	3	3,25	3,5	4	4,5	5	Posición II
$\beta_{st} 42 / 50$ $50 / 55$	Posición I	10	14	16	18	22	26	30	Posición I
	Posición II	5	7	8	9	11	13	15	Posición II

El valor de $\beta_{st} / 7 \cdot \tau_{1 \text{ adm}}$ está tabulado en función de β_{cn} y de β_{st} y de la posición de las barras.

Si llamamos $\beta_{st} / 7 \cdot \tau_{1 \text{ adm}} = k$, entonces $\ell_0 = k \cdot \varnothing_s$ (cm)

Valores de β_{cn}		110	130	170	210	300	380	470
Posición barra								
Posición I		60	43	38	33	27	23	20
Posición II		120	86	75	66	54	46	40

La Norma permite una reducción de ℓ_0 .

La longitud reducida (ℓ_1) se obtiene mediante la fórmula.

$$\ell_1 = \frac{\alpha_1 \cdot A_{s \text{ nec}}}{A_{s \text{ real}}} \ell_0$$

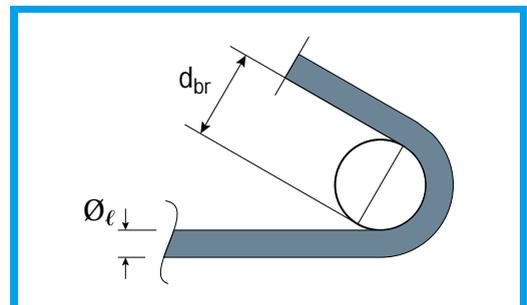
Donde:

- $A_{s \text{ nec}}$: sección de la armadura de cálculo.
- $A_{s \text{ real}}$: sección de la armadura colocada.
- ℓ_0 : longitud básica.
- α_1 : coeficiente que depende del tipo de anclaje.

Los valores de α_1 se encuentran tabulados.

Tipo de anclaje	Extremo recto	Gancho o gancho en ángulo recto
Barra traccionada	1,0	0,7
Barra comprimida	1,0	1,0
Valores mínimos de ℓ_1	$\ell_1 \geq 10 \cdot \varnothing_\ell$	$\ell_1 \geq d_{br} / 2 \cdot \varnothing_\ell$

El valor de d_{br} es el diámetro mínimo del mandril de doblado que depende del tipo de acero, del diámetro de la barra y del tipo de barra.



Si $\alpha_1 \frac{As_{nec}}{As_{real}} \cdot k = k'$

resulta $\ell_1 = k' \cdot \varnothing_\ell$ (cm)

La tabla presenta los valores de k' para β_{st} : 42 / 50 y $\alpha_1 = 1$

Para hallar los valores de k' para $\alpha_1 = 0,70$, se multiplican los valores de k' de la tabla por 0,70.

β_{cn} Asnec / Asreal	β_{cn}							Posición
	110	130	170	210	300	380	470	
1	60	43	38	33	27	23	20	Posición I
	120	86	76	66	54	46	40	Posición II
0,9	54	39	34	30	24	21	18	Posición I
	108	78	68	60	48	42	36	Posición II
0,8	48	35	30	26	22	18	16	Posición I
	96	70	60	52	44	36	32	Posición II
0,7	42	30	27	23	19	16	14	Posición I
	84	60	54	46	38	32	28	Posición II
0,6	36	26	23	20	16	14	12	Posición I
	72	52	46	40	32	28	24	Posición II
0,5	30	22	19	17	14	12	10	Posición I
	60	44	38	34	28	24	20	Posición II
0,4	24	17	15	13	11	10	10	Posición I
	48	34	30	26	22	18	16	Posición II
0,3	20	14	13	11	10	10	10	Posición I
	40	28	26	22	18	16	14	Posición II

\varnothing_ℓ (mm)	β_{st}		Recubrimiento lateral	β_{st}		Barras dobladas y otras curvaturas de barras (en esquinas y pórticos)	
	β_{st} 22 / 34	β_{st} 42 / 50 / 55		β_{st} 22 / 34	β_{st} 42 / 50 / 55		
< 20	2,5 \varnothing_ℓ	4 \varnothing_ℓ	Ganchos Estribos	$r > 5$ mm $r > 3 \varnothing_\ell$	y	10 \varnothing_ℓ	15 \varnothing_ℓ
≥ 20	5 \varnothing_ℓ	7 \varnothing_ℓ		$r \leq 5$ mm $r \leq 3 \varnothing_\ell$	y	15 \varnothing_ℓ	20 \varnothing_ℓ

Planillas técnicas

Los resultados de los cálculos y del doblado de hierros se presentan en planillas. A modo de ejemplo, proponemos las siguientes:

Planilla técnica: Losas macizas							
Obra: Propiedad		Dirección:		$\beta_r =$			
		Localidad:		$\beta_{st} =$			
		Provincia.					
Esquema de las losas continuas	Esquema por tramos /apoyos	Armadura de repartición	Altura h (cm)	Espesor d (cm)	Sección del acero (cm ²)	Diámetro del acero (mm) y separación (cm)	Sección del acero real (cm ²)



Planilla técnica: Vigas																
Obra: Propiedad				Dirección:				$\beta_r =$								
				Localidad:				$\beta_{st} =$								
				Provincia.												
Viga	Luz	q	Reacción	Momento flexor apoyos	Momento flexor máx. tramo	Dimensiones		Armaduras			Estribos		Barras dobladas		Armadura adicional	
N°			Ri Rj	Mi Mj	M	b	h d	Sección	Cant.	Sep.	\emptyset	Cant.	\emptyset	Cant.	\emptyset	Cant.
Ubic.	cm	t/cm	t	tcm	tcm	cm	cm	cm ²		cm	mm		mm		mm	

Planilla técnica: Columnas rectangulares														
Obra: Propiedad				Dirección:				$\beta_r =$						
				Localidad:				$\beta_{st} =$						
				Provincia.										
Tramo piso	N°	Carga	Luz	Excentricidad	Momento flexor	Momento de 2° orden	Dimensiones		Armaduras			Estribos		
		P	sk	ey ex	My Mx	M ϕ_y M ϕ_x	C ₁	C ₂	S	Cant.	\emptyset	Sep.	\emptyset	
		t	cm	cm	tcm	tcm	cm	cm	cm ²		mm	cm	mm	

Planilla técnica: Bases														
Obra: Propiedad				Dirección:				$\beta_r =$						
				Localidad:				$\beta_{st} =$						
				Provincia.				$\sigma =$						
Base	Carga	Tipo	Dimensiones					Momento flexor	Armaduras			Columnas	Momento flexor	
N°	P		a ₁ a ₂	b ₁ b ₂	c ₁ c ₂	H D	a ₃	My Mx	Fey Fex	Fe		τ_p		
									S	Cant.	\emptyset	Cant.	\emptyset	τ_{plim}
	t		cm	cm	cm	cm	cm	tcm	cm ²		mm		mm	kg/cm ²

Los modelos de planillas presentados son ejemplos que pueden ser modificados en cuanto a su estructuración.

Otra planilla que es sumamente importante es la del doblado de fierros. En ella se vuelcan todas las especificaciones del doblado del



hierro de cada viga. Por este motivo, es utilizada en la obra.

Del mismo modo que en el caso anterior, mostramos un modelo de planilla:

Planilla técnica: Doblado de hierros					
Obra: Propiedad			Dirección:		
			Localidad:		
			Provincia.		
Posición	Esquema	Ø	Long. parcial	Cant	Long. Total
		mm	m	unidad	m



9. LA ESTRUCTURA DE LOS EDIFICIOS A TRAVÉS DE LA HISTORIA

Cuando pensamos en estructuras de edificios, vienen a nuestra memoria muchas imágenes y textos sobre edificios, monumentos, templos... que alguna vez leímos, desde los del antiguo Egipto hasta los de Gaudí, Le Corbusier, Niemeyer en Brasilia o los majestuosos de hormigón blanco de Calatrava. Y, en todos ellos, por diversos motivos, la estructura cobra fuerza.

do en Buenos Aires, la Ciudad de las Artes y de las Ciencias, del mismo profesional en Valencia, y tantas otras, no podemos dejar de ver –además de su estilo arquitectónico y en forma integrada con éste– **su estructura**.

Porque, en el sistema constructivo, la estructura constituye, por una parte, un subsistema que tiene que ver, fundamentalmente, con soportar y transmitir cargas (problema estático); pero, también, un valor estético incorporado al edificio, en íntima relación con el diseño arquitectónico.



Actividad 9.1

Por esto, nos parece interesante plantear un trabajo de investigación a los alumnos acerca de cómo fueron transformándose las estructuras, desde el antiguo Egipto, pasando por los capiteles de los distintos órdenes de la arquitectura griega clásica, hasta nuestra época, en cuanto a materiales, forma, funcionalidad, diseño, etc.

Podemos realizar esta actividad en forma integrada con los docentes del Área de las Ciencias Sociales y de las asignaturas y/o espacios curriculares de la especialidad *Construcciones: Arquitectura y/o Proyectos*.



Veamos, entonces, cómo el diseño de las estructuras va cambiando en el transcurso de los siglos, cómo varía en función del tipo de carga que soporta y de los materiales que las conforman.

Seguramente, la primera columna haya sido de madera, ya que es sabido que, durante la Edad de Piedra, en las zonas donde abundaban los árboles, el hábitat era de troncos. Los troncos se juntaban en forma de V invertida y, en el centro, se colocaba un tronco vertical (como si fuera un trípode).

Como desde nuestro libro queremos hacer un aporte en este sentido, presentamos una síntesis de la historia de las estructuras.

Cuando recorremos con nuestra imaginación las majestuosas catedrales europeas: *Notre Dame* de París, *San Esteban* de Viena y otras maravillosas obras arquitectónicas recientes, como el denominado *Puente de la Mujer* del arquitecto español Santiago Calatrava, ubica-

Según la reconstrucción hecha por el arqueólogo inglés sir Arthur Evans, a principios del siglo pasado, el Palacio de Cnosos –donde se cree que vivió el rey Minos entre 1570 y 1425 a. de C., en la isla griega de Creta– poseía columnas que sostenían los forjados, y estas columnas estaban construidas con troncos de árboles. Su diseño es típicamente minoico: la columna disminuye la sección hacia la base, en forma de cono invertido.





Palacio de Cnosos

para soportar y transmitir las cargas del edificio, sino también como lugar de decoración, a través de jeroglíficos⁷⁵ y de relieves pintados.



Figuras egipcias

A la madera le sigue la piedra. Como material estructural, la piedra constituye un material apto para la construcción de columnas, por cuanto trabaja muy bien a la compresión. Por otra parte, la aparición de las primeras herramientas de metal favoreció el proceso de dar forma a la piedra, lo que permitió su uso en la construcción.

En estos edificios, las secciones de las columnas representan un porcentaje elevado del espacio total del edificio. Si analizamos el espacio ocupado por las columnas –por ejemplo, en un templo egipcio–, podemos observar que constituye, aproximadamente un 25 % del total.

La columna tomó, entonces, forma circular tronco-cónica ensanchada hacia abajo. Esta forma podría tener una razón estética; pero, fundamentalmente, un motivo estructural: la carga se incrementa hacia abajo por el peso propio de la columna y por las otras cargas que se van sumando. Es la base la que debe distribuir y transmitir la carga hacia el suelo.



Templo de Amon

Por supuesto, los elementos estructurales de los palacios, templos y tumbas, en las antiguas civilizaciones, eran utilizados no sólo

Una columna construida en el Antiguo Egipto está formada por un ábaco escuadra-

⁷⁵ Signos sagrados utilizados para escritura pictórica.



Los **jeroglíficos** se agrupan en: fonogramas, ideogramas y determinativos.

Los fonogramas son signos que expresan un sonido. Según a cada signo le corresponda uno, dos o tres sonidos se llaman, respectivamente: monoliteros, biliteros y trilateros.

	Dios
	Diosa
	Manía, forma
	Nive
	Persona con autoridad
	Caballos
	Planta, hierba
	Sol, luz
	Ciudad, pueblo, Egipto
	Casa

Los ideogramas son signos cuyo significado está dado por lo que representan.

Los determinativos son signos que no se leen; sirven para determinar a qué clase pertenece un sustantivo o qué acción implica la palabra. Los determinativos son necesarios para distinguir dos palabras homófonas (palabras con el mismo sonido).

Jeroglíficos: ideogramas

FORMA	TRANSCRIPCIÓN	LECTURA CONVENCIONAL		
			Casa con rango	k q
			Espite parvulo	g g
			Fin	t t
			Indas	t ch, y
	c	a	Ocas	d d
	w	u	Serpente	d y, dj
	b	b	Los biliteros son signos que indican dos consonantes, por ejemplo:	
	p	p	'3	pr
	f	f	v	ms
	m	nr	m3	nr
	n	n	nr	nb
	r	r	p3	nr
			fr	sb3
			m3s	nr
				stt

Entre los numeritos signs biliteros, que indican tres consonantes, podemos recordar:

Jeroglíficos: fonogramas monoliteros, biliteros y trilateros

	Sol		Casa
--	-----	--	------

Jeroglíficos: determinativos

do, un capitel y el fuste. No es claro el rol del capitel; pero, seguramente, tenía la función de aprovechar mejor la resistencia del material, y de ser un elemento de transición entre el fuste y la viga del dintel.

En la Grecia Clásica se construían los templos considerando las formas y proporciones que se creían del agrado de los dioses.



Templo de Poseidón

Tres son los órdenes o estilos que marcan la **arquitectura griega clásica**: el dórico, el corintio –el más antiguo, inventado en Atenas– y el jónico –proveniente de las islas del mar Egeo–. Los tres se diferencian por la decoración y las proporciones de las columnas, los capiteles y los entablamentos⁷⁶.

El orden dórico se desarrolla en la parte continental de Grecia y en las colonias occidentales; Sicilia y en la Italia meridional, en el siglo VII a. de C. Los templos dóricos se caracterizan por estar rodeados de una sola hilera de columnas y por no tener tejados. El capitel, elemento fundamental para distinguir un orden de otro, está constituido por el ábaco –remate del capitel–, una moldura saliente -equino-, el listel y el cuello –traque-lio–.

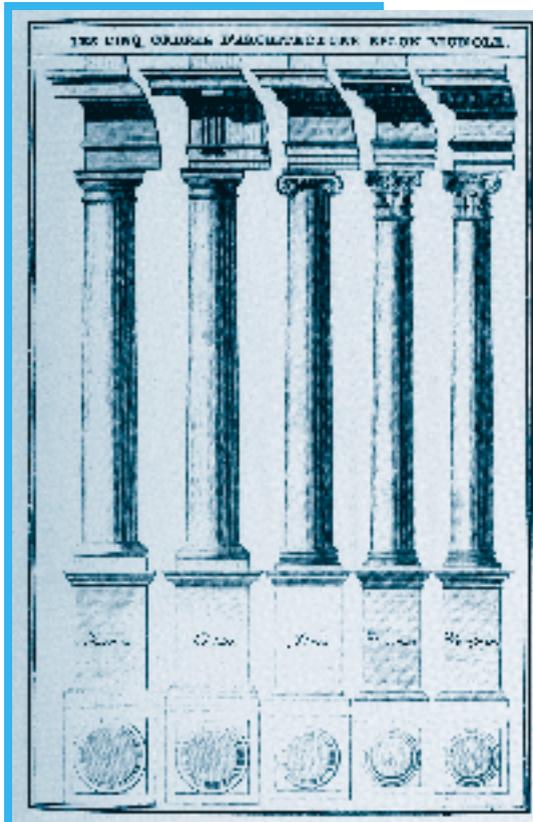
El orden dórico se desarrolla en la parte continental de Grecia y en las colonias occidentales; Sicilia y en la Italia meridional, en el siglo VII a. de C. Los templos dóricos se caracterizan por estar rodeados de una sola hilera de columnas y por no tener tejados. El capitel, elemento fundamental para distinguir un orden de otro, está constituido por el ábaco –remate del capitel–, una moldura saliente -equino-, el listel y el cuello –traque-lio–.

⁷⁶ Estructuras que se apoyan en las columnas.



Un siglo después, el orden jónico se impone en las islas del mar Egeo. Este estilo, más trabajado que el anterior, se distingue por la aparición de las volutas en los capiteles –que tienen forma de espiral– y las acróteras –adornos en los frontones–.

En el siglo V a. de C. aparece en Atenas el orden corintio. Se lo distingue, fundamentalmente por las hojas de acanto en los capiteles. Este estilo es muy utilizado en la arquitectura de la Roma clásica.



Los cinco órdenes de la arquitectura según Vignole

Las ideas arquitectónicas de la Grecia clásica continúan en el primer período del Imperio romano. El templo de Vesta en Tívoli –Italia– constituye un ejemplo de esta continuidad.

Con sólo ver el entablamento y el capitel de sus columnas de estilo corintio, se puede apreciar la influencia que tuvo, durante siglos, la arquitectura griega clásica.

En la arquitectura romana existe un principio clave: **Lo bello tiene que convivir con lo útil.**

En la historia del arte romano se distinguen dos grandes períodos: el republicano (siglo III hasta la segunda mitad del siglo I a. de C.) y el imperial (desde el principado de Augusto hasta el año 476 de nuestra era).

La república romana

La llegada a Roma de campesinos, cuyas tierras habían sido arrasadas durante la invasión de Aníbal en el 219 a. de C., y de esclavos y libertos de tierras conquistadas, como Grecia, le dio a la ciudad la gran posibilidad de mucho trabajo en la construcción de calles, acueductos, mercados y templos. Estas construcciones eran financiadas mediante los impuestos a la creciente actividad comercial de la capital.

Hoy, la Roma republicana se puede ver en las ocho majestuosas columnas del templo de Saturno (497 a. de C.) que dominan el Foro desde la vía Sacra.



Templo de Saturno

Casi todos los monumentos de este período están enterrados; muy pocos –como la tumba de los Escipiones– han sido excavados y otros –como el Ponte Fabricio, del siglo I a. de C.– continúan en uso.

Las estructuras que distinguen a los templos romanos construidos en el período de la república son: el pórtico anterior, con colum-



nas que forman la fachada, y la cella⁷⁷, maciza y completamente cerrada por intercolumnios ciegos. Esto implica otorgar mucha importancia a la frontalidad, por cuanto a partir de ella se definen los espacios y se señala la única vía de acceso. Esta frontalidad se acentúa colocando el edificio sobre un elevado basamento.



Templo de la Fortuna viril de Roma; Foro Boario, vista posterior. Cella cerrada con muros de piedra toba⁷⁸.

Así se satisface la exigencia de espacio delimitado. Desde la escalinata anterior se accede a un pórtico testrástillo donde se encuentra la única entrada. Las semicolumnas constituyen una reminiscencia de los griegos.

El Panteón romano, que emociona cuando se entra en él, es un ejemplo de las características de la construcción de la Roma imperial y testimonio del gusto romano por la vista frontal.



Panteón romano

Debemos esta maravilla de la ingeniería romana al emperador Adriano (118 a. de C.), después que el templo anterior –construido

por Marco Agrippa, yerno de Augusto– sufriera dos grandes incendios. En la construcción de Adriano se introduce la planta circular; la de Agrippa era rectangular. La planta circular no resulta una innovación, ya había sido adoptada en los complejos termales.

Es en el frontispicio de esta imponente fachada que aún se lee la inscripción de Agrippa, vuelta a colocar por Adriano: *M * AGRIPPA * L * F * COS * TERTIVM * FECIT –Lo erigió Marco Agrippa, hijo de Lucio, durante su tercer consulado–*.

El pronaos da paso al espacio interior del Panteón, de forma cilíndrica con una estructura compleja constituida por arcos de ladrillos que abrazan la cúpula, en su empuje sobre macizos pilares. Presenta la novedad de una gran cúpula, eliminando de este modo la columna y el dintel. En esta magnífica obra arquitectónica, las paredes de cierre y la cúpula se confunden, conformando una masa de gran magnitud.

Las paredes del tambor cilíndrico sobre las que apoya la cúpula tienen 6 m de espesor. Este espesor no es macizo sino articulado por ocho profundos nichos rectangulares y semi-circulares alternados.

Se trata de un recinto donde sólo gracias a la luz que pasa a través del oculus –orificio realizado en la cúpula– podemos ver este maravilloso edificio. La emoción se produce ya desde su entrada, al estar frente el magnífico pórtico con las majestuosas columnas construidas de granito

La construcción de la cúpula se hizo colocando cemento mezclado con piedra porosa sobre un encofrado de madera. La altura y el ancho de la cúpula tienen el mismo tamaño: 43,3 m.

⁷⁷ Recinto pequeño de un edificio religioso, funerario, etc.

⁷⁸ Piedra porosa y ligera, usada especialmente para evitar empujes y cargas excesivas.



Esta característica de correspondencias medibles constituye una concordancia armónica que se puede observar, también, en otros aspectos: en la correlación entre las infinitas líneas curvas de la cúpula y la línea curva de la planta, y en las cinco curvas concéntricas de forma circular de la cúpula, decoradas con casetones, cuya finalidad es la de reducir el peso de la cúpula. Estos círculos, de diferentes diámetros, que ascienden hacia el oculus, dan impresión de liviandad de la estructura.

El piso del Panteón es de mármol y fue restaurado en 1873, conservando su diseño original.

Las sepulturas que hoy se encuentran en el muro del Panteón incluyen desde la tumba de Rafael hasta las de los reyes de la Italia moderna.



El Coliseo es otra obra arquitectónica que muestra el esplendor de la Roma imperial. Fue hecho construir por el emperador Vespasiano de la familia Flavia en el año 72, junto a un lago, en los terrenos del palacio de Nerón. Constituye el mayor anfiteatro de Roma de entonces, con una capacidad para albergar a casi

Panteón romano: interior

55.000 espectadores. Originalmente, tuvo la finalidad de mostrar las cualidades militares del valor y la resistencia, tan decisivas por los romanos, así como el propósito de entretener a la gente.

La estructura del Coliseo es de forma oval. Tiene una altura de 49 m y un perímetro exterior de, aproximadamente, 537 m. Sus muros exteriores estaban contruidos de mármol travertino y, todavía, se puede apreciar la vista exterior, que se presenta como una sucesión de arca-das colocadas directamente sobre pilastras y superpuestas en tres pisos. A cada piso le corresponde un estilo arquitectónico diferente de función ornamental: el primero es dórico, el intermedio es jónico y el último, corintio. La fachada está coronada por un ático⁷⁹ sobre el que se apoyaban estatuas y escudos.

El anfiteatro está construido con bloques de toba y mampostería, formando corredores concéntricos con estructuras abovedadas que sostienen las gradas y con escaleras que conducen a los distintos sectores. La cávea⁸⁰ está conformada por diferentes sec-



Coliseo romano



Exterior del Coliseo, Roma

⁷⁹ Parte terminal de una estructura arquitectónica. En la arquitectura romana aparece sobre las cornisas, para sostener las estatuas.

⁸⁰ Espacio destinado a los espectadores.



tores de gradas que permitían que los espectadores se sentaran detrás del emperador: primero los nobles romanos y los ciudadanos acomodados, después los esclavos y extranjeros, y, por último, en la parte superior, las mujeres.

Ya en el siglo I de la era cristiana, empieza a vislumbrarse un estilo romano propio. Mientras los griegos dieron mayor importancia al exterior de los edificios, los romanos dedicaron su creatividad al interior.

Debajo del ruedo, cuyo piso era de madera en el que se esparcía arena hasta cubrirlo totalmente, se encontraban los servicios y los esta-

blos para las fieras, contruidos con ladrillos.

Los romanos tomaron de los griegos el uso del mármol como material decorativo en la construcción de templos y otros edificios públicos. Las cariátides –columnas esculpidas; generalmente, con forma de figura femenina– también tienen su antecedente en modelos griegos.

El arco constituye, para los romanos, un ele-

La Roma imperial

En el año 27 a. de C., Augusto se convierte en el primer emperador de Roma. El imperio se expande en forma desordenada, motivo por el cual Diocleciano decide repartirlo entre cuatro emperadores. Gracias al comercio y a los impuestos, Roma se convierte en la ciudad más próspera del mundo. A través de sus edificios, los emperadores buscan publicitar sus triunfos militares y su poderío civil.

En la actualidad se ven los restos de las obras de la Roma imperial por todo el centro de la ciudad: el Foro, el Palatino y los Foros imperiales. Pero, el esplendor se puede apreciar en el Panteón y en el Coliseo. También, el Arco de Tito es otra obra de este período, erigido en el Foro sobre la Vía Sacra, que aún se puede admirar.



Coliseo, Roma



Ruinas de Roma



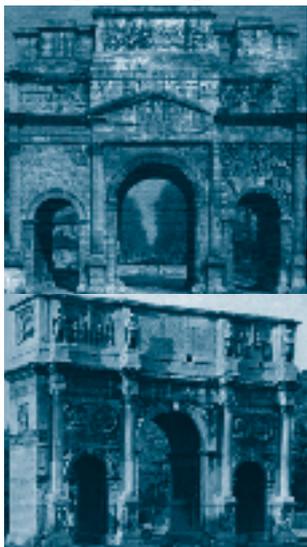
Detalle de columna



mento no sólo estructural sino un símbolo de triunfo. Es la celebración de un triunfo a la vuelta de una guerra victoriosa, con el desfile del general vencedor y de sus tropas a través de una puerta simbólica, la ceremonia que origina la construcción de los “arcos del triunfo”.

La forma más simple de estos arcos tiene un paso único –por lo general, con dos frentes–, aún cuando también se los puede encontrar adosados contra una muralla de la ciudad, o contra pórticos y acueductos. En ellos existe una perfecta armonía entre la estructura y la estética.

Posteriormente, el arco central se construye acompañado por otros dos arcos a los lados, simétricos y más bajos. Estas aberturas están siempre cubiertas por una bóveda, que puede estar constituida por un solo bloque de mampostería, sostenido por pilares, o bien puede impostarse sobre una cornisa,



Arcos romanos

con el agregado de columnas y arquivadros⁸¹.

En Roma, el arco suele construirse a la entrada de la ciudad o al comienzo de una vía importante.

Mucha de la prosperidad de la Roma republicana se debe a sus hábiles ingenieros civiles. Puentes y acueductos construidos en este

período son testimonio de la importancia dada a las empresas de uso público.

La originalidad de las estructuras de estas construcciones se relaciona con el uso del arco formado por *dovelas radiales*⁸². Porque, si bien los acueductos cumplían con una función fundamental –traer agua de las colinas vecinas–, los ingenieros romanos supieron integrar lo específicamente funcional con lo estético. Así, podemos observar en el Pont du Gard (acueducto del siglo I a. de C.) a través del valle de Garona⁸³, en la Galia Transalpina, una estructura de tres hileras de arcos. Las dos inferiores de idéntica abertura y la hilera superior con arcos más pequeños, graduados de tal manera que tres de ellos corresponden a uno de los inferiores. Si bien, estos pequeños arcos servían para sostener el canal, constituían también un motivo ornamental, demostrando de este modo, cómo los ingenieros y arquitectos romanos se interesaban no sólo por las cuestiones funcionales sino también por la belleza de las construcciones y por su integración con la naturaleza.



Acueducto del Pont du Gard

La necesidad de expansión obliga a los romanos a realizar obras impresionantes de ingeniería vial. Así, construyen numerosos caminos, las “vías”, en Italia, Francia, España, Turquía... La construcción de los caminos hace que los ingenieros y arquitectos romanos deban salvar obstáculos, como ríos y montañas, lo que genera la necesidad de

⁸¹ Elemento arquitectónico horizontal que constituye la parte inferior de un entablamento y que se apoya sobre columnas o pilares.

⁸² Piedras dispuestas según los radios de una media rueda ideal.

⁸³ Actualmente cruza el río Gard cerca de Nimes (Francia).



construir puentes y túneles.

La original contribución romana a la construcción de estas estructuras se vincula con sus múltiples y diversos usos del arco. Con esta aparición, la columna se apoya en su parástade⁸⁴, y la forma de pilastra más estable permite soportar los empujes que se producen debido a la existencia de dos arcos contiguos.

En el caso del **arte románico**, la función del capitel parece clara, ya que posibilita un ensanchamiento del fuste y, de este modo, permite disponer del ancho suficiente para que apoyen dos arcos contiguos.

En nuestro viaje imaginario, recorreremos una de las famosas vías romanas; por ejemplo, la Vía Flaminia que une Roma con Ariminum (hoy, Rimini).

En el camino nos encontramos con numerosos puentes. El más conocido es el de Tiberio, alzado sobre las aguas del río Marecchia en el centro de Rimini.



Via Flaminia, Roma-Rimini

Algunas curiosidades

El puente de Tiberio combina bóvedas de medio punto con una rebajada de tres centros y otra ligeramente apuntada en la orilla izquierda –muy rara en la construcción romana–.

El indestructible Puente del Diablo

Al antiguo *Puente de Tiberio*, también se lo llama *Puente del Diablo*.

El puente de Ariminum fue empezado por el emperador Augusto en el año 14 y terminado por su hijo Tiberio en el año 21; toma así, el nombre de su último constructor.

¿Por qué recibe el nombre de Puente del Diablo?

Según la leyenda... durante los últimos años de su construcción, los trabajos fueron muy lentos debido a derrumbes espontáneos de las partes nuevas, hasta el punto de creerse que la obra nunca tendría un final. Tiberio, quien permanentemente invocaba a los dioses, cansado de la poca ayuda que recibía de éstos, recurrió al único ser sobrenatural que, según sus creencias, podía solucionarle el problema: el diablo. Pero, para ello tuvo que hacer un pacto con él. Si el diablo construía el puente, entonces a cambio podría tomar el alma del primer ser viviente que lo atravesara.

En una sola noche, el diablo construyó el puente: sólido, hermoso e imponente.

El día de la inauguración, todo estaba preparado. El cortejo oficial sería el primero que debía

⁸⁴ Parástade: pilastra colocada junto a una columna y detrás de ella para sostener mejor el peso de la techumbre. Diccionario de la Real Academia Española



cruzar, atravesando el puente de una punta a la otra. Fue, entonces cuando a Tiberio se le ocurrió cumplir con el pacto, pero no con un ser humano, sino con un perro.

Y, así fue. El diablo –que esperaba en la otra punta– no podía creer lo que estaba viendo. Entonces, se encolerizó y trató de destruir su magnífica construcción. Para ello, dio patadas contra las piedras que él mismo había colocado, pero no pudo dañarlo. El puente era indestructible.

Cuenta la leyenda que unas huellas de cabra grabadas en una de las grandes piedras al inicio del puente son el vestigio que ha quedado de este episodio.

*Puente de Tiberio,
Rimini*



Refiriéndonos, ahora, a las construcciones de las viviendas, podemos distinguir la denominada *casa pompeyana* –*domus pompeiana*– con un atrium⁸⁵ alrededor del cual se disponen las habitaciones –generalmente, guardando cierta simetría– y encerrada en paredes elevadas. Por la puerta (ostium) que da directamente a la calle, se entra en un breve corredor (fauces) hasta el patio con lucernario (atrium) al que se abren las otras habitaciones. Más allá del atrium se encuentra la habitación más importante (tablinum), destinada a las principales actividades de la vida familiar. El tablinum se ubica en el eje principal de la casa, alineado con el corredor de entrada.

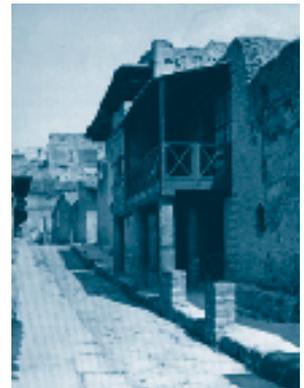
La planta de la *domus* es modificada por influencia helenística. El patio se transforma;

⁸⁵ Pieza principal de la casa romana a la que se asoman las otras habitaciones. En el centro, correspondiendo con la abertura superior a cielo abierto –compluvium–, se hallaba el impluvium, depósito para recoger el agua de lluvia.

se incluyen las columnas (el peristillo), de una planta se pasa a más de un piso, con lo cual aumenta el número de habitaciones que se asoman al atrium y a la calle, frecuentemente con balcones. Con estas modificaciones se cambia también la estructura de la casa, pasándose a una estructura mixta. Esta tipología arquitectónica es la llamada casa de Graticcio, en Herculano, construida en época samnita. El nombre se debe al uso de una particular técnica de construcción –la *opus craticium*– integrada por una estructura de madera revestida con abundante cal.

La casa del Graticcio tiene dos plantas; la planta inferior con vanos abiertos a la calle, que se usaban como tiendas y tabernas. Las habitaciones del piso superior estaban separadas entre sí mediante escaleras y corredores, en tanto la fachada a la calle era precedida por un pórtico con tres columnas que sostenían un balcón con galería.

En la época imperial, el incremento de la población hace que la *domus* quede limitada casi exclusivamente a los grupos privilegiados y que el ejemplo de este período lo constituyan las altísimas *insulae*, edificios con numerosos apartamentos. Las más típicas *insulae* se encuentran en Ostia, donde se llega hasta siete u ocho pisos de viviendas independientes, con fachadas abiertas por numerosas ventanas. El piso inferior se destina a locales –tiendas, talleres de artesanos, tabernas– y al patio, que constituye el punto de unión de los diferentes cuerpos del edificio.



Casa del Graticcio



El balcón construido en el primer piso sobresale ampliamente sobre la calle, cumpliendo una función de protección a los clientes de las tiendas y de las tabernas.

La yuxtaposición tanto de los elementos estructurales –pilares y arcos de descarga– como de ventanas y cornisas pretende lograr un valor estético, sin necesidad de recurrir a materiales costosos.



Restos de una insula de Ostia

En la región del Véneto (Italia) la influencia oriental marca un sello especial a la arquitectura románica de los siglos XI y XII. En muchos de los edificios de esta época se puede observar la influencia de las formas bizantinas.

La iglesia de San Donato en la pequeña isla de Murano aún podemos ver la mezcla de los elementos románicos y orientales.

Observamos en la fachada construida sobre la laguna la influencia bizantina mediante el empleo de arquerías apoyadas en columnas aisladas de forma cilíndrica.

En los templos románicos podemos distinguir diferentes tipos de arcos:

- aquellos que unen las naves entre sí;
- los que sostienen las cubiertas;
- los de las tribunas;
- los que se constituyen en ventanas y puertas.

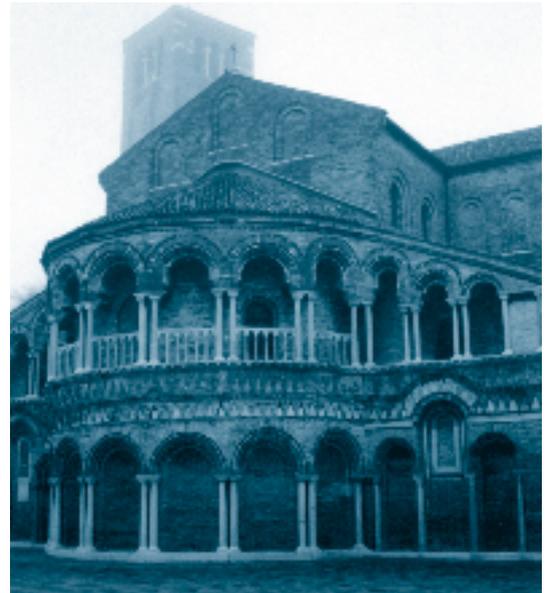
Los arcos, además de cumplir su función

estructural, también cumplen el mismo rol que el de las ventanas o bien una función exclusivamente ornamental, en este caso son ciegos.

En las iglesias románicas la distribución y forma volumétrica permite distinguir claramente las naves que posee el templo, como así también la diferencia de niveles de los mismos.

Los campanarios, tal como podemos apreciar en la foto de la iglesia de Murano, se erigen al lado de la iglesia propiamente dicha. Generalmente conforman un volumen prismático ciego (los arcos están tapados), excepto en la parte superior donde está situadas las campanas.

Si queremos apreciar la belleza que le da un conjunto de columnas a un edificio, no podemos dejar de volar con nuestra imaginación al majestuoso conjunto arquitectónico de Pisa –Italia–. Este conjunto está constituido



Iglesia de Murano; Venecia



Baptisterio, Pisa



Conjunto, Pisa



do por la catedral propiamente dicha, el baptisterio y el famoso campanile, más conocido como la *Torre de Pisa*. Todos ellos, dispuestos según el eje este-oeste, reflejan el poderío económico de la ciudad que, en 1063, encargó al arquitecto Busheto la reconstrucción de la catedral, en la Piazza del Miracoli.

La catedral tiene una planta de estilo basilical, en forma de cruz latina con 5 naves, una central y 4 laterales. La nave central está constituida por tramos unidos entre sí mediante arcos que apoyan sobre los capiteles de estilo corintio de nueve columnas de fuste monolítico y de basa ática. Los arcos de la nave central sirven de sostén de una tribuna, que presenta en forma alternada apoyos de columnas pequeñas y pilares de planta cruciforme unidos por otros pequeños arcos.

En la actualidad, el techo atesonado sustituye a la primitiva techumbre de madera de estilo románico. Los pilares de planta cruci-

forme, que se elevan hasta la mitad del piso superior, aparecen también como soporte de la gran cúpula.

Otra de las grandes construcciones de la Piazza del Miracoli es el baptisterio, cuya ejecución es encargada al arquitecto pisano Diotisalvi, quien inicia las obras en 1153. La majestuosa obra se termina en el siglo XIV, época en que se completa con pináculos góticos. Y, nuevamente aparecen las columnas y los pilares como los elementos de sostén de arcos, así como la gran cúpula cónica muy elevada.

Próximo al baptisterio se encuentra el famoso "Il campanile". Su construcción se inicia en 1173, veinte años después del baptisterio, para dar un campanario a la catedral. El arquitecto Bonnano es el encargado de su construcción y diseña sus fachadas tomando como base el diseño de la arquería exterior de la catedral. En la actualidad, la torre tiene planta baja y seis galerías similares, y un séptimo piso de menor diámetro que remata el edificio y que está destinado a la campana.

La obra se realizó en varias etapas, debido a sucesivas suspensiones provocadas por la inclinación que sufría la torre, por la constitución geológica del suelo.

Si centramos nuestro recorrido en el **arte árabe** y nos introducimos en uno de los pala-



cios más hermosos del mundo, La Alhambra⁸⁶, podremos disfrutar de la cultura de los moros. La Alhambra, fue construida en la ciudad de Granada, al sur de España, entre los años 1238 y 1358 por príncipes moros, provenientes del norte de África. Los muros exteriores encierran tres sectores principales: el palacio real; la alcazaba o fortaleza, y un poblado –en la actualidad, en ruinas– para el hábitat del rey, cortesanos, sirvientes y la alta administración. La calidad de su construcción y de sus materiales ha permitido que la Alhambra conserve casi intacto su aspecto original, a pesar de las guerras y de los sucesivos abandonos.



El ejército de los Reyes Católicos expulsa a los príncipes moros de España en 1492. El legado de este pueblo musulmán a la humanidad de todas las épocas, es esta obra monumental: la Alhambra, como muestra de su exquisita cultura.

Los moros se destacaron por ser excelentes artesanos; trabajaban con azulejos de colores vivos y formas geométricas, desarrollando motivos vegetales y caligrafía que aún maravillan nuestros ojos. Todos sus dibujos tienen un fundamento: Inspirar la meditación. Utilizaban también la piedra, la madera y el yeso; con el yeso esculpían las ventanas ojivales y las columnatas, a la que daban forma de las estalactitas de las cuevas, y realizaban los maravillosos trabajos de afilegrinado.

Las ideas romanas o cristianas primitivas son adoptadas por muchos arquitectos de la Edad Media: los capiteles románicos coronan muchas de las columnas que sostienen las

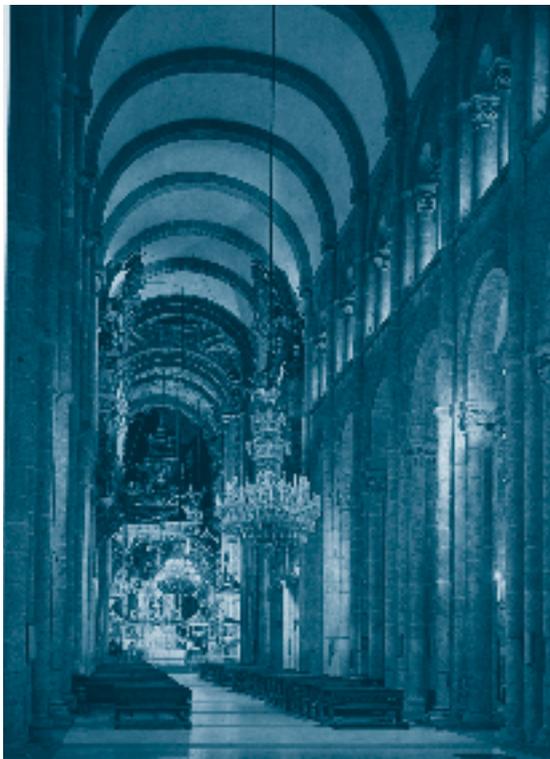
Todo es majestuoso dentro de la Alhambra; pero, existe un palacio especial, el *de los Leones*, que debe su nombre a los 12 leones de piedra que hay en la base de la fuente de su patio. Se dice que el *Patio de los Leones* fue construido para embellecer el jardín. Está rodeado de arcos tallados que descansan en más de 100 columnas que sirven de protección del fuerte sol meridional. Este patio tiene un significado de carácter espiritual: un jardín dividido en 4 partes por canales de agua es un símbolo islámico del paraíso.



Patio de los leones

⁸⁶ Alhambra significa "rojo", en árabe, y hace referencia al color de los ladrillos secados al sol de las paredes exteriores.





Interior de la Catedral de Santiago



Catedral de Amiens

altas bóvedas que caracterizan a esta época.

Es a todo lo largo de este período que se construye en Europa una gran cantidad de iglesias, con plantas en cruz o con el denominado sistema basilical –de una nave central y dos laterales–. El interior de la Catedral de Santiago de Compostela, por ejemplo, nos permite apreciar esta forma de construcción y constituye un fiel reflejo de la arquitectura románica francesa.

En la última parte del medioevo –siglos XII–XV–, en Europa se desarrollan profundas transformaciones económicas y sociales. Aparecen nuevos centros de poder: las primeras monarquías, las grandes ciudades, el clero, las nuevas clases de comerciantes y banqueros. Y, con ello una nueva forma de

arte: **el gótico**. Este estilo arranca con la construcción del coro de la abadía de Saint-Denis, cerca de París –Francia–. Y, es precisamente en Francia donde los arquitectos construyen sus iglesias con este estilo: la famosa catedral de Chartres, la de Notre Dame de París, la de Amiens... constituyen algunos de los tantos ejemplos del gótico francés.

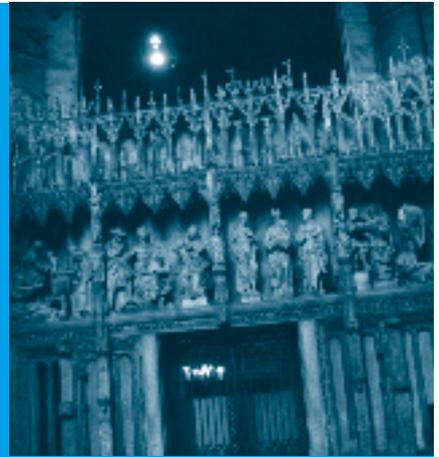
La catedral de Chartres, construida después del incendio de la vieja catedral, entre los años 1194 y 1225, reúne las formas de las viejas iglesias y recoge toda la variedad de símbolos arquitectónicos de la Edad Media.

El valor de la creatividad no es inventar. Lo importante es reunir datos e información dispersa y utilizarlos.





Catedral de Chartres



Interior de la Catedral de Chartres

En la actualidad, las torres de la catedral se pueden divisar desde los diferentes ángulos de la ciudad. Desde muy lejos se contemplan sus elevadas agujas ascendentes, propias de la arquitectura religiosa gótica que, además de hacer una estructura liviana, dan una sensación de elevación, que es precisamente el símbolo de la tendencia del hombre hacia el cielo.

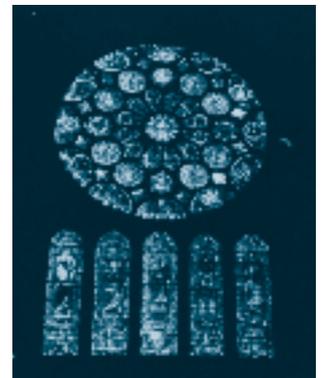
Las dos torres que enmarcan a la fachada presentan formas y proporciones diferentes. La torre de la izquierda, empezada en 1134, termina en una aguja calada y ricamente decorada de 115 m; en cambio, la de la derecha, cuya construcción se inicia en el año 1145 con una altura de 106 m, está coronada por una aguja llena caracterizada por su simplicidad.

Otra característica de las catedrales góticas son las *logias*. Los arcos terminados en punta y las columnas en las que se apoyan crean una galería con estatuas de soberanos y santos constituyendo, de este modo, una integración perfecta entre la arquitectura y la escultura. Nuevamente, los arcos agudos y las figuras alargadas proporcionan el sentido de verticalidad que inspira a toda la cons-

trucción gótica religiosa.

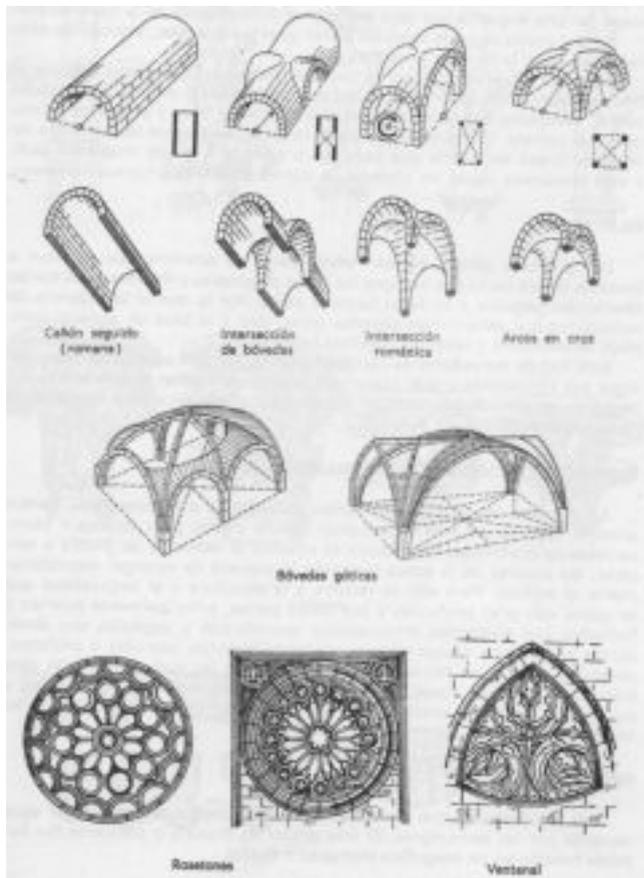
La puerta central, denominada Puerta Real o Puerta de la Gloria, está rodeada por magníficas tallas que representan a Cristo y a diferentes santos. La presencia de Dios se busca a través de la penetración de la luz natural, lo que lleva a la creatividad de los arquitectos de entonces a eliminar los muros de piedra y, en su reemplazo, a concentrar las cargas en elementos estructurales: las nervaduras; esto permite colocar vidrieras o vitraux, trabajados con figuras coloreadas que representan generalmente escenas religiosas, en las altas bóvedas.

La estructura de la bóveda de forma ojival tiene grandes ventajas: es sólida, liviana y elástica. Si bien su peso es absorbido por los nervios o nervaduras que, a su vez, lo transmiten



Rosetón de la Catedral de Chartres





Tipos de bóvedas

a los pilares y/o columnas, el empuje no sólo es vertical; también se producen esfuerzos laterales. Para absorber estos esfuerzos, los arquitectos de entonces idean estructuras laterales, denominadas *arbotantes*, que son arcos abiertos de un cuarto de circunferencia. Por lo general, los arbotantes están contruidos sobre las naves laterales, por cuanto –como decíamos- deben soportar los empujes laterales de la nave central. El empuje recibido por los arbotantes es transmitido a los contrafuertes, estructuras macizas externas que, a su vez, lo transmiten al suelo.

Veamos cómo se puede llegar a obtener la

bóveda en forma de ojivas. Si consideramos la mitad de un cilindro obtenida mediante el corte a lo largo de sus generatrices y por el diámetro de sus bases, y lo colocamos en forma horizontal, estamos en presencia de una bóveda de cañón; el cruce en forma perpendicular de dos bóvedas de cañón da origen a una bóveda de arista. Este tipo de bóveda es muy usado en la arquitectura románica. Las aristas de esta bóveda forman una X que divide a la superficie interior en cuatro zonas iguales -paños- que convergen en un máximo punto, denominado clave de la bóveda.

A las aristas de este tipo de bóveda, se les agregan dos nervios diagonales, como refuerzo y como estética. Esta nueva forma de bóveda es la que recibe el nombre de *crucería*. Pero, los arquitectos góticos –llamados, en esa época, “maestros de obras”–, con su visión puesta siempre en la elevación de todos los elementos arquitectónicos, no estaban satisfechos con esta forma de bóveda y es precisamente uno de ellos quien resuelve el problema:

Acerca los cuatro pilares que sostienen la bóveda y, con ello consigue transformar el arco de medio punto en un arco con punta (ojival). Esto permite lograr una bóveda con una clave más elevada respecto de la bóveda de crucería normal.

Si la catedral de Chartres es considerada en toda la literatura sobre el tema como un

Observando las fotografías que presentamos, sus alumnos pueden descubrir cada uno de los elementos estructurales que explicamos y analizar su funcionamiento.



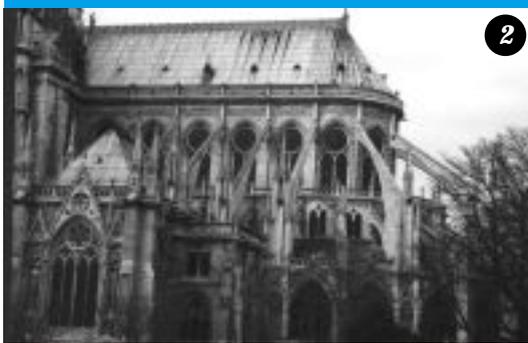
ejemplo de construcción gótica religiosa, no se puede dejar de mencionar a otra catedral en la que todas las características de esta arquitectura se pueden apreciar. Nos estamos refiriendo a la famosa *Notre Dame* de París.

En el arte gótico, la arquitectura y la escultura se integran en un todo armónico. La puerta central de la fachada principal de la Catedral de París es una muestra de ello.

La puerta de *Notre Dame* de París –construida, aproximadamente, en 1220–, al igual que la

de Chartres o la de Amiens, está rodeada por esculturas típicas del arte gótico: figuras alargadas, rígidas, con brazos pegados al cuerpo, piernas estiradas y paralelas con ropaje que cae en forma vertical con pliegues rígidos. Todo incrementa la sensación de verticalidad; en este sentido, un dosel, que protege a cada imagen, y una base esculpida conforman el espacio destinado a cada estatua.

Profundos alféizares excavados en forma ojival, en el espesor del muro de la puerta central de la Catedral de París dan marco a



2

1 Notre Dame de París, París; puerta

2 Contrafuertes

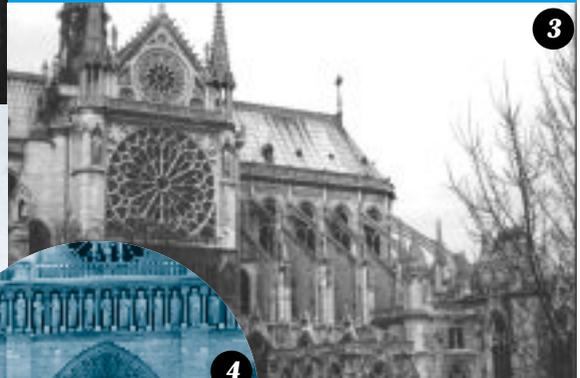
3 Lateral

4 Puerta

5 Construcción de la catedral



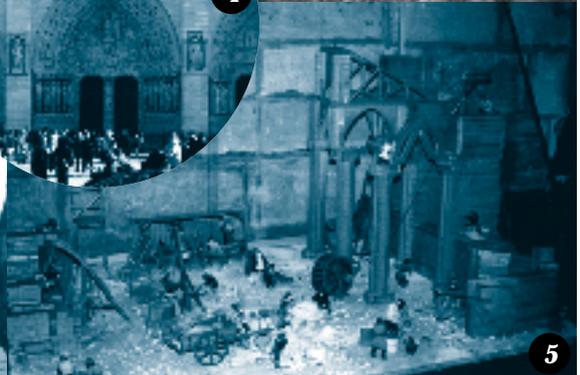
1



3

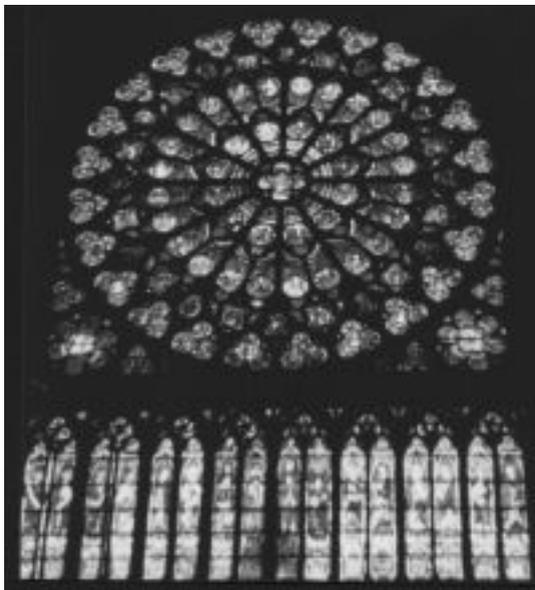


4



5





Catedral de Notre Dame; rosetón



Catedral de Colonia

las figuras esculpidas en el tímpano: en el centro, Cristo Juez entre María, San Juan y los ángeles –que portan en sus manos los símbolos de la Pasión–.

El transepto o nave transversal que forma una cruz con la parte longitudinal, en el caso de la *Notre Dame* de París, visto desde adentro, se caracteriza por la belleza de dos rosetones superpuestos (vitraux o vitrales) que iluminan el interior con los rayos de luz que pasan a través de sus coloridas figuras.

Como ya hemos explicado en párrafos anteriores, en la arquitectura gótica el peso de las bóvedas descarga directamente sobre los pilares, y las fuerzas laterales sobre los arbotantes y contrafuertes. Las paredes no tienen ninguna función estructural; por esto, los arquitectos de entonces calan a las paredes, introduciendo los coloridos y maravillosos vitraux.

Si queremos estar frente a una arquitectura gótica religiosa que crea una fuerte impresión de misticismo, tenemos que ubicarnos en la Catedral de Colonia (Köln, en su idioma original) –República Federal de Alemania–.

Las proporciones de la nave central, sumamente estrecha frente a su altura, en una relación 1:3,8, constituyen una estructura en la que se acentúan los elementos verticales: pilares fasciculados con estatuas de apóstoles adosadas con elevados doseles y muy próximos entre sí. Esta forma estructural, con una cubierta abovedada de crucería ojival, cuyos nervios apoyan en altísimas columnas, hace que la convergencia de estos nervios sea también un punto extremadamente elevado, provocando aún más una sensación de verticalidad casi infinita.

Y, antes de escribir unos párrafos sobre la construcción civil y, a modo de cierre de la

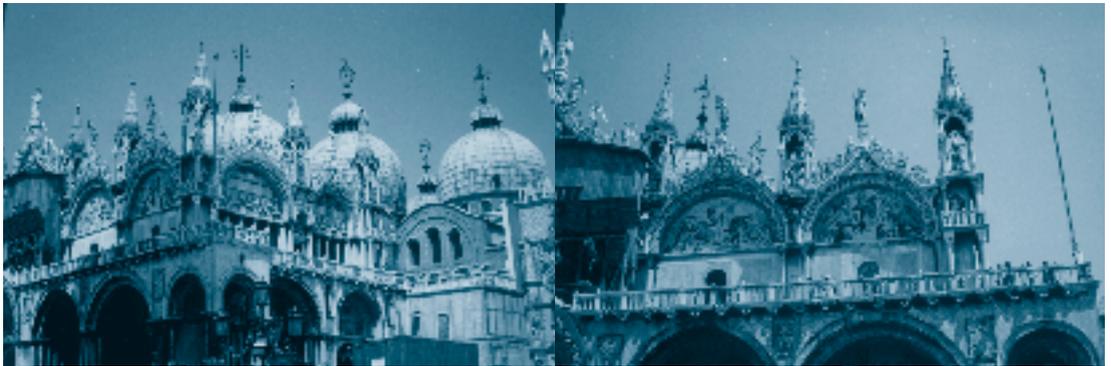


temática del gótico religioso, presentamos la magnífica Catedral de Venecia, la Basílica de San Marcos.

La construcción que hoy podemos admirar es la tercera edificada en el mismo lugar: la primera, realizada para recibir el cuerpo de San Marcos en el siglo IX, fue destruida por un incendio; la segunda fue derribada en el siglo XI para construir un edificio (1063-1094) que refleja el poderío de la República de Venecia de entonces. La basílica sufre posteriores modificaciones y, en 1807, se

constituye en catedral, sustituyendo en este sentido a la de San Pietro. Hasta ese año se utilizaba como capilla privada de los duques para ceremonias oficiales.

El ingreso a la iglesia permite admirar el aporte de la arquitectura bizantina. La fachada principal presenta cinco portales con tres arcos superpuestos que descansan sobre columnas. Algunas de estas columnas pertenecieron a la primitiva iglesia y otras a edificios bizantinos. La parte superior remata con pináculos góticos (siglo XV) que dan



Iglesia de San Marcos, Venecia



marco a los hermosos mosaicos de las lunetas semicirculares.

El arquitecto que diseñó la Catedral de San Marcos se inspiró en la iglesia de los Santos Apóstoles de Constantinopla. Por ello, la planta tiene una forma de cruz griega, característica de la arquitectura bizantina tardía. La gran cúpula central, de 13 metros de diámetro, denominada de la Ascensión, muestra un magnífico mosaico del siglo XIII, rodeado de ángeles, los doce apóstoles y la Virgen. Esta cúpula está flanqueada por otras cuatro cúpulas secundarias, una en cada brazo de la cruz que forman la nave, el transepto y el coro.

Las cúpulas descansan sobre tambores calados por ventanas y están coronadas por linternas en forma de bulbo.

Entrar al interior de esta catedral es encontrarse con una arquitectura en la que predominan los mosaicos como revestimiento, tanto de los muros, arcos, columnas y de la gran cúpula central de aproximadamente 30 metros de altura, como de los pisos. Entre los mosaicos, que provienen de diferentes épocas, se encuentran los realizados por artesanos de Constantinopla, que constituyen unos de los mejores del arte bizantino.

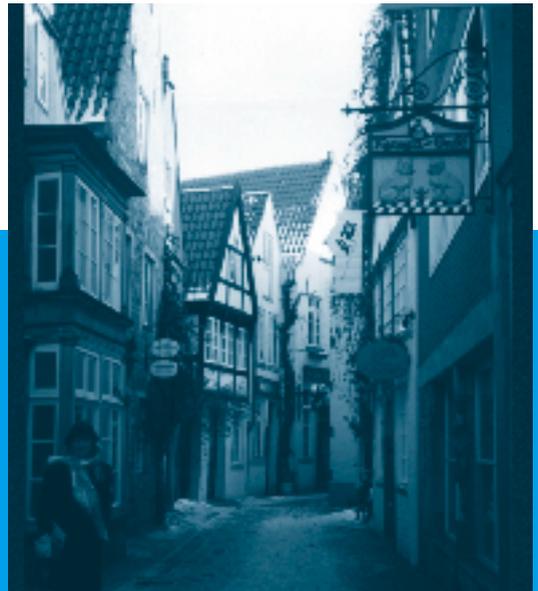


Casa de Oro, Venecia

Dejamos nuestra mirada sobre las catedrales góticas y la llevamos a Venecia; más precisamente a la fachada de *La Ca'd'Oro* –Casa de Oro–, construida entre 1427 y 1436. En ella, si bien tiene muchísima influencia el arte islámico –debido a las relaciones comerciales que la República de Venecia tenía con Oriente–, el gótico está presente en las arcadas ojivales y en las columnitas de soporte.

Pasando a la construcción civil, las ciudades medievales rodeadas por fuertes murallas, tenían una forma irregular. Las casas se construían siguiendo la topografía del lugar, en terrenos angostos, con cubiertas de pendientes pronunciadas, sobre todo en la Europa central y en la del norte, combinando la piedra con la madera.

Las fachadas de las viviendas de los señores feudales solían contar, en la parte inferior, con una serie de arcadas que protegían a las tiendas y almacenes, mientras que en los pisos superiores se situaban las habitaciones.



Casas medievales de Bremen



En las primeras décadas del siglo XV nace en Italia –precisamente, en Florencia, el movimiento artístico, denominado Renacimiento. La reutilización de las formas de la arquitectura clásica; griega y romana y la aplicación de una nueva técnica, la perspectiva –que permite llevar al plano, mediante diferentes reglas del dibujo y de la matemática, espacios de la realidad tridimensional–, caracterizan a la arquitectura renacentista.



La arquitectura del **Renacimiento** es sinónimo de lo simple: el espacio interno delimitado por los muros debía ser cons-

Muralla de Rothenburg



Casas de Rothenburg

truido con el mínimo esfuerzo, y favorecer la percepción de las reglas matemáticas y geométricas que subyacen en su diseño: cubos, paralelepípedos...

Todo se simplifica en este período; las relaciones de longitud, ancho, profundidad se determinan fácilmente y la estructura también se aclara. En el caso de las bóvedas, se prefiere las de cañón, por no tener un compromiso estático tan fuerte y por su sencillez; paulatinamente, las bóvedas son eliminadas y reemplazadas por cubiertas de madera. En los casos de construcciones abovedadas, se introducen los tirantes como medio para recibir los esfuerzos laterales; éstos son visibles desde el exterior y son considerados fuera del concepto estético, por cuanto responden a necesidades técnicas.

Respecto de los arcos, en este período sólo queda el arco de medio punto. Este arco tiene un trazado semicircular, una forma geométrica simple, racional, ya que su longitud sólo depende del diámetro.

Dice Leonardo da Vinci. “Un arco no es otra cosa que una fuerza engendrada por dos lados débiles, puesto que los arcos de los edificios están formados por dos segmentos de un círculo, cada uno de los cuales, al ser muy débil, tiende a caer; pero, como cada uno impide la caída de otro, los dos lados débiles se convierten en una sola fuerza. Una vez que el arco ha sido construido, se mantiene en estado de equilibrio, porque un lado empuja a aquél; pero, si uno de los segmentos⁸⁷ del círculo pesa más que el otro, se rompe la estabilidad, ya que el más pesado dominará al que menos pesa.”⁸⁸

Así como para la arquitectura gótica, el tema

⁸⁷ Se refiere a uno de los arcos de una circunferencia que forma el arco.

⁸⁸ Leonardo da Vinci (1975) *Cuaderno de notas*. Colección La Fontana Mayor.





El Duomo de Firenze (en su idioma original)



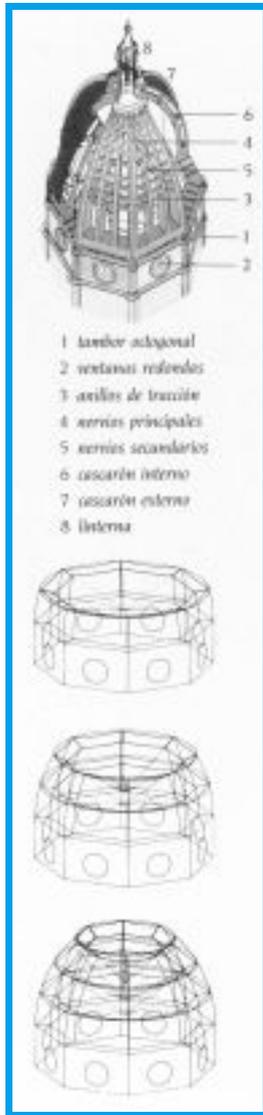
Cúpula de la iglesia Santa Maria del Fiore, Florencia

principal fue el religioso; para la renacentista –además de éste– fue la vivienda de los mercaderes, el palacio.

Si nos introducimos en la forma de la estructura de las iglesias, podemos observar que el elemento dominante es la cúpula. Para el arquitecto de esta época, la preocupación es

el trazado simple de la planta, la parte de elevación, el estudio de las fachadas y la cubierta.

La cúpula de Santa María del Fiore, construida entre los años 1420 y 1436 por el maestro Filippo Brunelleschi, en Florencia, domina toda la ciudad. Llegar a Florencia es divisar desde lejos esta maravillosa obra de la arquitectura del Quattrocento⁸⁹, inspirada en el arte romano. Tal vez el artista consideró el Panteón de Roma, pero le introdujo reformas: el material de la cúpula es ladrillo colocado en doble cascarón en lugar de un único bloque de argamasa⁹⁰ –como vimos en páginas anteriores respecto de la construcción del Panteón–. Por otra parte, también cambia la forma; los paños están divididos por arcos de piedra.



- 1 tambor octogonal
- 2 ventanas redondeadas
- 3 arcos de transición
- 4 arcos principales
- 5 arcos secundarios
- 6 cascarón interno
- 7 cascarón externo
- 8 linterna

Los presentes esquemas permiten analizar cómo se diseñó esta cúpula.

Como podemos observar, la cúpula tiene una

⁸⁹ Palabra italiana referida al movimiento artístico y literario italiano del siglo XV.

⁹⁰ Utilizada por primera vez por los romanos, era una mezcla de cascotes y cal que permitía el relleno de los muros.



forma de ovoide, con una base octogonal. Tiene dos casquetes, uno interno y otro externo. La idea de construir uno externo, tiene que ver con la preservación de la humedad, además de hacerla más espléndida. Hasta entonces, la construcción de las cúpulas se hacía por medio de cimbras completas de madera, verdaderos encofrados; pero, en este caso, esta técnica resultaba difícil por lo costosa y por los problemas técnicos derivados de la crisis de las empresas de la construcción en el siglo XIV, al no contar con maestros especializados en actividades de la construcción.

Entonces, Brunelleschi idea un sistema basado en recursos fundamentales:

- Concebir la cúpula como cuatro anillos concéntricos que se sostenían por sí mismos mientras eran construidos.
- Proyectar una estructura interna que sostenía a los nervios y una membrana externa, compuesta por ocho nervios de mármol.
- Utilizar el ladrillo como material resistente, más liviano que la piedra para las nervaduras internas. Con el propósito de lograr una mayor cohesión, los dispuso según el sistema de espina-peza sobre superficies cónicas convergentes.
- Implementar una serie de mecanismos para facilitar la tarea de acarrear y subir los materiales.

Brunelleschi encargó al orfebre Verrocchio una esfera de cobre dorado para la cúpula. Ésta fue construida mediante ocho trozos separados que fueron soldados con gran precisión. En este trabajo intervino Leonardo da Vinci, por entonces aprendiz del taller de Verrocchio.

El 27 de mayo de 1471, mientras se asistía a un Tedeum, la esfera fue elevada y colocada sobre la cúpula.

Comparada la cúpula de Santa María del Fiore con la de San Pedro de Roma, construida por Miguel Ángel Buonarrotti, vemos que en esta última también aparecen los nervios, en doble número; pero no como único elemento, sino como unión entre el tambor y la linterna (elemento similar al tambor, pero más pequeño).

Las diferencias entre ambas obras arquitectónicas se deben, fundamentalmente, a los diferentes períodos del Renacimiento en que fueron construidas. La primera corresponde al inicio de la época renacentista, mientras que la segunda pertenece al final del mismo movimiento artístico.



Basilica de San Pedro, Roma

En 1456 se encarga a León Battista Alberti finalizar la fachada de la iglesia de Santa María Novella, en Florencia. Alberti respeta la construcción ya realizada y diseña el final de la fachada de planta baja y el cuerpo superior, siguiendo las reglas del nuevo estilo; mármoles de colores de la zona cumplen la función de dividir y organizar el muro. El frontón triangular y las volutas completan la geometría de cuadrados y rectángulos que llenan la fachada. A su vez, las volutas constituyen el elemento de transición entre el volumen de la nave central y las cubiertas laterales. Santa María Novella es, así, una iglesia conventual de estilo gótico con una



planta de gran simplicidad.



**Iglesia de Santa María Novella,
Florencia**

Analizando brevemente la construcción de las mansiones de la clase de los mercaderes, los palacios, podemos observar que el diseño del edificio se resuelve en forma simple y a través del uso de la geometría espacial: forma cúbica o de prisma rectangular con un agujero en el centro. La parte perimetral corresponde a la construcción en sí misma y la central al patio, espacio libre para ventilación e iluminación. Las habitaciones con puertas al patio se comunican entre sí por galerías, lo que implica el tratamiento de varias fachadas: la que da al patio y la que da a la calle.

La fachada interior solía estar formada por una serie de arcos de medio punto que apoyaban en columnas; un entablamento separaba un piso del otro y, en la parte superior, se ubicaba una serie de ventanas centradas sobre la clave de los arcos con una serie de pilastras.

En cuanto a la organización de la fachada externa, el Renacimiento adopta tres tipos de fachadas. Uno de ellos es el denominado almohadillado⁹¹, con revestimiento de los

⁹¹ Revestimiento mural que sobresale de la superficie. Un caso es el denominado de "punta de diamante", en el que los sillares tienen la forma piramidal



**Palacio Pitti,
Florencia**

En esta construcción, cada piso corresponde a un orden diferente –toscano el de la planta baja– y cada piso está separado por un entablamento relacionado con el orden de la columna de abajo.

Es en el Cinquecento⁹² cuando aparece el tercer tipo de fachada: el de ventanas superpuestas.

La Contrarreforma española da una interpretación al movimiento renacentista de sobriedad y desnudez. Así se puede observar en la solemnidad de *El Escorial*, tanto en el palacio, como en el templo suntuosísimo y en el panteón, destacando su renuncia a la sobrecargada decoración manierista⁹³.



El Escorial, Madrid

⁹² Palabra italiana utilizada para referirse al movimiento artístico y literario del siglo XVI.

⁹³ Manierismo. Estilo artístico difundido por Europa en el siglo XVI, caracterizado por la expresividad y la artificiosidad. (Definición de la Real Academia española).



Si nos trasladamos a los Países Bajos, aún hoy podemos encontrar la construcción flamenca que combina el estilo propio local con elementos italianizantes. Las casas que circundan la *Gran Plaza* de Bruselas –Bélgica–, restauradas en 1695 demuestran un manierismo poco riguroso y con mayor carga decorativa que el italiano.



Casas, Bruselas

Otro edificio que merece ser mencionado es el que hoy ocupa el Ayuntamiento de Amberes (Antwerpen⁹⁴), en Bélgica. Diseñado por Cornelis Floris de Vrient, fue construido entre 1561 y 1566. También aquí se combina lo tradicional con los elementos nuevos de la arquitectura italiana. El frontispicio central, tomado de las casas flamencas, con hastiales muy decorados, le da movimiento a una fachada muy estática y con un predominio de horizontalidad. En las alas laterales podemos observar el estilo almohadillado, el dórico y el jónico. Toda la fachada tiene ventanas con dinteles, rematadas por entablamento.

En la fachada occidental de la Iglesia de San Miguel, en la ciudad alemana de Munich (München)⁹⁵, podemos encontrar una combinación de la tradicional forma angular del hastial en el remate con la iglesia de *Il Gesù*

⁹⁴ Nombre de la ciudad en idioma original.

⁹⁵ Nombre de la ciudad en idioma original.

**Ayuntamiento,
Amberes**



de Giacomo della Porta. Dos portales constituyen el acceso a una única nave. Internamente, las cubiertas de las naves, tanto de la central como de las naves laterales, la del transepto, las de las capillas laterales, son bóvedas de medio cañón. Perimetralmente, ventanas en forma de arco –que dan iluminación natural– descargan sobre pilastras corintias



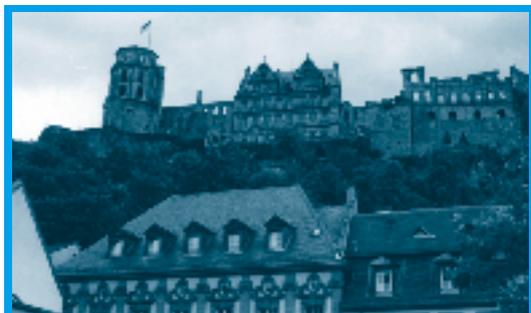
**Iglesia de San Miguel,
Munich**

Si siguiendo con los edificios de la Europa central, en la ciudad alema-



na de Heidelberg⁹⁶, a orillas del río Neckar y en lo alto de la colina, aún se ven vestigios del castillo construido a partir de 1556. La fachada está relacionada con modelos italianos; en la planta baja presenta un gran zócalo de piedra, con dos escalinatas de pocos escalones, una de cada lado, que suben lateralmente hasta el descanso.

La utilización de los órdenes está hecha en una forma infrecuente, ya que superpone a unas pilastras jónicas en almohadillado otras corintias; y, sobre ellas, semicolumnas estriadas.



Castillo de Heidelberg

Visitar París implica, forzosamente, conocer el Louvre que hoy es un edificio destinado a museo. El palacio del Louvre, sede de la corona francesa, fue remodelado por Pierre Lescot, después de numerosas propuestas de otros grandes maestros. En la actualidad, este edificio –reconstruido con estilo renacentista– se ve modernizado por una pirámide de cristal construida en uno de sus patios, que constituye la entrada de los visitantes al museo. La pirámide fue proyectada por el arquitecto I. M. Pei.

En el siglo XVII, después de un período de

⁹⁶ La ciudad de Heidelberg no fue bombardeada durante la última guerra mundial. Se dice que el piloto norteamericano que tenía la orden de hacerlo había estudiado en su famosa Universidad y, por ello, desvió su avión y no cumplió con el mando recibido. El deterioro del castillo no se debe a la guerra sino al paso del tiempo.



Louvre, París



Entrada al museo

austeridad impuesto por la acusación de lujo y pompa que hicieron los protestantes al papado, se vuelve a un movimiento artístico de bello y cargado lujo de formas; nos referimos al **barroco**.

En este movimiento, las reglas más rigurosas son dejadas de lado; entra en juego la imaginación del artista.

Y, ¿qué sucede en la arquitectura? Los secretos constructivos ya no existen. Todos los elementos conocidos se utilizan pero se los recarga con adornos, movimientos, curvas, ondulaciones.

La columna se retuerce, los entablamentos se llenan de molduras o se quiebran para ser cubiertos con ornamentación floral o escultórica, los capiteles se sobrecargan con miles



de formas. El espíritu clásico de las esculturas con la rigidez de sus figuras es abandonado, para convertirlas en cuerpos fuertes, musculosos, y con formas regordetas y redondeadas.

En cuanto a los materiales, ya no es la piedra pura y simple la que se usa, sino la combinación de piedras coloreadas; el mármol también es coloreado, mezclado y revuelto.

En un período de gran libertad artística como éste, es muy difícil definir características particulares. No obstante, podemos decir que, en la arquitectura barroca, la luz es un elemento fundamental. El fuerte contraste entre las zonas que deja en penumbra con los espacios iluminados, da al hábitat una atmósfera muy singular de dramatismo. Por otra parte, los arquitectos barrocos entendían que el edificio constituía una masa única que había que plasmar según las exigencias.

Para ellos, esto implicaba descartar esquemas simples y elementales. Las plantas típicas del barroco son la elíptica, la oval y esquemas complicados de la combinación de figuras geométricas. La línea recta es sustituida por formas onduladas y curvas. Las paredes onduladas –como consecuencia de las plantas elegi-

La cubierta abovedada de las iglesias –como ya hemos visto en la arquitectura medieval– requiere de elementos constructivos que reciban los empujes laterales. En la arquitectura barroca era necesario buscar elementos estructurales que no recordaran a los del período predecesor, por lo que las aletas⁹⁷ en forma de cinta curva y enrollada en la extremidad resuelven el problema.

⁹⁷ Elemento estructural de la arquitectura barroca similar a una gran voluta que une el exterior de planta con la planta superior, cuando ésta tiene menor ancho.

das– constituyen otra de las peculiaridades de la construcción barroca, y con ello se ondulan las fachadas, los interiores, las columnas, como las de Bernini en el magnífico baldaquino erigido en el centro de la basílica de San Pedro en Roma. Por su forma curva, las volutas –que constituyen elementos de unión entre dos puntos situados a diferente altura– son muy utilizadas, sobre todo en las fachadas de las iglesias.

En esta época se agrega a los órdenes de la arquitectura –dórico, jónico, corintio y compuesto– uno más: el ondulante. También se caracteriza este período por otro orden: el gigante, de dos o tres pisos de altura, aún cuando los tradicionales órdenes no se dejan de lado sino que se enriquecen y se hacen más complejos.

Manteniendo la idea del edificio como un todo y no como un conjunto de partes separadas, la fachada no es concebida en forma independiente sino integrada. Por ello, se la organiza en función del interior.

Viajemos ahora por algunas ciudades donde el barroco aún muestra su presencia y conocamos edificios con esta arquitectura.

Italia es la cuna del barroco. El conjunto de las columnatas de Bernini en la plaza de San Pedro –formado por columnas clásicas y entablamen-

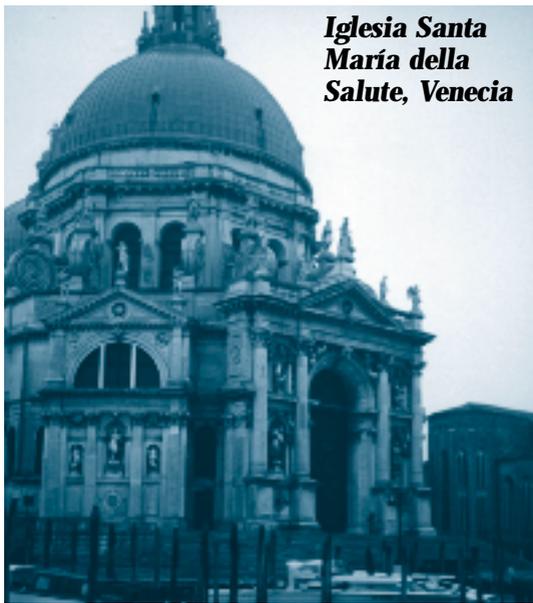


Conjunto de las columnatas de Bernini



tos coronados de estatuas que une la plaza con la iglesia, como si fueran dos brazos que la enlazan— plantea la misión ecuménica de la iglesia católica: unir, abrazar al mundo.

Vamos con nuestra imaginación a Venecia (Venezia)⁹⁸ y, en ella, nos deslizamos en *vaporeto* por el Gran Canal. La vista a lo largo del último trecho es una de las más bellas. Cerca de la desembocadura, casi frente a la plaza de San Marcos, se encuentra la imponente iglesia blanca de *Santa María della Salute*. Constituye una iglesia barroca concebida como voto colectivo por las graves epidemias que azotaban a menudo a Venecia y fue construida para conmemorar el fin de la peste de 1630. Su diseño muestra un cuerpo centralizado octogonal con cúpula, rodeado de un ambulatorio con tramos de forma de trapecio isósceles. Las vistosas y ornamentadas volutas —las llamadas aletas— ocultan su función estructural primordial; la de ser el elemento de transición entre el volumen del deambulatorio y el tambor de la cúpula. La iglesia se sustenta en más de un millón de pilotes de madera.



**Iglesia Santa
María della
Salute, Venecia**

⁹⁸ Nombre de la ciudad, en idioma original.

De Italia nos vamos a Francia. Aquí, el barroco tuvo características más sobrias que en otros países. El palacio real de Versalles, en las afueras de París, constituye una muestra de la sobriedad de la arquitectura barroca francesa. En forma de U —con dos alas largas, y con un perfil pensado como fondo para el inmenso parque de grandes dimensiones y enormes avenidas rectilíneas—, demuestra que el éxito del barroco francés está en el arte de los jardines. En el centro, el palacio; por un lado, la amplia explanada para las carrozas, el camino de acceso, las verjas; y, por el otro, fuentes, canales, lagos y los frondosos bosques en el fondo a los que se arriba por rectilíneas avenidas unidas entre sí por plazas circulares.

Si ingresamos a su interior nos encontramos con fastuosos salones y galerías. La galería de los Espejos, constituye un ejemplo de la



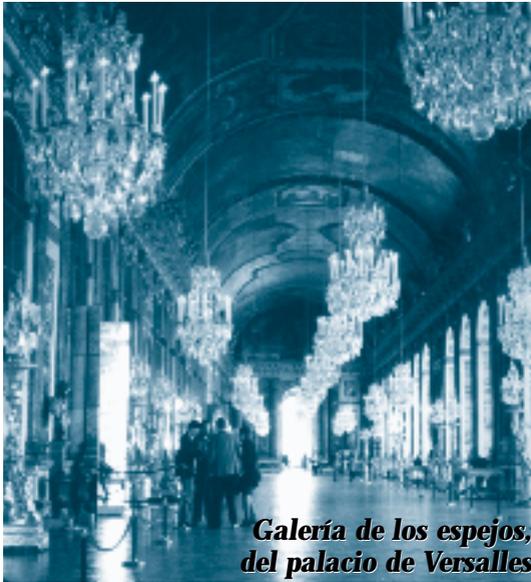
**Jardines del palacio de
Versalles**

tradición francesa de incluir grandes salones de uso ceremonial en los palacios. Sus 76 m de longitud están enmarcados por 17 ventanas en su lado derecho, a las que le corresponden —del lado izquierdo— otros tantos arcos de medio punto cerrados por espejos, que permiten reflejar la luz que entra por las ventanas, dando así el equilibrio lumínico que la asimetría de los ventanales de un solo lado no hubiese permitido.

La galería está concebida como un conjunto policromático de mármoles, estatuas antiguas y trofeos de bronce dorados. En el techo está narrada, en forma pictórica, la historia de Luis XIV.

Otro espacio que merece mencionarse es el interior de la capilla real, construida entre los





**Galería de los espejos,
del palacio de Versalles**

años 1689 y 1703. La capilla consta de dos pisos: uno, abajo, para los cortesanos y otro, superior, para que el rey tuviera acceso directamente desde sus apartamentos. El primero está formado por una serie de arcos que descansan en pilares; el segundo es una galería de columnas corintias. El tramo de arranque de la bóveda da iluminación directa al espacio central.

Y, en las afueras de Viena –Austria–, podemos ver el palacio de Schönbrunn⁹⁹, inspirado en el de Versalles. Su fachada principal, que da a los jardines, acentúa la parte central y la adopción del orden “gigante” de tres pisos de altura en lugar de uno. En el fondo, después de atravesar todo el jardín e integrado a éste se encuentra, en lo alto de la colina, una glorieta, lugar de paseo de los emperadores.

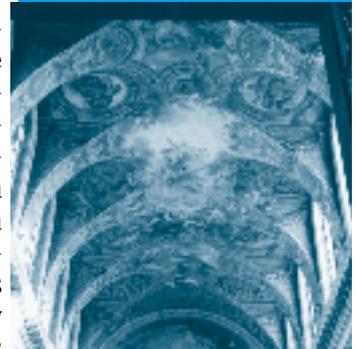
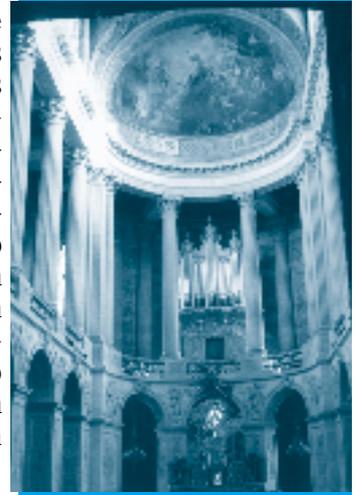
Cabe destacar que en el proyecto original figura la colina como lugar para la construcción del palacio. Si bien un palacio en altura implicaba

⁹⁹ Este palacio es muy conocido porque en él transcurren muchas escenas de las películas de Sissi.

tener poderío, la decisión última fue hacerlo en la parte plana.

En el camino de Munich a Salzburgo y sobre una roca que se eleva unos 60 m sobre el Danubio, podemos apreciar la majestuosa abadía de Melk. La construcción actual data de 1702, después que voraces incendios destruyeron la primitiva. Se destaca el eje longitudinal marcado por la fachada curvilínea, con un amplio balcón porticado que permite una visión directa hacia el río.

El barroco constituye uno de los movimientos más extendidos por el mundo. En Praga, la iglesia de San Nicolás, construida entre los años 1703 y 1761, con los últimos frescos de la nave cen-



**Capilla real, del
palacio de Versalles**



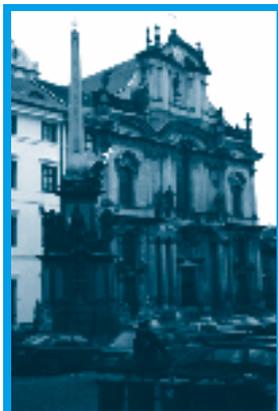
Palacio de Schönbrunn, Viena



Abadía de Melk



tral, permite ver las características arquitectónicas de este estilo; la fachada que da al oeste en la plaza de Malá Strana muestra perfectamente el gusto por las ondulaciones y curvas de los arquitectos del barroco. La cúpula construida en la parte opuesta descansa sobre columnas y termina en una linterna en su parte superior. El campanario es lo último que se construye, entre 1751 y 1756.



Iglesia de San Nicolás, Praga

Y, otro país donde el barroco tiene su impronta es España. Su famosa catedral de Santiago de Compostela, en Galicia, es una obra arquitectónica que por donde se la quiera mirar, inspira la sensación de estar en medio de un edificio religioso del barroco típico español. La fachada oeste de la Catedral que da a la plaza de Obra-

doiro —encargada por el Cabildo a Fernando de Casas, en 1738— potencia el fuerte sentido verticalista de la estructura mediante la plasticidad de los recursos ornamentales.

El churrigüesco, denominado así por el nombre de la familia Churriguera, cuyos numerosos arquitectos llenan de una exuberante decoración las construcciones españolas de entonces, constituye uno de los aspectos más destacados del rico y decorado estilo español.

Poco hay de nuevo en los elementos estructurales; pero, podemos destacar en las construcciones españolas el remate en espadaña.

La fachada del palacio del Marqués de Dos A-



Puerta Santa



Catedral de Santiago de Compostela



guas en Valencia, construido entre 1715 y 1776, tiene un diseño libre, muy preocupado por enmarcar los vanos. Si bien existe una decoración recargada, ésta se ve equilibrada ya que se ubica a uno y otro lado del eje de simetría. En la parte superior, una hornacina con la *Virgen de los Desamparados* preside el conjunto.



**Palacio del Marqués de Dos Aguas,
Valencia**

El descubrimiento y estudio de las ruinas de Herculano y de Pompeya, ciudades destruidas por la erupción del volcán Vesubio, en el año 79 de nuestra era, el cansancio por la exhuberancia del barroco y del rococó, y la reedición de las obras de los arquitectos romanos Palladio y Vignola, hacen que se vuelva el interés por el estudio de la antigüedad clásica. A este nuevo período se lo denomina **neoclásico**.

El neoclasicismo se inicia en Italia; pero, pronto se extiende por toda Europa, principalmente en Francia, donde se presenta a finales del reinado de Luis XV y durante el reinado de Luis XVI.

Los arquitectos más renombrados del momento son Gabriel y Soufflor. El primero construye los edificios de la plaza de la Concordia, en París, el actual Ministerio de Marina y el Hotel Crillon, majestuosas y elegantes obras de estilo clásico, con inspiración en la columnata del Louvre.

Pero, el pequeño Trianón de Versalles, construido para Madame Pompidou, es considerado como la obra donde la arquitectura griega clásica se confunde en forma armónica con el toque del gusto francés.



Plaza de la Concordia, París

La construcción de las iglesias de San Eustaquio y de San Sulpicio en París rompe con el estilo impuesto por los jesuitas. La superposición horizontal de órdenes y torres separadas constituye una expresión de la arquitectura religiosa neoclásica.

El actual Panteón, también en París, obra arquitectónica inspirada en las columnatas y cúpulas helenístico-romanas, con motivos ornamentales de finas guirnaldas, ovoides,





Panteón, París

La Revolución Francesa hace que se transforme en un templo, para albergar los cuerpos de los hombres ilustres de la Patria. “Aux grands hommes la patria reconnaissante” –A los grandes hombres de la patria con reconocimiento–, se puede leer en el frontispicio. Con posteridad, se transforma en un edificio civil.

Haciendo un análisis somero, se puede decir de su estructura:

Tiene forma de cruz griega, desde cuyo centro se eleva la cúpula.

Con sus cúpulas de piedra y sus cubiertas, la bóveda está inspirada en la Catedral de San Pablo, Londres, y en la iglesia del Dôme. La linterna de la cúpula filtra poca luz hacia el centro del interior

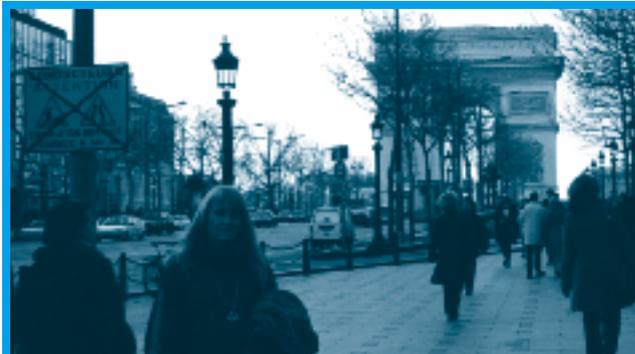
Con Napoleón I se inicia una nueva forma de neoclasicismo: el **estilo imperio**, que se extiende hasta alrededor del año 1830.

El estilo imperio retoma la grandiosidad de los monumentos romanos. Así, se erige la famosa Madeleine –la iglesia de la Magdalena–, que constituye una perfecta imitación de los templos corintios del imperio romano.

Una típica construcción romana vuelve a ser predilecta en el neoclasicismo francés: el arco como expresión de los triunfos napoleónicos. Así, aún se puede admirar el Arco de Triunfo en la plaza de la Estrella, con proporciones casi perfectas, ubicación y líneas sobrias; y, también, el Arco de Triunfo en la Plaza del Carrousel, construido en 1806 y coronado con caballos saqueados de San Marcos, en Venecia.

En 1805, después de la victoria de Austerlitz, Napoleón promete a sus hombres: “Volveréis a casa bajo arcos triunfales”. Y cumplió su promesa, ya que en 1806 se coloca la primera piedra del Arco de la plaza de la Estrella. Este arco, de 50 m de altura y 45 m de ancho, presenta 4 fachadas, cada una con un arco diferente. Doce avenidas convergen en el perímetro circular, en cuyo centro se levanta majestuoso.

La famosa Puerta de Brandeburgo y la iglesia de San Nicolás, en Berlín, son los edificios emblemáticos del neoclasicismo alemán. La



Vista desde la avenida Des Champs Elysées



Arco del Triunfo, Paris

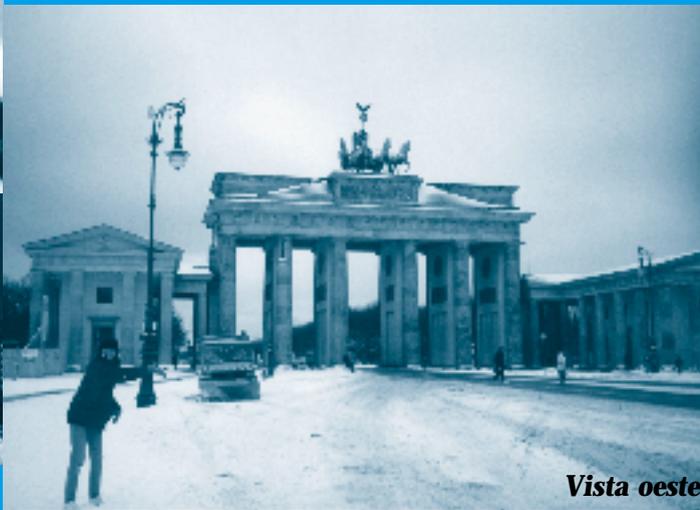


Vista este



Escultura de cobre

Puerta de Brandeburgo, Berlín



Vista oeste

Puerta de Brandeburgo –de 65,5 m de ancho, 26 m de alto y 11 m de largo–, construida en piedra arenisca, corresponde al clasicismo tardío alemán. Tiene 5 puertas de paso. Las columnas son de estilo dórico con una base de 1,75 m de diámetro. Distingue a esta puerta la cantidad de relieves en la parte superior e interior de los lugares de paso. En la parte superior central se puede apreciar una escultura de cobre que representa a la Victoria montada en un carro tirado por 4 caballos en dirección al centro de la ciudad.

La Puerta de Alcalá en Madrid, construida por expreso deseo de Carlos III, en sustitución de la deteriorada puerta antigua, es otra obra neoclásica, compuesta por dos hornacillas y una estructura de cinco arcos: tres de medio punto y dos exteriores adintelados.

También es un claro ejemplo el edificio de la Ópera de París, construida por el arquitecto Charles Garnier entre 1861 y 1874, por orden de Napoleón III, quien no llega a presenciar su inauguración, con la ópera Jeanne d'Arc, Juana de Arco, en 1876. Presiden la fachada principal los murales de Napoleón y de su

mujer, Eugenia.

Mucho se puede decir de las obras de la arquitectura neoclásica y mostrarla en sus diferentes expresiones: la Puerta de Alcalá, el Palacio Real de Madrid, inspirado en el de Versalles, la iglesia de San Pantaleón, en Roma; pero, vale la pena terminar este breve viaje imaginario por este período, acotando que el neoclasicismo, con su belleza formal, mediterráneo, no satisfizo en general a los pueblos germanos. Alemania e Inglaterra vuelven al estilo gótico que se extiende desde el primero hasta el último tercio del siglo XIX.



Plaza de la Concordia, París





Parlamento, Londres

Un ejemplo de esta continuidad es el Parlamento británico, construido en la zona de Westminster en Londres por Sir Charles Barry, en estilo gótico isabelino. Este edificio es un legado de la reina Victoria, quien ordena la reconstrucción de la entonces residencia principal de los reyes de Inglaterra, después que un incendio destruyera gran parte de su estructura.

El siglo XIX, si bien se caracteriza por un retorno al pasado, es un siglo en el que un nuevo material comienza a ser utilizado como elemento estructural: [el hierro](#).

Así, se construyen puentes, almacenes, cúpulas de acero, estructuras de casas. Fue Eiffel, con su célebre Torre en París, para la exposi-

ción en 1889, quien muestra los grandes adelantos en la técnica constructiva del acero. La Torre Eiffel, se alza majestuosa en los jardines del Trocadero, París.

Hoy, conjuntamente con el Arco de Triunfo, la Torre es símbolo inequívoco de la ciudad de París.

Desde el punto de vista simbólico las dos construcciones tienen algo en común. El Arco de Triunfo, inaugurado en 1836 en la actual plaza de la estrella, se construye en homenaje al ejército de Napoleón I, por sus acciones en las guerras; y la Torre para la exposición que, en 1889, conmemoraría el centenario de la revolución francesa.

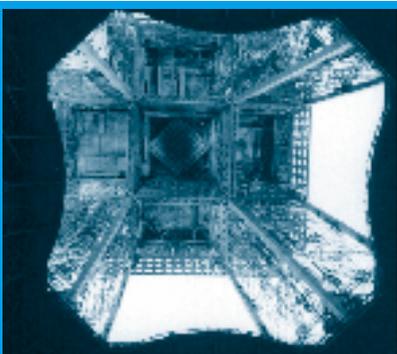
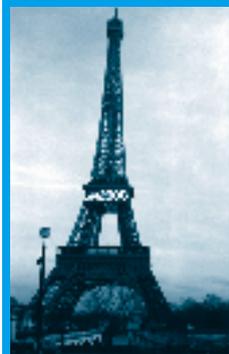
La Torre provoca un gran cambio constructivo. Eiffel utiliza el hierro laminado como símbolo de otra revolución, la industrial, la del trabajo del hombre, que si bien en los comienzos provoca inconvenientes y desastres en la vida de los pueblos, a lo largo de los años mejora su calidad.

Para la época, la utilización del hierro laminado resulta un gran desafío, ya que desde los tiempos remotos la piedra fue el material de elección

Gustav Eiffel con exiguo presupuesto y pocos hombres tarda dos años en su construcción y tiene que salvar un escollo muy importante constituido por la cercanía al río Sena y el terreno aluvial sobre el que se iba a asentar. Por esto, decide armar los cimientos a 5 metros de profundidad.

La torre, de 276 metros de altura y con tres pisos, es una pirámide sin aristas rectas sino con arcos hiperbólicos que permiten mejorar el comportamiento ante las fuerzas del viento.

Torre Eiffel, París



Vista desde abajo



La base de la Torre es la proyección de un cuadrado de 125 metros de lado.

Hoy, la torre alberga restaurantes, tiendas, correo y, en la parte superior, incluye una antena que le permite alcanzar 320 metros de altura y que hizo que se convirtiera, por más de cuarenta años, en el edificio más alto del mundo.

Durante los 6 meses que duró la exposición de 1889, más de tres millones de personas la visitaron; hoy en día, es incalculable la cantidad de personas que la ven. Ya nadie piensa en desmontarla, como fue la intención en aquellos tiempos de su inauguración, cuando su presencia generó fuertes controversias y la opinión multitudinaria que afeaba a la ciudad. París no sería igual sin la Torre Eiffel.

El siglo XX marca la incorporación de otro material estructural que, si bien es descubierto a fines del siglo XIX, se impone definitivamente en el siglo pasado. Este

material es el **hormigón armado**.

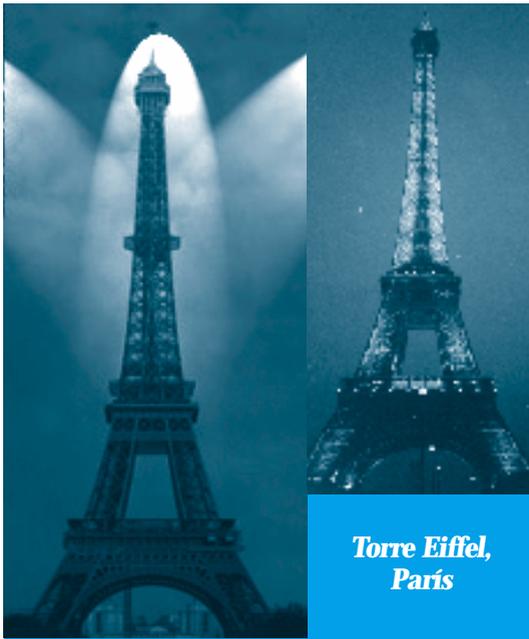
Es un jardinero francés, Francisco Moneo, quien en 1868, con el deseo de construir macetas espaciosas y resistentes, combina el acero con el cemento. A pesar de que ya, en 1855, el ingeniero Lambot había realizado la construcción de un barco con el mismo material y, en 1861, el ingeniero Coignet promocionaba la construcción de techos, arcos y columnas, se le adjudica el invento al jardinero, por haberlo puesto en práctica.

Las primeras experiencias en edificios están a cargo del norteamericano Ward, quien ensaya una envoltura de los elementos metálicos con cemento para protegerlos contra incendios. También el ingeniero Bordenave, mediante la construcción de tubos de hormigón armado y de un sistema para la construcción de techos, es de los pioneros en el uso del hormigón en edificios. En 1880, la casa A. Wayas y Cía, de Berlín plantea las primeras normas para la aplicación del hormigón armado. Por entonces, Coignet publica los procedimientos para el cálculo de vigas, columnas, muros.

Con la aparición del hormigón, también llega una nueva arquitectura.

De todas los emblemáticos edificios del siglo XX, sólo nos detendremos en algunas construcciones que constituyen un hito en el diseño estructural.

Le Corbusier –seudónimo de Charles Edouard Jeanneret–, arquitecto y urbanista suizo, es una de las principales figuras de la arquitectura moderna. En 1909, fija su residencia en París, frecuenta el atelier de Auguste Pret y de él aprende a valerse del hormigón armado, al que consigue impregnar de gran lirismo, ya que su convicción es la integración de las artes. Es así como cubre



de frescos su Casa Suiza de la Ciudad Universitaria de París en 1932, integra esculturas a la capilla de Ronchamp, en 1954, y llena de pinturas la ciudad de Chandigarh, en la India, entre 1950 y 1956.

Va a interesarle recorrer el sitio web de la Fundación Le Corbusier: www.fondationlecorbusier.asso.fr/fondationlc.htm

Le Corbusier, como pintor cubista, introduce el concepto de planta libre con su famoso proyecto para las denominadas casas *Dominó*. Al respecto, dice: "Ha sido concebido como un sistema de estructura de esqueleto completamente independiente de las funciones de la planta de la casa (...) que permite innumerables combinaciones de distribución interior y todas las formas imaginables de abrir venta-

nas en la fachada" ¹⁰⁰.

De este modo, se produce una relación natural entre el espacio abierto y la estructura. La estructura de la casa Dominó –o casa en serie– toma diferentes formas de construcción.

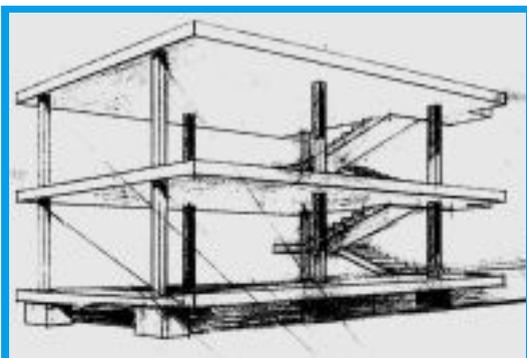
El hormigón armado es el material que Le Corbusier utiliza en la construcción de las casas en serie, ya que en el período de creación de estas casas (1918-

Un aspecto importante en el tema de la economía; las casas son construidas por un solo gremio: el de los albañiles.

1930) resulta un material económico. La estructura es simple: dados de hormigón soportan a las columnas sobre las que se apoyan las placas. Los muros y los tabiques son ligeros; de adobe y/o ladrillos. La separación entre dos losas contiguas se toma en función de la altura de las puertas y de las ventanas. La carpintería se coloca antes que las paredes y tabiques, y es la que le proporciona la alineación.

Le Corbusier, como arquitecto representante del funcionalismo¹⁰¹, toma como centro de su obra a la **condición humana**. Las casas en serie, en principio, tienen como destinatarios a

los obreros; pero, el mismo procedimiento de construcción se aplica a una casa señorial.



Estructura tipo de una casa Dominó



Bosquejo de casa señorial

¹⁰⁰Las ilustraciones corresponden a su libro *Hacia una arquitectura* (1927. Apóstrofe. Madrid).

¹⁰¹Se entiende por **funcionalismo** o estilo funcional a la arquitectura que se elabora en forma racional en función de las necesidades sociales, con materiales de nuevas tendencias.





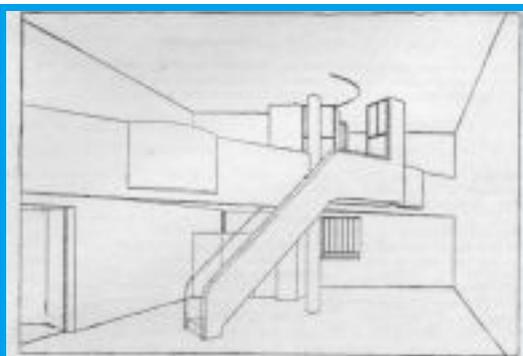
Bosquejo de la casa para los artesanos

Le Corbusier transforma el hormigón armado en un material artístico, en cubos suspendidos, transparentes, elegantes.

Su arquitectura se basa en cinco principios fundamentales:

- pilar necesario,
- independencia funcional entre la estructura y el mundo,
- plano libre,
- fachada libre,
- terraza-jardín.

En el capítulo “Casas en serie” de su libro *Hacia una arquitectura*, Le Corbusier muestra algunos bosquejos de estas casas: en cada uno de estos bosquejos se pueden ver plasmados, fácilmente, estos cinco principios. El hormigón armado es el que prevalece en todas sus estructuras y en la mayoría de los muros de doble tabique de *cement-gun*.



Bosquejo del interior de la casa para los artesanos

Estos principios convergen en una idea de Le Corbusier: Al momento de proyectar una vivienda, lo importante es plantear con claridad el problema,

determinar las necesidades –tipo de vivienda– y resolver la cuestión en función de estas necesidades. Así, vemos la casa en serie “para el artista”, “para el obrero”, “para los artesanos”; en este último caso, por ejemplo, la necesidad es incluir un gran taller con mucha luminosidad a bajo costo, lo que se resuelve suprimiendo tabiques y puertas, y –mediante un juego arquitectónico– por la reducción las superficies y las alturas de las habitaciones.

La estructura de la vivienda está constituida por una única columna de hormigón armado que recibe la carga de la losa placa, armada en dos direcciones (más económica que armada en una sola dirección). Los muros son isotérmicos de solomita (paja comprimida), revestidos en el exterior con *cement-gun* y, en el interior, con yeso. La casa tiene sólo dos puertas.

Otro ejemplo de construcción en serie es la denominada “Casa Monol”. En este tipo de casa, se utilizan células de amianto-cemento en placas de 7 mm de espesor por 1 m de alto. Estas placas se llenan con materiales existentes en la zona –gravas, escombros...– mezclados con una lechada de cal, dejando entre ellos agujeros para que el muro sea aislante.

Los techos son de palastros ondulados de cemento-amianto, con un arco muy extendido. Estos palastros¹⁰² sirven de encofrado del hormigón de varios centímetros que se

¹⁰² Palastro: Hierro o acero laminado (Diccionario de la Real Academia Española).



coloca sobre ellos y, también, constituyen un revoco que aíslante.

Toda la carpintería se ajusta al mismo tiempo que las células de amianto-cemento, por lo que –nuevamente– en la construcción sólo intervienen albañiles.

Con una estructura de hormigón armado, la Casa Citrohan constituye el inicio de la búsqueda de Le Corbusier de una vivienda estándar.

Desde el punto de vista estructural, observamos que, en todas estas casas, Le Corbusier utiliza el hormigón armado con una estructura simple: losas-columnas y cubos como bases; las vigas no existen en las casas en serie.

A fines de la década del '20, Le Corbusier define un nuevo tipo de edificio. El edificio se eleva sobre el terreno mediante pilotes; de este modo, logra la continuidad del espacio y la libre circulación. El techo-terraza lo une al espacio circundante.

Es la Villa Savoie, construida entre 1928 y 1931 en Poissy, el ejemplo más ajustado donde Le Corbusier aplica sus principios. La solución encontrada es una conjunción del rigor estructural y de la libertad espacial, junto a las condiciones especiales del suelo. La planta principal se levanta del nivel del terreno mediante pilotes de hormigón armado; de este modo, evita la humedad del suelo, obtiene mejor vista y permite la circu-

La gran crisis económica que vive el mundo y, en especial, Europa después de la Primera Guerra Mundial requiere de construcciones económicas. Le Corbusier siempre busca abaratar los costos de sus obras, tanto de los materiales, como del transporte y de la mano de obra.

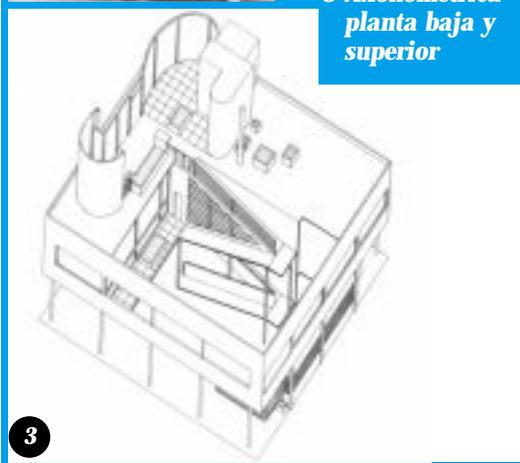


**Villa Savoie,
Poissy-sur-Seine**

1 Exterior

**2 Vista de la
rampa**

**3 Axonométrica
planta baja y
superior**

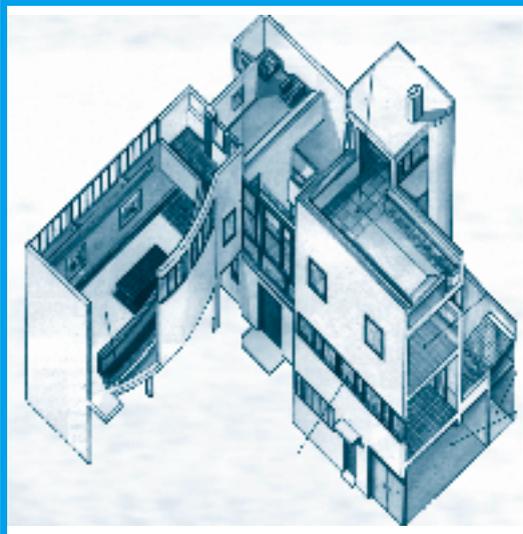


lación de automóviles alrededor de la entrada principal y de los servicios. La entrada principal está en la planta baja, en el centro de una pared curva totalmente vidriada de donde parte una rampa que conduce al solarium ubicado en el tercer piso.

La forma prismática de la Villa Savoie¹⁰³ da una sensación de rigidez externa; pero, ésta

¹⁰³ Las imágenes de la Villa Savoie están tomadas de Norberg-Schulz, Christian. *Arquitectura occidental*. Gustavo Gili. Barcelona.





Maqueta de la Villa Roche, París

se ve flexibilizada a través del movimiento que proporcionan las paredes curvas. Aquí, Le Corbusier plasma uno de sus principios básicos: “El cubo, el cono, la esfera, el cilindro y la pirámide son las grandes formas primarias”; con ellos, la arquitectura es “el juego hábil, correcto y magnífico de volúmenes colocados juntos bajo la luz”.

Otra Villa que merece destacarse es la Villa Roche. Construida en 1923 con hormigón armado, se caracteriza por tener tres plantas; en planta baja se ubica el garaje, en el primer piso el comedor y la cocina –ésta, con un techo vidriado e inclinado– y, en el último piso, los dormitorios. Los techos son planos y forman una terraza jardín. El estar constituye una galería de arte.



Maqueta del Pabellón Suizo, París

El Pabellón Suizo de la Ciudad Universitaria de París constituye otra de las obras maestras de Le Corbusier. Nuevamente, se impone la forma geométrica: un prisma elevado del piso mediante

pilotines de hormigón armado unidos entre sí por un arquitrabe –también de hormigón– armado sobre el que descansa el prisma. En planta baja se hallan algunas dependencias. La escalera que lleva a las habitaciones constituye otro volumen fuera del cuerpo principal del edificio. Algunas paredes curvas dan movimiento y una zona vidriada permite la penetración de la luz natural por todas partes.

También aquí advertimos la idea de elevar los edificios, de separarlos del suelo. También se registra que el parque es un elemento protagonista.

La iglesia de Notre Dame–du-Haut, en Ronchamp, terminada de construir en 1955, constituye una de las obras más significativas del último período de Le Corbusier. La iglesia se proyecta y construye en un predio elevado, integrado al contexto externo; el altar está al aire libre, para la misa de los peregrinos, otra muestra de esa búsqueda de Le Corbusier por la vinculación con el paisaje circundante. Aquí, las paredes son muros pesados, con un gran número de ventanas pequeñas. El techo –con doble curvatura– es una gran masa separada de los muros por una angosta hendidura que permite la entrada de la luz al interior.

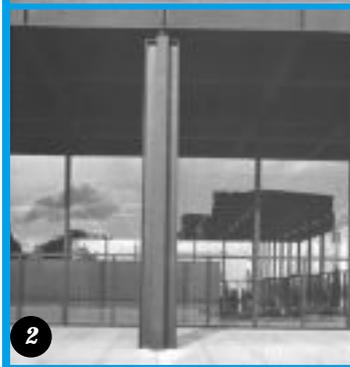


Iglesia Notre Dame–du-Haut, Ronchamp

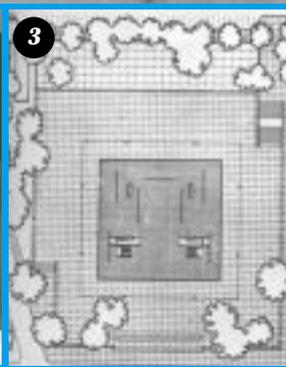




1



2



3

Galería Nacional, Berlín

1 Vista exterior

2 Detalle de la
estructura de la
fachada

3 Plano de planta
baja

En el período 1962-1968, el arquitecto Ludwig Mies van der Rohe construye la Galería Nacional de Berlín, un espacio totalmente vidriado techado con una cubierta cuadrada de, aproximadamente, 65 m de lado que apoya sobre vigas de

En 1929 Le Corbusier llega a Buenos Aires y, en 1938, de vuelta en París, prepara un plan para la urbanización de la ciudad de Buenos Aires. Siguiendo sus principios, la diseña despejada del suelo y, a éste, ocupado por espacios verdes. Pero, su proyecto sólo tiene acogida intelectual y no se lleva a cabo, salvo en construcciones esporádicas.

Amancio Williams, hijo del compositor musical Alberto Williams, construye para su padre la conocida “casa del puente”, en Mar del Plata; con hormigón a la vista y apoyada sobre columnas, y dejando libre el suelo –como proponía Le Corbusier, por lo que recibe elogios del genial arquitecto–. Alejandro Bustillo construye la Villa Ocampo, casa de la escritora Victoria Ocampo, amiga de Le Corbusier, otro exponente claro de esta arquitectura.



**Casa de
Curuchet,
La Plata**

La Casa de Curuchet, de La Plata, se ajusta a un proyecto de Le Corbusier, y a plantas y dibujos en perspectiva de otras construcciones del mismo arquitecto. Puede observarse la estructura de un entrespacio sin vigas, donde las columnas apo-

yan directamente en columnas. Dejamos aquí a Le Corbusier e integramos obras de otros arquitectos a nuestro recorrido.

acero doble T en las dos direcciones, colocadas cada 3,60 m con una altura de 1,80 m, las que a su vez descargan en ocho columnas cruciformes también de acero y ubicadas a lo largo del perímetro (2 en cada lado) pero dejando los ángulos libres, de modo que las vigas de borde quedan en voladizo en sus extremos. De este modo, se acorta la luz y se logra un equilibrio de los momentos positivos y negativos que son absorbidos por las columnas (tal como analizamos en el capítulo 6 de este libro).

Las columnas están diseñadas mediante articulación en su extremo superior y empotramiento en la parte inferior, para absorber posibles cargas de sismos, vientos, vibraciones, etc.¹⁰⁴

Un uso muy importante del hormigón armado se destaca en las obras del arquitecto italiano Pier Luigi Nervi. Numerosas fueron sus obras proyectadas y construidas, y también los estudios particulares y proyectos no realizados; en cada uno de ellos resulta des-

¹⁰⁴ Las imágenes de la Galería están tomadas de Norberg-Schulz, Christian. *Arquitectura occidental*. Gustavo Gili. Barcelona.



tacable el sentido del proyecto arquitectónico.

En su libro *¿Scienza o arte del costruire?*, Nervi expresa que la verdadera esencia del problema arquitectónico y una de las causas principales de la grandeza y dificultad de la arquitectura está constituido por la armonización de tres grandes cuestiones:

- la estática
- la funcionalidad y
- la economía.

Asimismo, dice que “proyectar es el hecho fundamental de la edificación”, pero que el proyecto consiste en un proceso que va desde la idea hasta las fases ejecutiva; en él, cada elemento estructural debe estar definido en todos sus detalles, con la mira puesta permanentemente en el objeto –es decir, en la construcción–.

La armonía, la belleza, las formas de un edificio se logran, según Nervi, obedeciendo las leyes de la Estática. Porque, el proceso de creación no se puede separar del mandato de las leyes físicas que establecen la distribución de las cargas, el destino del edificio, los costos, las previsiones, y las formas o modalidades constructivas. Desde el primer momento del proyecto se deben considerar la forma y las dimensiones de la estructura, así como el material con que ésta se realizará.

Nervi es un enamorado del hormigón armado y sus obras son un reflejo de esto; el

hormigón no sólo constituye su material estructural preferido sino que con él logra formas bellísimas que podemos ver en las cubiertas de sus edificios y en las formas de las columnas, destacadas no sólo por su rol estructural

sino por su estética. En este sentido, Nervi expresa “El hormigón armado es el sistema constructivo más hermoso que la humanidad ha sabido encontrar hasta hoy (...) la propiedad más característica del hormigón armado es que es monolítico y, por lo tanto, ofrece las más brillantes y específicas soluciones estáticas (...); cada viga se endurece con los pilares sobre los que apoya, cada armadura del edificio es una estructura única en la que los empujes de una parte repercuten en los restantes y casi se diluyen en todo el conjunto resistente. Si a todo eso añadimos la alta capacidad de resistencia a cargas de compresión, a la durabilidad frente a los agentes atmosféricos y el bajo costo, es evidente que el hormigón armado es el más interesante y fecundo material constructivo de que dispone hoy la humanidad.”

Presentamos algunas imágenes de sus obras junto con esquemas que nos permiten visualizar, fundamentalmente, la aplicación de las leyes de la Estática y su vínculo con lo estético y funcional. Seleccionamos aquellas que nos parecen más simples y al alcance de los alumnos de educación técnico-profesional¹⁰⁵.

Para Nervi, la estructura es el edificio.

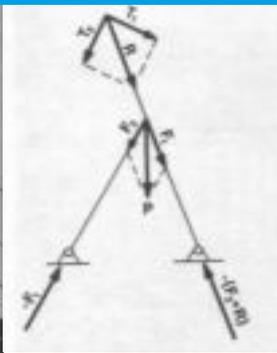
Ésta es una visión totalmente nueva que rompe con las concepciones anteriores y que lleva a generalizar que lo estético se logra a partir de la estructura.



Fábrica de papel Burgo, Mantua; vista general

¹⁰⁵ Desideri, Paolo; Nervi jr., Pier Luigi; Positano, Giuseppe (1981) *Pier Luigi Nervi*. Gustavo Gili. Barcelona.





Esquema estático del pórtico

Fábrica de papel Burgo, Mantua

Pórtico de hormigón armado

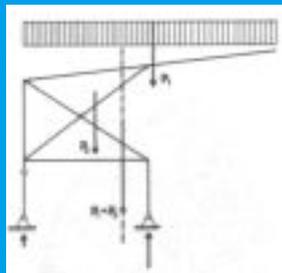
El Centro Nacional de las Artes y Cultura Georges Pompidou está enclavado en las

cercanías del Foro de los Halles, entre la Rue Beaubourg, la rue Daint Merri y la Rue Rambuteau, frente a la plaza Georges Pompidou. La zona de los Halles es, hoy, un espacio extenso con edificios galerías y terrazas, muy moderno, abierto para aprovechar al máximo la luz, y cercano a San Eustaquio, antigua iglesia de la cofradía de los Halles.

El Centro Pompidou se inaugura en 1977, como obra de los arquitectos Renzo Piano, Richard Rogers y Gianfranco Franchini. Se caracteriza por tener amplios espacios interiores, sin elementos que puedan perturbar la circulación de la gente. El presidente Pompidou quería un museo vivo que fuese accesible a todo el pueblo; pero, este proyecto no fue de todo de su agrado, posiblemente por su

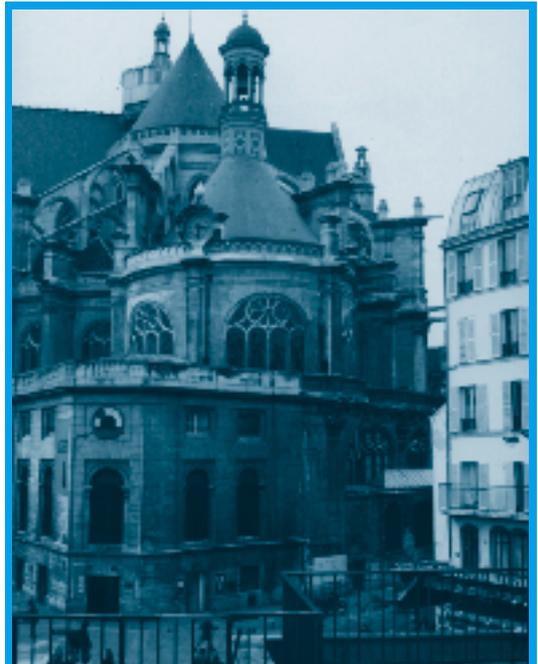


Vista de la marquesina y de las tribunas cubiertas



Estadio municipal, Florencia

Esquema estático de la marquesina y de las tribunas cubiertas

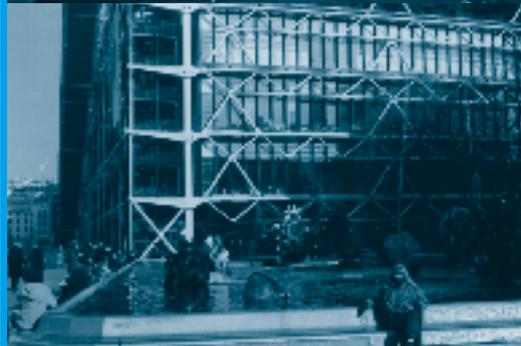


Iglesia San Eustaquio, París





Vista del frente



Museo Nacional de Arte Moderno “Georges Pompidou”, París; la rigidez de la estructura está lograda mediante barras que relacionan las vigas reticulares, en las fachadas laterales

audacia al llevar la estructura de columnas sobre la fachada. Sin embargo, lo respetó y lo aceptó.

Esta estructura tiene, además, la característica de ser visible. Todos los planos, las articulaciones, las viguetas de acero fundido –llamadas gerberettes, en honor al ingeniero Gerber–, las columnas metálicas, circulares, huecas, están a la vista.

Tanto en la fachada principal como en la posterior, se incluyen varillas cruzadas y caños de acero horizontales y verticales, tomados en los extremos libres de las gerberettes¹⁰⁶.

Es una construcción funcional, utilitaria, racionalista que invade el paisaje urbano de un modo diferente. Así, la fachada que da a la plaza presenta las circulaciones, con escaleras mecánicas en tubos transparentes de acrílico; la posterior cobija diferentes tubos –fundamentalmente, el aire acondicionado–, lo que la hace aparecer como una gran pared policromática. Además de ser decorativos, los colores tienen la función de diferenciar: el conducto de aire acondicionado es azul, los cables eléctricos son amarillos y la tubería de agua es verde; las áreas de circulación verticales, como las escaleras, son rojas y las vigas estructurales están revestidas de acero inoxidable.

Con esto, los arquitectos pretenden que el público entienda el “metabolismo” del edificio.

Sin lugar a dudas, esta obra arquitectónica tan osada en una ciudad de París tan conservadora de sus edificios antiguos, fue motivo de discusiones –como sucedió, en su época, con la aparición de la Torre Eiffel o, más recientemente, con la construcción de la pirámide transparente de Pei, que da paso al ingreso al Louvre–.

El ingeniero y arquitecto valenciano Santiago Calatrava, por su parte, está dejando su hue-

¹⁰⁶ Villasuso, Bernardo (1994) *Diseño y cálculo de estructuras*. El Ateneo. Buenos Aires.



lla en varias ciudades del mundo, a través de sus atractivos puentes. En la Ciudad de las Artes y las Ciencias, cons-

El sitio web de la Ciudad de las Artes y las Ciencias es: www.cac.es

truida en Valencia, tres de los edificios son proyectos de Calatrava. Cuatro construcciones constituyen esta magnífica obra arquitectónica con la que comienza el siglo XXI la ciudad de Valencia: L'Hemisfèric (cine con tecnología IMAX y planetario), el Museo de las Ciencias *Príncipe Felipe*, el Palau de les Arts *Reina Sofía* y L'Oceanogràfic. Este conjunto está emplazado junto al viejo cauce del río Turia, en la parte más cercana al mar.

El *Palacio de las Artes Reina Sofía* es un gran complejo dedicado a la música, con una superficie de 40 000 m² en 12 niveles. En este edificio, Calatrava introduce una moderna línea arquitectónica de forma lenticular. Está construido en hormigón

blanco, con una cubierta en voladizo lateral de 27 550 m² recubierta de trencadís (material basado en cerámica y mármol) y una sobrecubierta de 237 m.

L'Hemisfèric está construido en forma de un ojo abierto. Está rodeado, al norte y al sur, por dos estanques rectangulares en los cuales se refleja el edificio. Tiene tres cuerpos bien diferenciados: el de los servicios técnicos, el de los servicios generales –cafetería, tiendas y oficinas– y, en el centro de ambos, la cúpula, una gran elipse que, en su interior, constituye la sala de proyecciones.

La estructura está conformada por:

- una cubierta con forma de ovoide, construida por cinco arcos rebajados de sección cajón, que apoyan en sus extremos en tripodes de hormigón armado, vinculados entre sí mediante perfiles laminados y vigas cajón curvas,
- la estructura de la sala de proyecciones



Ciudad de las Artes y las Ciencias, Valencia; vista general





Ciudad de las Artes y las Ciencias, Valencia; vista del Planetario

–dentro de la cubierta–, construida de hormigón armado, descarga en una fundación a base de pantallas y losas de gran canto.

Entre los materiales de recubrimiento de este conjunto arquitectónico se destacan: el trencadís y las teselas blancas y brillantes, típicas de las cúpulas mediterráneas.

El Museo de las Ciencias Príncipe Felipe es un museo interactivo que tiene como lema “Prohibido no tocar”. Su construcción está realizada sobre la repetición de un módulo. La estructura está formada por una cubierta de forma tubular apoyada sobre la celosía modular de hormigón armado de la fachada sur y sobre una serie de cinco estructuras, denominadas árboles, que presentan un tronco de donde se sujetan los entramados y ramificaciones que sostienen a la cubierta. El hormigón blanco, el acero y el aluminio son los materiales estructurales empleados en este edificio; el acero y el aluminio son para la cubierta y para los bastidores que sostienen los grandes cristales de una de sus fachadas.



El Oceanográfico, Valencia

L'Oceanogràfic es un diseño del arquitecto Félix Candela. Este artista, siguiendo su línea de estructuras ligeras en forma de cascarón generadas a partir de paraboloides hiperbólicos,

Museo de las Ciencias Príncipe Felipe, Valencia



Vista general



El museo en la etapa constructiva



Detalle de la estructura del museo

construye esta auténtica ciudad submarina de 80 000 m².

La entrada a la Ciudad de las Artes y las Ciencias se hace a través de un pórtico denominado *L'Umbracle*. Este pórtico, construido



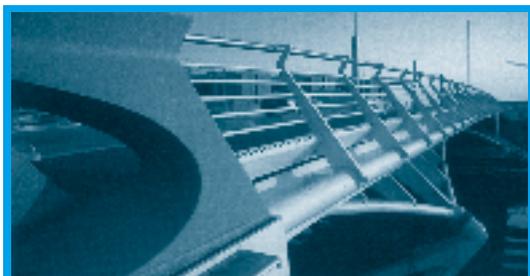


***L'Umbracle,
Valencia***

en una amplia zona verde, está constituido por 55 arcos fijos y 54 arcos flotantes de 18 m de altura y sirve de sostén a enredaderas para dar sombra al paseo. Los materiales constructivos del pórtico son los mismos que caracterizan al resto de los edificios: hormigón blanco y trencadís. El pavimento del

paseo está cubierto por madera Teka, de origen tropical, ideal para espacios abiertos.

Continuando su línea estructural y el uso del hormigón blanco, Calatrava también se destaca en el diseño de puentes. Podemos mencionar el Oberbaunbrücke, sobre el río Spree, en Berlín, que es una recreación del antiguo puente existente antes de la guerra, volado por orden de Hitler y desafectado durante la división de Berlín –se encuentra a la altura de lo que fue el muro que partió a la ciudad durante años–. A diferencia de los otros puentes de Calatrava, con su característico cemento blanco, éste mantiene los ladrillos rojos de sus orígenes y sólo agrega una estructura metálica que le imprime el sello particular de Calatrava.



Puente de Calatrava, Valencia



Puente de la Barqueta, Sevilla



Puente del Alamillo, Sevilla

Otros puentes, en cambio, son fácilmente reconocibles con la impronta del arquitecto. Éste es el caso del puente conocido como “el de la “peineta” –por su similitud con el adorno que usan las mujeres falleras en las cabezas– sobre el seco río Turia, en la ciudad de Valencia; o los de la Barqueta y del Alamillo, de exquisita esbeltez, sobre el Guadalquivir, en la ciudad de Sevilla; o como el Kronprinzbrücke, cercano al Reichstag de la capital alemana.

La ciudad de Bilbao, conocida como la ciudad museo de la arquitectura, no está ajena a la obra del prestigioso arquitecto. A fines del siglo XX, sobre la Ría de Bilbao, Calatrava arma una pasarela peatonal, ligera y transpa-



Museo de las Ciencias Príncipe Felipe, Valencia



rente, de gran frescura conceptual, con su blanco característico. La Argentina también se deleita con la presencia del Puente de la Mujer, de comunicación peatonal sobre el Dique 3 de Puerto Madero, en Buenos Aires. Este puente simula ser el taco de zapato de una bailarina de tango.

Este puente, con un largo total de 160 m y un ancho de 6.20 m, tiene un peso aproximado de 800 t. La distancia total es salvada por dos puentes de aproximación, ubicados a ambos lados del dique, y por la parte central que trabaja como puente atirantado y rotatorio, para permitir el paso de las embarcaciones.

Actividad 9.2

Detengámonos a hacer un análisis pormenorizado del Puente de la Mujer. Por supuesto, éste es sólo un ejemplo; usted y sus alumnos seguramente van a optar por una edificación representativa para su localidad.



**Puente de la mujer,
Buenos Aires**



Puerto Madero, Buenos Aires

Cada uno de los tramos laterales apoya en una gran pila¹⁰⁷ central hueca de hormigón blanco de 9,40 m de altura, con forma geométrica de tronco cónico de revolución con su diámetro mayor en la parte superior. En su parte interior se encuentran los mecanismos de rotación.

El cabezal recibe las cabezas de 8 pilotes de 1.20 m de diámetro cada uno, fundados a 26 m de profundidad y hormigonados *in situ*.

Las pilas laterales tienen una geometría variable; la base de cada una es circular de 1.60 m de diámetro, en tanto la cabeza tiene forma elíptica.

Cada pila está cimentada mediante un cabezal triangular y tres pilotes, cada uno de 1 m de diámetro, fundados a 26 m de profundidad.

Entre los cabezales y la cota del terreno quedaba un espacio que fue rellenado con hormigón sumergido.

Dado que el hormigón de todos los elementos estructurales debe permanecer en contacto permanente con el agua, los cementos utilizados son especialmente resistentes a los sulfatos y a las sales marinas.

El uso de estos cementos tiene como propósito dar resistencia y durabilidad.

¹⁰⁷ Pila: Cada uno de los pilares que sostienen los tramos metálicos de un puente (Real Academia Española).



El *tablero* constituye una parte esencial de la estructura, ya que conforma, desde el punto de vista estructural, una gran viga cajón metálica con una sección transversal asimétrica en la parte de rotación.

Otro elemento fundamental, desde el punto de vista estructural y estético, está constituido por el *pilono*. El pilono tiene una inclinación de, aproximadamente, 40° respecto de la horizontal y arranca desde una de las pilas, con una altura total de 34 m. Está construido por chapas de acero de diferentes espesores, con rigidizadores en su parte interior.

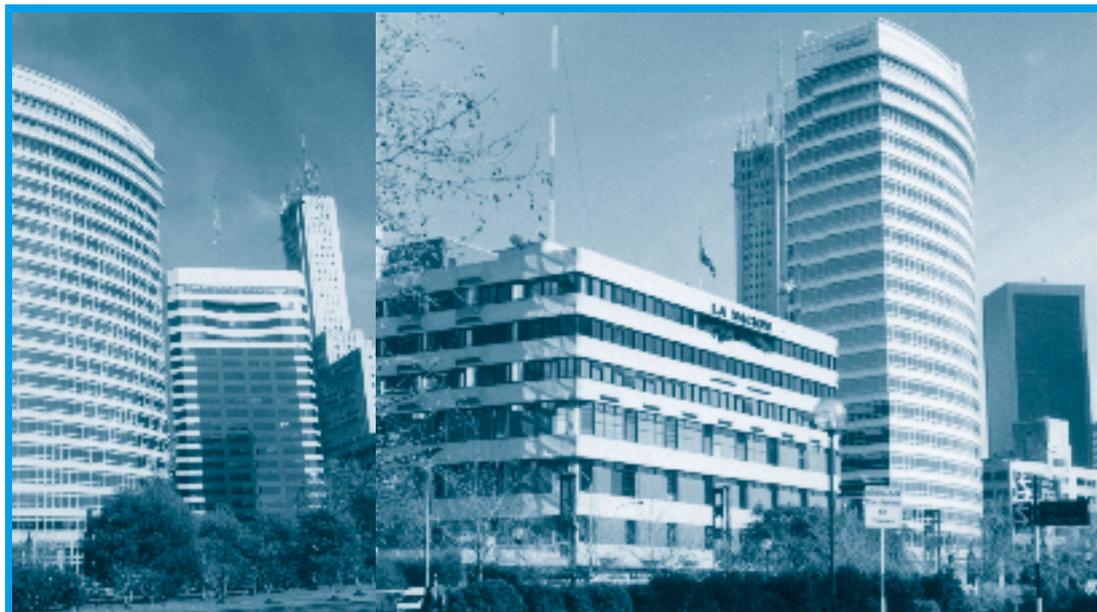
Sustentando el tablero, a lo largo del fuste del pilono, se disponen 19 cables de acero galvanizado de alta resistencia. La parte inferior de los cables está protegida por vainas que constituyen la transición entre el tablero y los tirantes.

Buenos Aires es fundada por segunda vez en 1580 pero no conserva edificios que daten de la época de su fundación. Crece al estilo de

los edificios afrancesados e italianizantes en los principios del siglo XX y surge como metrópolis a fines del siglo XIX y principios del XX; hoy, ve transformada su imagen, poco a poco, por la presencia de edificios en los que los nuevos materiales –como el vidrio y el acero– se combinan perfectamente con los clásicos.

Posiblemente, la razón se deba a la ausencia de piedra y a que las primitivas construcciones se hicieron de barro y paja.

Desde la década de 1970, Buenos Aires va adquiriendo una nueva fisonomía, sobre todo en determinados barrios. Posiblemente, la zona más clara en cuanto a la aparición de edificios con estructuras y materiales acordes con los avances tecnológicos de esta época, sea la que da al Río de la Plata. En ella, la llegada de empresas extranjeras y el crecimiento de muchas organizaciones nacionales, ha permitido la construcción de



Torre Fortabat, Buenos Aires

Edificios Telefónica y La Nación, Buenos Aires



edificios muy modernos que comenzaron en la zona de Retiro, con el Buenos Aires Sheraton Hotel, en 1972, y fueron completándose con edificios como el Business Machines Argentina, IBM, con 18 pisos y dos torres con un núcleo central.

La torre de Telecom, la de Telefónica y la de Fortabat son, entre otras, torres desafiantes frente al río. La combinación de la transparencia y la opacidad se da en el edificio Conurban.

También el centro de la ciudad se ve embellecido con construcciones destinadas a empresas y bancos. Muestra de ello es el edificio del Banco de Tokio, en Corrientes y Reconquista. Una de las características más importante de este edificio es su fachada central transparente, en la que están marcados

los distintos niveles.

También, el edificio diseñado por Mario Álvarez, en avenida Belgrano y Piedras, de 7 subsuelos y 14 pisos, inaugurado en 1975. Posiblemente, por primera vez en el mundo, integra columnas, vigas y entrepisos de acero, con núcleos de ascensores de hormigón armado pretensado¹⁰⁸.

Para concluir con este recorrido por la historia de las estructuras, no podemos dejar de mencionar a las obras de los arquitectos que, desde fines del siglo XX, marcan el rumbo de la arquitectura del siglo XXI. Ya hemos mencionado algunas de las obras del arquitecto Calatrava, con sus magníficos puentes, y a Renzo Piano y Richard Rogers, con el tan discutido Centro Pompidou. Pero, donde podemos encontrar concentradas muchas de las obras de los arquitectos de renombre internacional es, sin duda, en la ciudad europea denominada "nueva Berlín".

Berlín, capital de la República Federal de Alemania, es posiblemente la ciudad del siglo XXI que está recibiendo con mayor énfasis la cohabitación de diversos estilos arquitectónicos, que vive el esplendor de las nuevas construcciones y el resurgimiento de las bellas obras de arquitectura del pasado. Berlín aparece a los ojos del mundo como la ciudad que renace de las cenizas donde, desde los principios de los '90, se levantan edificios con la impronta de los arquitectos más osados: Jean Nouvel, I. M. Pei, Daniel Liebeskind, Axel Schultes, Norman Foster, Frank Gehry, Renzo Piano, Richard Rogers, entre otros.



**Edificio diseñado por Mario Álvarez,
Buenos Aires**

¹⁰⁸ Para profundizar sobre la historia de la arquitectura de la Argentina puede consultar en la página www.inet.edu.ar –opción Olimpiadas de Contenidos Educativos en Internet, 1999, mención especial– el trabajo. "De las casas virreinales al Abasto", cuyos autores son alumnos de la Escuela de Educación Técnica N° 34 de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, y los docentes Dra. Martha N. Noceti y Arq. Raúl Montoto.



Algo de su historia...

La capital alemana nace como ciudad en 1231, junto al río Spree. Pero, recién en 1443, aparece su primera obra arquitectónica de envergadura, cuando Federico II –llamado el “elector de hierro– con soberbia, sin principios éticos, decide apropiarse de terrenos que pertenecían a los abades de Lehmn, y ordena la construcción del “Gran Palacio Urbano”, dinamitado durante la ocupación soviética de Berlín este.

A través de los siglos, la ciudad se caracterizó por ser el centro de las actitudes ambivalentes del hombre. Por un lado, fue devastada por las guerras y dividida por un muro –desde agosto de 1961 hasta fines de 1989– y, por otro lado, ha sido engrandecida por quienes, a través de los siglos y hoy, construyeron y construyen magníficos edificios, calles, plazas, parques, paseos, que la hacen una de las ciudades más hermosas y exóticas del mundo.

El símbolo de la destrucción y de la reconstrucción más fuerte que tiene la ciudad quizá sea la Gedächtniskirche –iglesia–, construida en 1895 en honor del emperador Guillermo I. El arquitecto Egon Eiermann optó por mantener las ruinas de la torre para que la

posteridad no olvidara las terribles consecuencias de una guerra. Y, a su lado, levantó la nueva iglesia con un edificio insólito, con una estructura transparente donde se refleja lo que quedó de la anterior.

Nos parece interesante destacar-

los, ya que se trata de edificios que conforman una urbanización en la que se pone la mirada en la estructura urbanística, más que en la caracterización estructural de cada edificio en particular. Porque, no cabe duda que, desde mediados de la década de los '90, Berlín ha sido la mayor obra arquitectónica de Europa.

Desde el aspecto tanto de la arquitectura como estructural, se trata de combinar lo nuevo con lo histórico. Así se levantan estructuras nuevas con improntas no europeas, conjuntamente con la reconstrucción de edificios, calles y plazas, tal cual eran antes de la guerra, o bien se combinan fachadas con elementos históricos y modernos.

La Postdamer Platz constituye, en la actualidad, la conjunción de dos posturas bien definidas: por un lado, las calles estrechas, con recovas de arquería, con cálidos colores y con la gran plaza central Marlene Dietrich Platz –nombre en homenaje a la gran actriz– responden a características típicas de una ciudad europea; por el otro, los rascacielos que dan a la Postdamer Platz, reflejan el estilo de la típica gran ciudad norteamericana.

Es la amplia Postdamer Strasse¹⁰⁹ la que



Iglesia de Guillermo y la nueva iglesia, Berlin



Marlene Dietrich Platz, Berlin

¹⁰⁹ Strasse significa calle.

¹¹⁰ Plaza, en las ciudades europeas, significa espacio libre alrededor del cual se construyen los edificios.



divide en dos al barrio, dejando de un lado a la llamada “Ciudad Daimler” que responde a la tradicional ciudad europea y, del otro, la “Ciudad Sony”, proyectada en casi su totalidad por el arquitecto germano–norteamericano Helmut Jahn, que toma la forma de la gran ciudad estadounidense.

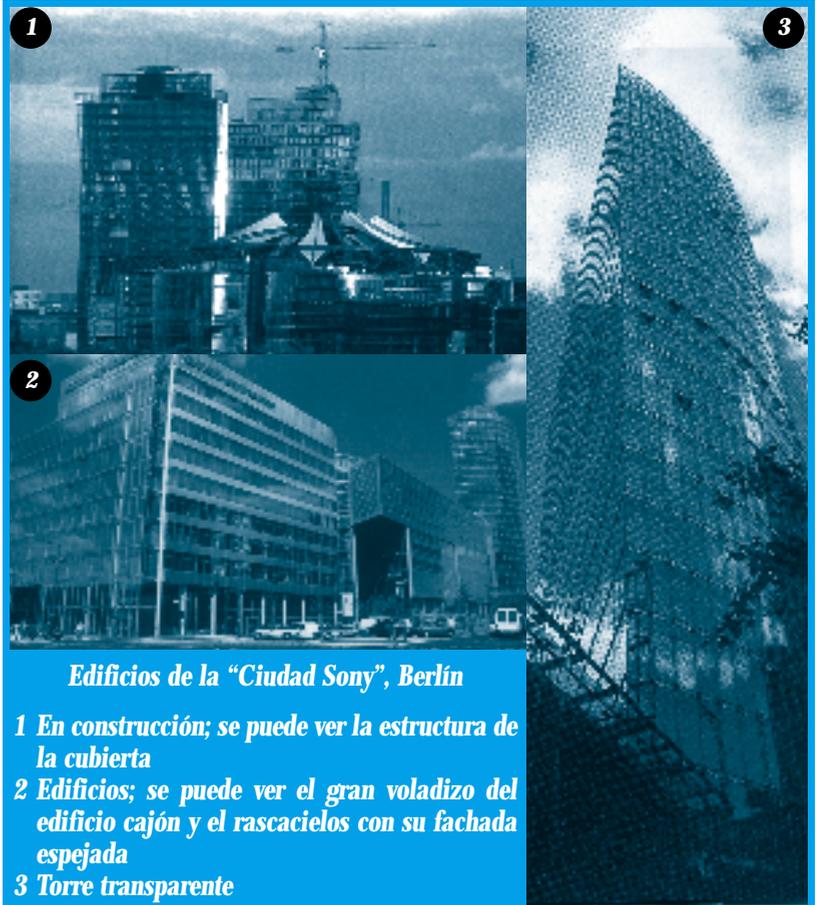
La “Ciudad Sony” conforma un conjunto de edificios construidos alrededor de una plaza inaugurada en el verano de 2 000. La plaza¹¹⁰ tiene una exótica estructura de 35 m de altura, reminiscencia del monte Fujiyama, que hace de techo–carpa protector de la lluvia, pero que deja pasar el aire y la luz.

El proyecto plantea un rascacielos y otros 6 edificios. La transparencia dada por las fachadas de cristal constituye la característica predominante en todos ellos. Volúmenes prismáticos con galerías formadas por la extensión de la estructura de sus plantas hasta la calzada y sostenidas en su perímetro exterior por una serie de columnas, dan forma al conjunto de edificios que se integra con el rascacielos de líneas curvas y fachadas espejadas que reflejan las siluetas de otros edificios vecinos.

Desde el punto de vista estructural, podemos mencionar el gran voladizo en esquina de un edificio tipo cajón,



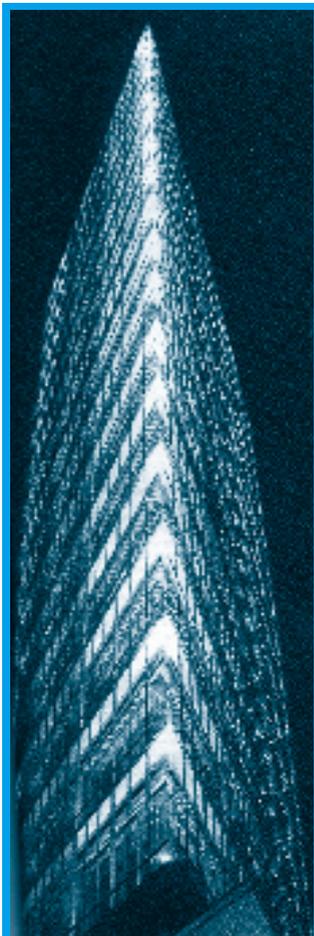
Postdamer Platz, Berlín; vista general



Edificios de la “Ciudad Sony”, Berlín

- 1 En construcción; se puede ver la estructura de la cubierta**
- 2 Edificios; se puede ver el gran voladizo del edificio cajón y el rascacielos con su fachada espejada**
- 3 Torre transparente**





Torre proyectada por Renzo Piano, Berlín

que permite una entrada importante y de gran altura.

El arquitecto genovés Renzo Piano es quien obtuvo, por concurso, la realización de la "Ciudad Daimler". La nueva urbanización, construida alrededor de la plaza, tiene 19 edificios (viviendas, oficinas, cines, teatros, comercios) y 10 calles. De los diecinueve edificios, Piano se encargó de dirigir ocho; la dirección de los restantes estuvo a cargo de arquitectos de jerarquía internacional: Richard Rogers, Hans Kollhoff, Rafael Moñeno y Arata Iso-

zaki.

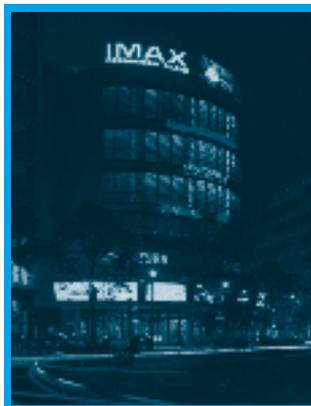
La "Ciudad Daimler" presenta una arquitectura en la que la luz, la transparencia y la solidez dan a la ciudad la apariencia de ser "orgánica" –con algunos rasgos de extravagancia–. La Torre Mercedes del arquitecto Kollhoff rememora la arquitectura neoclásica italiana y el estilo de los rascacielos antiguos de Manhattan, ya que presenta las fachadas en bloques vidriados de diferentes alturas.

La conjunción del manierismo italiano y del expresionismo alemán de los años '20 aparece en forma permanente en las construcciones de la "Ciudad Daimler": galerías con cielorrasos casetonados, colores dados por el revestimiento de placas de cerámica ocre y por las marquesinas de las ventanas, edificios con pronunciados ángulos, techos sobresalientes, plantas triangulares en esquina en voladizo, construcciones asimétricas y diferentes perspectivas, provocan una sensación de movimiento oscilante.

Pero, no sólo en los alrededores de la Postdamer Platz se produjeron y producen cambios. Para la reconstrucción de la Friedrichstrasse (calle importante de Berlín) se convoca a arquitectos prestigiosos como Jean Nouvel –realizador de una versión muy



Vista de la Ciudad Daimler, Berlín



Teatro musical y cine IMAX, Berlín; en el complejo IMAX se realiza, en la actualidad, el famoso Festival de Cine de Berlín





Puentes para peatones que unen los pisos superiores de dos edificios en un edificio construido por Arata Isozaki, Berlín

extraña de las Galerías Lafayette de París: el exterior es una estructura transparente y en el interior emana un patio de luces de extrema belleza y sencillez-.

I. M. Pei, famoso y discutido arquitecto -constructor de la pirámide transparente que sirve de entrada al Museo del Louvre en París- proyecta un centro comercial y de oficinas en la Friedrichstrasse; en él se destaca la fachada, en la que la combinación de lo opaco con la transparencia, las sa-

lientes simétricas y el color confieren una gran belleza.



Edificio GSW, Berlín

El edificio GSW, sede de una sociedad inmobiliaria, se destaca por un diseño con forma de vela extendida al viento que presenta los últimos adelantos de aprovechamiento energético. Se distingue por su frente, en el que se colocaron persianas de distintos colores.

El arquitecto Aldo Rossi, ya fallecido, pone su énfasis en la recuperación de la ciudad tradicional europea: construye un único edificio que ocupa una manzana completa, pero que a la vista parece un conjunto de varias casas diferentes. Logra este efecto mediante el tratamien-



Centro comercial de I. M. Pei, Berlín; fachadas

to que hace de las fachadas, dividiendo el exterior en fachadas, a través de la combinación de colores. De este modo, crea un aire de calle europea tradicional, donde las casas se construyen una a lado de otra y no en forma aislada.

Del otro lado de la Unter Den Linden, en el barrio Kreuzberg, el arquitecto Daniel Liebeskind, el hombre de las metáforas arquitectónicas -hoy muy conocido por plantear el proyecto para la reconstrucción de las torres gemelas de Nueva York-, erige el museo judío, en 1999. El museo se presenta con una planta en zig-zag que, para algunos, representa la estrella de David explosionada y laberíntica; el arquitecto denomina a su



Edificio de Aldo Rossi, Berlín





**Museo Judío,
Berlín; fachada**

proyecto “entre las líneas”, porque el zigzag está cruzado por una línea recta con vacíos en el interior, que simbolizan la desaparición de los judíos en la ciudad, en la época nazi. Otra metáfora está planteada en el jardín del exilio, con sus columnas inclinadas como el suelo que las sostiene. La fachada, por su parte, prescinde de vanos y ventanas.

Berlín, capital de la Alemania unificada, también necesitaba edificios gubernamentales.

A la altura del Spreebogen, entre el parque Tiergarten y el Reichstag –antiguo edificio del

Parlamento de la época imperial, quemado por los nazis–, se decide construir el barrio del gobierno. Axel Schultes, nacido en Dresde en 1943, es el encargado de la planificación urbanística de este barrio y, también, quien diseña la nueva Cancillería, sede del gobierno.

Su arquitectura es rara. Busca en el antiguo Egipto su fuente de inspiración; pero, también lo hace en la obra moderna del arquitecto Louis Kahn, por lo que sus edificios son “modernos arcaicos”. Así, su obra está llena de simbolismos. Ordena la ubicación de la Cancillería y la de otros edificios para los parlamentarios a lo largo de una extensa línea que cruza el Spree dos veces, como elemento de significación de la unión del este berlinés con el oeste, y del centro urbano con el gran parque.

De entre todos los edificios de la zona, posiblemente el más notable es el nuevo Reichstag. Para su reconstrucción es elegido Norman Foster, arquitecto británico, famoso por el rascacielos del Banco de Hong Kong y de Shangai en Hong Kong, con más de 250 construcciones desde 1967, entre las que se destaca la torre de televisión de Collserola, de casi 300 metros de altura, y la sede central del Commerzbank en Francfort.

Foster recibe el diseño de Calatrava, el famoso arquitecto valenciano y –quizás por esto–



Cúpula del Reichstag, Berlín



Cúpula del Reichstag, Berlín; vista interior



hace a disgusto este edificio (por ejemplo, Calatrava indica construir una cúpula transparente, versión moderna de la que tenía el edificio antes de su destrucción, con la que Foster no está de acuerdo).

Esta cúpula tiene la particularidad de tener un conjunto de espejos en su parte central, los que concentran la luz y la dirigen hacia el interior. Una especie de pequeña chimenea permite, a su vez, ventilar el solar. Lo llamativo es que el eje de los espejos es rodeado por dos rampas en forma espiralada que permiten el ascenso a la cúpula.

La unificación de las dos Berlín también significa unificar los medios de transporte. Por ello, se decide construir una nueva estación de trenes, la Berlin Hauptbahnhof equidistante de las dos ya existentes –la Alexanderplatz (Berlín Este) y la Zoologischer Garten (Berlín Occidental)–. En ella, a través de una estructura de acero que soporta una cubierta vidriada en forma de bóveda de tipo cañón, se permite la entrada de la luz natural, la que se complementa con la instalación de paneles fotovoltaicos que cumplimentan el suministro de más del 50 % de la energía necesaria.

Una característica importante en esta obra está constituida por la estructura de la fundación. Como la estación está emplazada en una de las márgenes del río Spree, en un suelo arenoso, fue necesario construir una fundación constituida por estanques de hormigón de 25 m de profundidad llenados con agua freática bombeada con posteridad.

Se puede decir, entonces que, en este siglo XXI, Berlín vive el renacer de su letargo arquitectónico; pero, también hoy está involucrada en discrepancias

de criterios sobre cuál será su futura personalidad. Así es como se manifiestan dos grupos diferentes para la reconstrucción de la Postdamer Platz y para la emblemática Pariser Platz.

La Pariser Platz precede al monumento símbolo de Berlín, la puerta de Brandeburgo, puerta que quedó del lado oriental durante la ocupación soviética. De ella parte la renombrada Avenida de los Tilos –la Under den Linden, como la llaman los alemanes–, calle donde se hallan los más emblemáticos edificios de la época imperial. Hubo encuentros y desencuentros en lo referente al estilo



Vista de la construcción de la Berlin Hauptbahnhof, Berlín



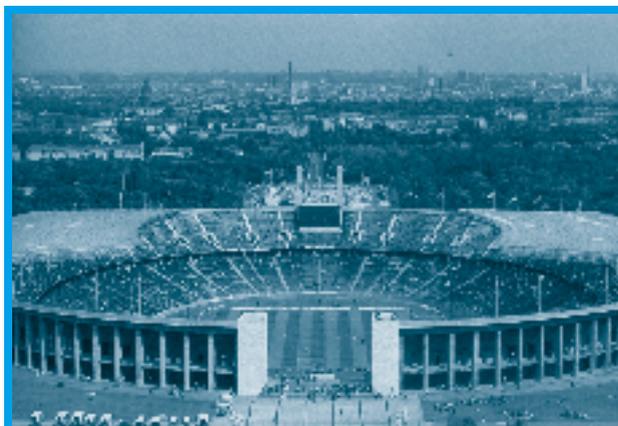
Vista de la construcción de la cubierta de la Berlin Hauptbahnhof, Berlín



que se le imprimiría a la reconstrucción, pero en ningún sitio se suscitó tanto debate como con la Pariser Platz. El Ayuntamiento, incluso, estableció un Código de Edificación que fijó alturas las máximas de los edificios y los colores de las fachadas, lo que determinó una cierta uniformidad y el disgusto de algunos arquitectos, que vieron cercenada su libertad creativa. En este marco, el Hotel Adlon, el más lujoso de la ciudad antes de la segunda guerra mundial, se levantó como copia fiel de lo que fue; y, Frank Gehry –conocido por el Guggenheim de Bilbao, entre otras obras–, no pudo construir un Banco con su estilo lleno de curvas; sólo en el interior dejó su impronta, a través de un auditorio en forma de caparazón prehistórico.

También la reconstrucción de la Academia de Bellas Artes, ubicada entre el Banco de Gehry y el Adlon provocó un fuerte y largo debate. Günter Behnisch, constructor de la Villa Olímpica de Munich y del Parlamento de Bonn, tuvo que esperar más de 6 años para que el Ayuntamiento aprobara su proyecto. Hoy, la fachada de la Academia respeta las proporciones de la original de principio del siglo XX; pero, es totalmente de cristal y tiene una sobreimpresión de la imagen de aquélla sobre el vidrio. Esto ha permitido quitarle a la plaza esa cierta uniformidad y monotonía a la que se negaban los constructores.

También el deporte ha exigido que los arquitectos agudicen su ingenio y creatividad para transformar los estadios de fútbol, para el gozo de los millones de espectadores que presenciaron el Campeonato Mundial de fútbol cuyo encuentro final se llevó a cabo el 9 de julio de 2006.



Estadio de fútbol antes de la restauración, Berlín



Estadio restaurado, Berlín

Los alemanes son reacios a hacer desaparecer sus valores históricos.

Prefieren mantener, incluso, a aquellos componentes que formaron parte del nazismo, como forma de no olvidar y de que emblematice un "Nunca más".

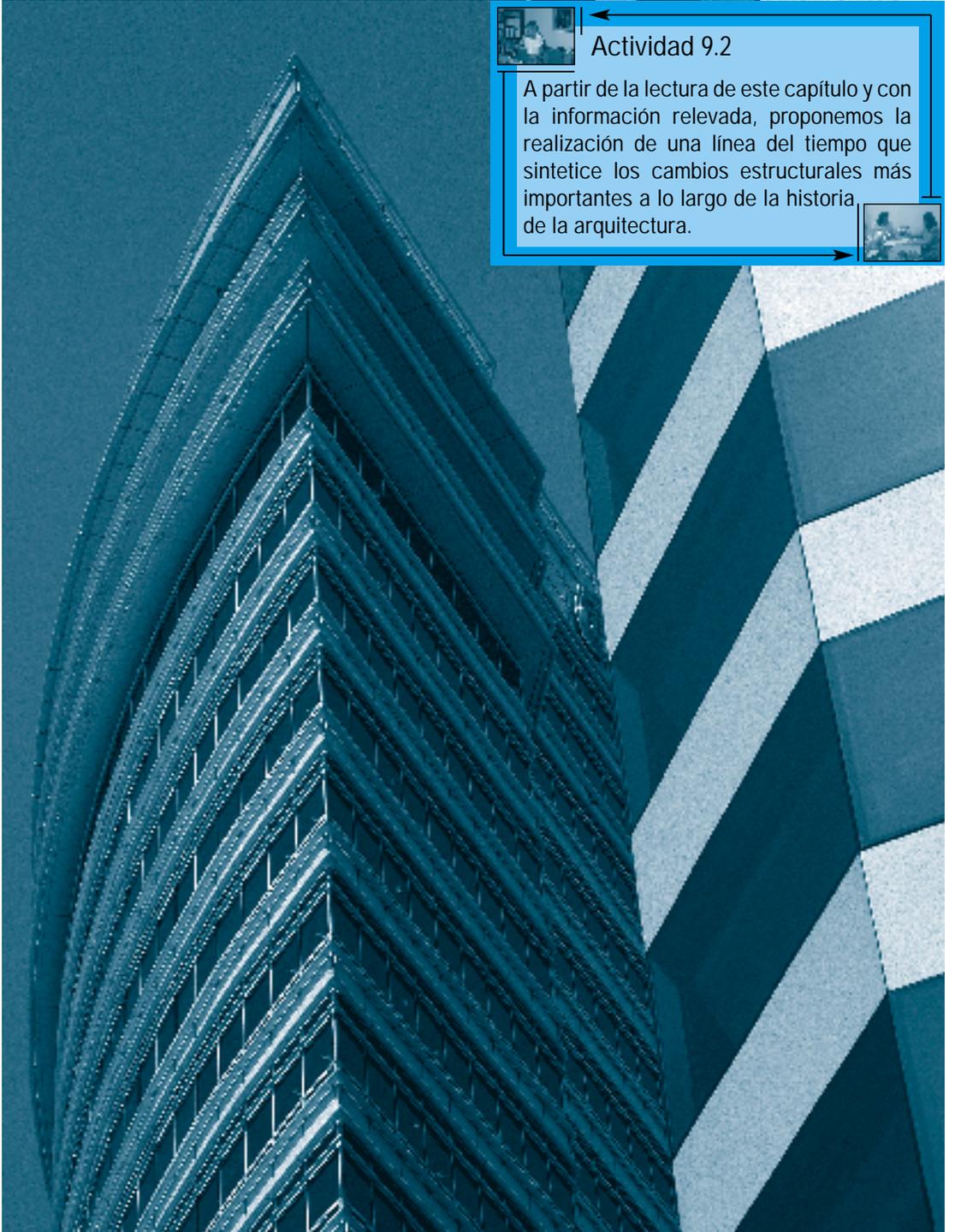
El que fuera el estadio olímpico de 1934 ha sido reconstruido para albergar a 66.000 personas. Entre las más destacadas obras se encuentran la instalación de un techo corredizo de fibra, la modificación del sistema lumínico y la construcción de un estacionamiento subterráneo.





Actividad 9.2

A partir de la lectura de este capítulo y con la información relevada, proponemos la realización de una línea del tiempo que sintetice los cambios estructurales más importantes a lo largo de la historia de la arquitectura.



• BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

- Bernal, Jorge (2002) Columnas de hormigón armado. Kliczkowski. Buenos Aires.
- Bernal, Jorge (1993) Losas de hormigón armado. Edición del autor. Resistencia.
- Bernal, Jorge (2003) Vigas de hormigón armado. Bernal/Nobuko. Resistencia.
- Cuadrado, Sara (1998) Leonardo Da Vinci. EDIMAT. Madrid.
- CIRSOC 201 (1980) Proyecto, cálculo y ejecución de estructuras de hormigón armado y pretensado. Instituto Nacional de Tecnología Industrial. Buenos Aires.
- CIRSOC 201 (2005) Proyecto, cálculo y ejecución de estructuras de hormigón armado y pretensado. Buenos Aires.
- Cross, Ardí; Morgan; Newlin (1999) Estructuras continuas de hormigón armado. Dossat. Madrid.
- da Vinci, Leonardo (1975) Cuaderno de notas. La Fontana Mayor. Madrid
- da Vinci, Leonardo (1980) Tratado de Pintura. Editorial Nacional. Madrid.
- Desideri, Paolo; Nervi jr.,Luigi; Positano,Giuseppe (1981) Pier Luigi Nervi. Estudio Paperback. Gustavo Gilli, Barcelona.
- Le Corbusier (1961) El Modulor. Poseidón. Buenos Aires.
- Le Corbusier (1927) Hacia una arquitectura. Apóstrofe. Madrid.
- Leonhardt, Fritz; Mönnig, Eduard (1993) Estructura de hormigón armado. El Ateneo. Buenos Aires.
- Moretto, Oreste (1979) Curso de hormigón armado. El Ateneo. Buenos Aires.
- Normas IRAM (2005). Buenos Aires.
- Pinós Calvet, José (1980) Stahl im Hochbau-Verlac Stahleise. Reverté. Barcelona.
- Perlés, Pedro (2003) Hormigón armado. Nobuko. Buenos Aires.
- Puig Grau, Arnaldo (2000) Síntesis de los estilos arquitectónicos. CEAC. Barcelona.
- Pozzi Azzaro, Osvaldo (1988) Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado. Instituto del Cemento Pórtland Argentino. Buenos Aires.
- Torroja, Eduardo (1960) Razón y ser de los tipos estructurales. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. Madrid.
- Villasuso, Bernardo (1994) Diseño y cálculo de estructuras. El Ateneo. Buenos Aires.
- Villasuso, Bernardo (1997) Estructuras, cálculo e impresión de planillas. El Ateneo. Buenos Aires.



Tabla 25

Cálculo de momentos de inercia y centro de gravedad de secciones T; Γ; I

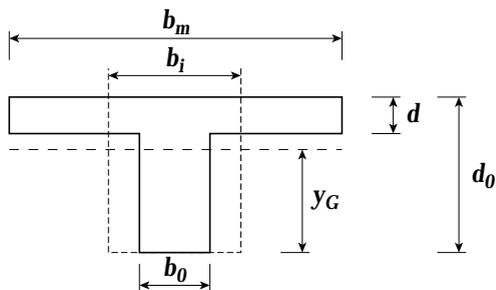
Cálculo de J_b :

$$J_b = \frac{b_0 \cdot d_0^3}{12}$$

Secciones rectangulares:

Secciones T o Γ:

$$J_b = \frac{b_i \cdot d_0^3}{12}$$



$\frac{d}{d_0}$ \ $\frac{b_m}{b_0}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0,302	1,000	0,683	0,535	0,444	0,382	0,336	0,301	0,273	0,250	0,232	b_i / b_m
	0,500	0,580	0,631	0,665	0,690	0,710	0,725	0,737	0,747	0,755	y_0 / d_0
0,275	1,000	0,680	0,534	0,444	0,382	0,336	0,301	0,273	0,250	0,231	b_i / b_m
	0,500	0,578	0,628	0,663	0,689	0,709	0,726	0,739	0,749	0,758	y_0 / d_0
0,250	1,000	0,677	0,531	0,443	0,381	0,325	0,301	0,273	0,250	0,231	b_i / b_m
	0,500	0,575	0,625	0,660	0,687	0,708	0,724	0,739	0,750	0,760	y_0 / d_0
0,225	1,000	0,671	0,527	0,440	0,380	0,335	0,301	0,273	0,250	0,231	b_i / b_m
	0,500	0,571	0,620	0,656	0,683	0,705	0,722	0,737	0,749	0,759	y_0 / d_0
0,200	1,000	0,664	0,521	0,436	0,377	0,333	0,299	0,272	0,249	0,231	b_i / b_m
	0,500	0,566	0,614	0,650	0,677	0,700	0,718	0,733	0,746	0,757	y_0 / d_0
0,175	1,000	0,655	0,513	0,429	0,372	0,320	0,297	0,270	0,248	0,230	b_i / b_m
	0,500	0,561	0,606	0,642	0,669	0,692	0,711	0,727	0,740	0,752	y_0 / d_0
0,150	1,000	0,643	0,502	0,421	0,365	0,324	0,292	0,267	0,245	0,228	b_i / b_m
	0,500	0,555	0,598	0,631	0,659	0,682	0,701	0,717	0,731	0,744	y_0 / d_0
0,125	1,000	0,629	0,488	0,408	0,355	0,316	0,285	0,261	0,240	0,223	b_i / b_m
	0,500	0,548	0,587	0,619	0,645	0,668	0,687	0,704	0,718	0,731	y_0 / d_0
0,100	1,000	0,611	0,469	0,391	0,340	0,303	0,274	0,257	0,232	0,216	b_i / b_m
	0,500	0,540	0,575	0,603	0,628	0,610	0,668	0,686	0,700	0,713	y_0 / d_0
0,075	1,000	0,590	0,445	0,368	0,319	0,284	0,257	0,236	0,218	0,204	b_i / b_m
	0,500	0,532	0,560	0,584	0,606	0,626	0,643	0,659	0,673	0,686	y_0 / d_0
0,050	1,000	0,565	0,415	0,338	0,290	0,257	0,232	0,213	0,197	0,148	b_i / b_m
	0,500	0,522	0,543	0,561	0,579	0,595	0,609	0,623	0,635	0,647	y_0 / d_0
0,025	1,000	0,535	0,378	0,300	0,252	0,219	0,191	0,178	0,164	0,152	b_i / b_m
	0,500	0,511	0,523	0,534	0,544	0,564	0,563	0,672	0,581	0,589	y_0 / d_0

Fuente: Hormigón Armado, Pedro Perlés

